





GeoGebro

# **UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES**

# **QUIMICAS Y NATURALES**

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS





**GRACIELA C. LOMBARDO** 

CORRECTORES: Roxana V. Operuk – Marcelo J. Marinelli



# EDITORIAL UNIVERSITARIA DE MISIONES

#### San Luis 1870

Posadas - Misiones – Tel-Fax: (03752) 428601 Correos electrónicos: edunam-admini@arnetbiz.com.ar edunam-direccion@arnetbiz.com.ar edunam-produccion@arnetbiz.com.ar edunam-ventas@arnetbiz.com.ar

Colección: Cuaderno de Cátedra

Coordinación de la edición: Claudio Oscar Zalazar

#### Graciela Carmen Lombardo

#### gracielalombardo@gmail.com

Profesora en Matemática, Física y Cosmografía, egresada de la Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales, de la Universidad Nacional de Misiones.

Magíster en Educación en Ciencias con Mención en Matemática, título otorgado por la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Comahue.

Profesora Adjunta Recular con dedicación Simple a cargo de las Cátedras Geometría I y Geometría III del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales, de la Universidad Nacional de Misiones.

Jefe de Trabajos Prácticos Regular con dedicación Exclusiva en las Asignaturas Análisis Matemático de las carreras Contador Público, Licenciatura en Administración de Empresas y Licenciatura en Economía; Matemática Financiera y Estadística de la carrera Técnico Universitario Administrativo Contable y Fundamentos de Matemática en la carrera Secretariado administrativo de la Facultad de Ciencias Económicas, de la Universidad Nacional de Misiones.

Vice-Directora del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, desde 02 de julio de 2009.

Coordinadora de Matemática y Física en el equipo responsable del "Proyecto de Apoyo para el Mejoramiento de la Enseñanza en Primer Año de Carreras de Grado de Ciencias Exactas y Naturales, Ciencias Económicas e Informática (PACENI), según Resolución Nº 0138/09 (UNaM) y Convenio ME Nº155/09. A partir del año 2009.

Co-Directora del Proyecto de Investigación "Aplicación de Herramientas Metacognitivas integradas en el proceso de evaluación continua en la Geometría Proyectiva" de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, desde Enero de 2009.

Integrante del Proyecto de Investigación: "Implementación de Estrategias no Convencionales en la Enseñanza del Análisis Matemático" de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones. (Finalizado).

Directora del Proyecto de Extensión "Utilización de Herramientas Informáticas para la resolución de problemas matemáticos", de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, desde Febrero de 2010.

Directora del Proyecto de Extensión "Fortalecimiento de las propuestas de enseñanza y los espacios de aprendizaje en Matemática a través del uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación", convenio entre la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales y la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones, desde Febrero de 2010.

Participación en calidad de Jurado en las Olimpiada Provincial de Matemática (Misiones) 2008 y 2009.

Participación en calidad de Jurado Titular para convocatoria de concursos regulares e interinos.

Publicaciones con Referato y Participación en Encuentros y Conferencias en condición de Co-autora y Expositora.

#### Roxana Verónica Operuk

veroperuk@yahoo.com.ar

Profesora en Matemática, Física y Cosmografía, egresada de la Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales, de la Universidad Nacional de Misiones.

Ayudante de Primera Regular con dedicación Semi-exclusiva en las Asignaturas Geometría I y Geometría III del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales, de la Universidad Nacional de Misiones.

Jefe de Trabajos Prácticos Regular con dedicación Simple en las Asignaturas Seminario I y Seminario II del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales, de la Universidad Nacional de Misiones.

Jefe de Trabajos Prácticos Interina con dedicación Simple en las Asignaturas Estadística I y Estadística II del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales, de la Universidad Nacional de Misiones.

Integrante en el Proyecto de Investigación "Aplicación de Herramientas Metacognitivas integradas en el proceso de evaluación continua en la Geometría Proyectiva" de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, desde Enero de 2009.

Integrante proyecto Incentivado: Investigación aplicada. "El estudio de una obra matemática: Los Polinomios", de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones.

Integrante proyecto: Investigación aplicada. "Los Conocimientos Matemáticos En El Umbral De La Universidad: Una Asignatura Pendiente" de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones. (Finalizado).

Co-Directora del Proyecto de Extensión "Utilización de Herramientas Informáticas para la resolución de problemas matemáticos", de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, desde Febrero de 2010.

Integrante del Proyecto de Extensión "Fortalecimiento de las propuestas de enseñanza y los espacios de aprendizaje en Matemática a través del uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación", convenio entre la

Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales y la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones, desde Febrero de 2010.

Participación en calidad de Jurado en las Olimpiada Provincial de Matemática (Misiones) 2007 y 2008

Publicaciones con Referato y Participación en Encuentros y Conferencias en condición de Co-autora y Expositora.

#### Marcelo Julio Marinelli

marcelomarinelli@fceqyn.unam.edu.ar

Profesor en Matemática, Física y Cosmografía, egresada de la Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales, de la Universidad Nacional de Misiones.

Magíster en Informática y Computación, título otorgado por la Facultad de Ciencias Económicas Universidad Nacional De Misiones

Doctorando en Ingeniería de Sistemas y Computación de la Universidad de Málaga (España). D.E.A. Aprobado Tesis en desarrollo.

Profesor Adjunto Regular con dedicación Exclusiva a cargo de las Cátedras Electromagnetismo del Profesorado en Física, Taller I (Computación) de los Profesorados en Física y Profesorado en Matemática e Informática Básica de las carreras de Farmacia y Bioquímica de la Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones.

Director Proyecto de Investigación "Aplicación de Técnicas de Inteligencia Artificial para la Navegación de Robots Móviles Utilizando el Simulador PLayer/Stage". Centro de Investigación Científica y Tecnológica de la Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones desde 01-01-09.

Vice-Director del programa de investigación en Computación del Centro de Investigación y Desarrollo Tecnológico de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones.

Director del Proyecto de Extensión "Recursos de la Web 2.0 para el fortalecimiento de las organizaciones civiles", de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, desde Febrero de 2010.

Director del Departamento de Informática de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, en el período 2002-2004

Coordinador del Profesorado en Física de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, en el período 1999-2001.

Consejero directivo de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, en el período 2010-2014.

Participación en calidad de Jurado Titular para varias convocatorias de concursos regulares e interinos.

Docente del Curso de Postgrado "e-learning" para las Carreras de Farmacia y Bioquímica de la Universidad Nacional de San Luir.

Publicaciones con Referato y Participación en Encuentros y Conferencias en condición de Co-autor y Expositor.

# CONTENIDOS

Introducción	13
I Distintas vistas de los objetos matemáticos	13
Barra de Herramientas	13
Ayuda de Barra de Herramientas	13
Ventana Algebraica	14
Sector de Ingreso o de Texto	14
Objetos libres y dependientes	15
Hoja de Cálculo	16
Il Entrada en Zona de Gráficos: Barra de Herramientas	18
1.Selección y cambios	18
1.1.Elige y Mueve	18
1.2.Rota en torno a un Punto	18
1.3.Registra Cambios en la Hoja de Cálculos	18
2. Determinación de puntos e incidencia de objetos	18
2.1.Nuevo Punto	18
2.2.Intersección de dos Objetos	19
2.3.Punto Medio o Centro	19
3. Rectas, Semirrectas, Segmentos y vectores	19
3.1. Recta que pasa por dos Puntos	19
3.2.Segmento entre dos Puntos	19
3.3.Segmento dado Punto Extremo y Longitud	19
3.4.Semirrecta que pasa por dos Puntos	19
3.5. Vector entre dos Puntos	20
3.6.Vector desde un Punto	20
4. Posición Relativa de una Recta y un Objeto. Lugares Geométricos	20
4.1. Recta Perpendicular	20
4.2. Recta Paralela	20
4.3. Mediatriz	20

	4.4. Bisectriz	20
	4.5. Tangentes	20
	4.6. Recta Polar o Diametral	21
	4.7. Ajuste Lineal	21
	4.8. Lugar Geométrico	21
5. Polí	ígonos	23
	5.1.Polígono	23
	5.2.Polígono Regular	23
6. Circ	cunferencias, Arcos, Sectores Circulares	23
	6.1. Circunferencia dado su Centro y uno de sus Puntos	23
	6.2. Circunferencia dado su Centro y Radio	24
	6.3. Compás	24
	6.4. Circunferencia dados tres de sus Puntos	24
	6.5. Semicircunferencia dados dos Puntos	24
	6.6. Arco de Circunferencia dados su Centro y Extremos	24
	6.7. Arco de Circunferencia dados tres de sus Puntos	24
	6.8. Sector Circular dados su Centro y dos Puntos	24
	6.9. Sector Circular dados tres puntos de su Arco	24
7. Cón	nicas	26
	7.1. Elipse	26
	7.2.Hipérbola	26
	7.3.Parábola	26
	7.4.Cónica dados cinco de sus Puntos	26
8. Mec	didas	26
	8.1.Ángulo	26
	8.2.Ángulo dada su Amplitud	27
	8.3.Distancia o Longitud	27
	8.4.Área	27
	8.5.Pendiente	27

9. Transformaciones	28
9.1. Refleja Objeto en Recta	28
9.2. Refleja Objeto por Punto	28
9.3. Refleja punto en Circunferencia	28
9.4. Rota Objeto en torno a Punto, el Ángulo indicado	28
9.5. Traslada Objeto por un Vector	29
9.6. Homotecia desde un Punto por un Factor de Escala	29
10. Herramientas adicionales	30
10.1.Deslizador	30
10.2. Casilla de control para ocultar Objetos	30
10.3.Inserta Texto	30
10.4.Inserta Imagen	31
10.5.Relación entre dos Objetos	31
11. Estilos de visualización y edición de Objetos	31
11.1.Desplazar Vista Gráfica	31
11.2.Zoom de Acercamiento	31
11.3.Zoom de Alejamiento	31
11.4. Expone/Oculta Objeto	31
11.5.Expone/Oculta Rótulo	31
11.6.Copia Estilo Visual	31
11.7.Elimina Objeto	31
III Entrada Algebraica	32
Actividades	32
IV Menú Desplegable	38
1. Archivo	38
1.1.Nueva Ventana	38
1.2.Nuevo	38
1.3.Abre	38
1.4.Guarda	38

	1.5.Guarda Como	38
	1.6 Exporta	38
	1.7 Previsualiza Impresión	38
		20
2	Edita	30
2.		39
	2.1.Deshace	39
	2.2.Rehace	39
	2.3.Borra	39
	2.4.Selecciona Todo	39
	2.5. Selecciona la capa Activa - Selecciona Descendientes - Selecciona Ascendientes	39
	2.6.Copia la Vista Gráfica del Portapapeles	39
_	2.7.Propiedades	39
3.	Vistas	40
	3.1.Ejes	40
	3.2.Cuadrícula	40
	3.3.Vista Algebraica	40
	3.4. Vista de Hoja de Cálculo	40
	3.5. Objetos Auxiliares	40
	3.6. División Horizontal	40
	3.7. Barra de Entrada	40
	3.8. Lista de Comandos	40
	3.9. Protocolo de Construcción	41
	3.10. Barra de Navegación por Pasos de Construcción	42
	3.11. Actualiza Vista Gráfica	42
	3.12. Recálculo de Todos los objetos	42
4.	Opciones	42
	4.1.Álgebra	42
	4.2. Atracción de Punto a Cuadrícula	42

4.3. Unidad Angular	42
4.4.Redondeo	42
4.5.Estilo de Punto	43
4.6.Coordenadas	43
4.7. Tamaño de Casillas de Control	43
4.8. Estilo de Ángulo Recto	43
4.9.Rotulado	43
4.10.Tamaño de Letra	43
4.11.Idioma	43
4.12. Vista Gráfica	43
4.13. Guardar Configuración	43
4.14. Restablece la Configuración Original	43
5. Herramientas	44
5.1. Creación de Herramienta Nueva	44
5.2. Gestión de Herramientas	44
5.3. Personalizar Barra de Herramientas	44
6. Ventana	44
6.1.Nueva Ventana	44
7. Ayuda	44
7.1.Ayuda	44
7.2. www.geogebra.org	45
7.3. GeoGebra Forum	45
7.4. GeoGebraWiki	45
7.5. Acerca de GeoGebra/Licencia	45
V Bibliografía	45

# INTRODUCCIÓN

GeoGebra es un software que se caracteriza por la simplicidad de manejo y requiere, para su uso, conocimientos básicos de informática.

Entre las ventajas con las que se cuentan, cuando se utiliza el programa GeoGebra, están la construcción de figuras geométricas y la posibilidad de accionar un movimiento en el objeto creado, conservando sus propiedades en virtud de ser GeoGebra un software dinámico e interactivo.

GeoGebra Permite graficar, en forma sencilla, puntos, rectas, segmentos, ángulos, cónicas, funciones, etc. que pueden modificar su posición, con solo accionar el mouse. Asimismo, tiene la posibilidad de introducir expresiones algebraicas y hacer uso de aplicaciones tales como derivación y antiderivación entre otras.

# I) DISTINTAS VISTAS DE LOS OBJETOS MATEMÁTICOS

GeoGebra posee como característica destacable la percepción de los objetos en dos regiones que se corresponden mutuamente, *Ventana Algebraica y Zona de Gráficos*. Cada modificación introducida en una de estas ventanas o regiones adapta automáticamente a la otra, independientemente de cuál fue la expresión originalmente introducida.

En la Fig. Nº 1, se observan las diferentes regiones de la ventana que se despliega al iniciarse el programa.

Con el mouse, pueden construirse figuras en la zona de gráficos mediante el uso de los elementos de la *Barra de Herramientas*, apareciendo sus coordenadas o ecuaciones, según corresponda, en la Ventana Algebraica.

Al seleccionar alguna de las herramientas para construcción de la Barra de Herramientas se puede observar que aparecen indicaciones en el sector *Ayuda de Barra de Herramientas* que permiten establecer la forma de aplicación.

En el **Sector de Ingreso o Sector de Texto** pueden ingresarse coordenadas, ecuaciones, funciones, etc. a efectos que al mismo tiempo que figuren en la Ventana Algebraica se produzca la representación correspondiente en la zona de gráficos, luego de pulsar la tecla de Enter o Intro. Por ejemplo, si se ingresa  $f(x) = x^2+1$ , luego de pulsar la tecla Enter aparecerán la expresión en la Ventana Algebraica y la representación de la parábola en la Zona de Gráficos.

Además, GeoGebra brinda un gran número de comandos que se pueden ingresar en el Sector de Texto, los que están disponibles en el extremo derecho de esta barra.



Fig. Nº 1. Ventana de inicio

Cada icono de la Barra de Herramientas cuenta con un conjunto de útiles que aparecen al desplegarse el menú, haciendo clic sobre la flecha en el ángulo inferior derecho del icono.

Para desplazar un objeto de la Zona de Gráficos se activa la herramienta *Elige y Mueve* perteneciente al primer icono de la Barra de Herramientas. Esta acción se realiza arrastrando el mouse ubicando el objeto en donde se desee.

En la Ventana Algebraica se distinguen dos tipos de objetos matemáticos:

- Objeto libre: es aquel objeto nuevo que no depende de los ya existentes.
- Objeto dependiente: es el que depende de alguno o algunos creados previamente.

En la Fig. N° 2 se observa como objeto libre la función  $f(x)=x^2+1$  y objeto dependiente al punto A(2,5), que pertenece al gráfico de "f".



Fig. Nº 2. Objetos libres y dependientes



Fig. Nº 3. Vista Hoja de Cálculo

Otra forma de representación de los objetos matemáticos diferente a las antes presentadas es la *Hoja de Cálculo*, la que puede seleccionarse en la pestaña "Vista" del *Menú Principal*, (Fig. Nº 3). El uso de esta herramienta es análogo a las planillas de cálculo más conocidas como ser Excel de Office o Calc de OpenOffice.

En síntesis, se puede optar por la interfaz de uso desde el Menú Vista, tildando la vista elegida.

GeoGebra cuenta, al igual que muchos programas que a diario utilizamos, con *Menú contextual*. El menú contextual es la ventana que se abre al hacer clic con el botón secundario de mouse, allí figuran una variedad de opciones que dependen de la zona de la pantalla en que fue activado. En la Fig. Nº 4 y Fig. Nº 5 se muestran dos ejemplos de menús contextuales diferentes, cada uno depende del contexto en el que fue requerido.



Fig. Nº 5. Menú contextual sobre un objeto

# II) ENTRADA EN ZONA DE GRÁFICOS BARRA DE HERRAMIENTAS

### **1. SELECCIÓN Y CAMBIOS**

1.1. Elige y Mueve: Al activar esta herramienta y hacer clic sobre un objeto, queda seleccionado. También es posible seleccionar varios objetos, utilizando el rectángulo de selección con esta misma herramienta.



- 1.2. Rota en torno a un Punto: Permite rotar un objeto libre en torno a un punto seleccionado como centro. Para ello se selecciona el punto y con el mouse se arrastra el objeto. También se puede usar el comando *Rota*, que será tratado más adelante.
- 1.3. Registra Cambios en la Hoja de Cálculos: haciendo clic con el botón secundario del ratón sobre un punto u objeto, se puede elegir esta opción, de esta manera se registraran en la hoja de cálculo, las coordenadas que va tomando.

# 2. DETERMINACIÓN DE PUNTOS E INCIDENCIA DE OBJETOS

2.1. Nuevo Punto: Haciendo clic en la Zona de Gráficos, se crea un nuevo punto, quedan establecidas sus coordenadas en la Ventana Algebraica. También es factible, de esta misma forma, crear un punto sobre un objeto ya existente, como también identificar el punto de intersección entre dos o más objetos.





- 2.2. Intersección de Dos Objetos: Haciendo clic sobre la intersección de dos objetos. Existe la opción de seleccionar ambos y así quedarán identificados todos los puntos de intersección.
- 2.3. Punto Medio o Centro: Permite determinar el punto medio entre los extremos de un segmento, el centro de una circunferencia o de una elipse. En el primer caso, haciendo clic en sendos puntos y en los tres restantes sobre el objeto.

# 3. RECTAS, SEMIRRECTAS, SEGMENTOS Y VECTORES

- 3.1. Recta que pasa por dos Puntos: Queda determinada una vez marcados los dos puntos. En la Ventana Algebraica figurarán las coordenadas los dos puntos como objetos libre y la ecuación de la recta como objeto dependiente.
- 3.2. Segmento entre dos Puntos: Se crea análogamente al ítem anterior, con la diferencia que en la Ventana Algebraica se muestra la longitud del segmento.
- **3.3.** Segmento dado Punto Extremo y Longitud: Se fija uno de los extremos del segmento y a continuación se despliega una ventana que indica la longitud del segmento. Este objeto puede ser rotado en torno al

extremo inicial, mediante la herramienta *Elige y Mueve,* al seleccionar el segundo extremo.

3.4. Semirrecta que pasa por dos Puntos: Queda determinada al seleccionar dos puntos, siendo el origen el primer punto marcado y contendrá al segundo.





- **3.5. Vector entre dos Puntos:** Análogamente a la construcción anterior, siendo el segundo punto el extremo del vector.
- **3.6.** Vector desde un Punto: Se crea luego de seleccionar un punto y un vector ya existente. Estos vectores son equipolentes.

# 4. POSICIÓN RELATIVA DE UNA RECTA Y UN OBJETO, LUGARES GEOMÉTRICOS

- 4.1. Recta Perpendicular: Al seleccionar la recta y un punto exterior u otro perteneciente a ésta, o viceversa, queda definida la recta perpendicular.
- **4.2. Recta Paralela:** Igual procedimiento para recta perpendicular.
- **4.3. Mediatriz:** La mediatriz de un segmente puede trazarse al seleccionar el segmento o los extremos del segmento.
- **4.4. Bisectriz:** Se pueden distinguir dos procedimientos:

 Dados el ángulo determinado por los puntos A, B y C, con vértice en B, su bisectriz queda definida al seleccionar los puntos Recta Perpendicular Recta Paralela Recta Paralela Mediatriz Bisectriz Disectriz Recta Polar o Diametral Ajuste Lineal Lugar Geométrico



siguiendo ese orden.

• Al seleccionar dos rectas, quedan determinadas las bisectrices de los dos pares de ángulos opuestos por el vértice que ellas forman.

**4.5. Tangentes:** Con esta herramienta se puede trazar todas las tangentes a una cónica desde un punto o paralela a una recta y las tangentes al gráfico de una función

• Al seleccionar un punto y una cónica quedan definidas las tangentes a la cónica que contienen el punto.

• Al seleccionar una recta y una cónica quedan definidas las tangentes a la cónica paralelas a la recta.

- 4.6. Recta Polar o Diametral: Con esta herramienta es posible crear:
  - La polar de un punto respecto de la cónica, seleccionando al punto y a la cónica.

• El diámetro de una cónica, al marcar una recta o un vector y la cónica.

- **4.7. Ajuste Lineal:** Permite trazar la recta que mejor ajusta a un conjunto de puntos dados, haciendo la selección rectangular de los puntos.
- **4.8.** Lugar Geométrico: Sea un punto P dependiente de un punto M, y al mismo tiempo un elemento del lugar geométrico a trazar. A modo de ejemplo seguir la siguiente secuencia: marcar los puntos A y B, trazar el segmento que estos determinan. Ubicar un punto C perteneciente al segmento AB. Crear un punto D =  $(x(C),(x(C))^2)$  dependiente de C. Utilizar la herramienta *Lugar Geométrico* y en forma sucesiva hacer clic sobre D y C. (Ver Fig. Nº 10).

# Actividad Integradora Nº 1<sup>1</sup>

- a) Trazar dos rectas a y b secantes
- b) Determinar el punto de intersección E
- c) Trazar la mediatriz c del segmento EB
- d) Trazar una recta d paralela a la recta c que contenga al punto A
- e) Trazar la bisectriz e del ángulo EBD

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Ver Fig. Nº 11



Fig. Nº 10. Lugar geométrico: Ejemplo



Fig. Nº 11. Actividad Integradora Nº1

# 5. POLÍGONOS

5.1. Polígono: Queda trazado al marcar al menos tres puntos (vértices), y haciendo clic en el primero de ellos. Así aparecerá en la Ventana algebraica, no solo las coordenadas de los vértices, sino también las longitudes de los lados y el área del polígono.



Fig. Nº 12. Polígonos

5.2. Polígono Regular: Al marcar dos puntos, sobre la Zona de Gráficos, se despliega una ventana de diálogo para asentar, en el campo de texto, el número de lados del polígono. En la Ventana Algebraica figuran las coordenadas de los dos puntos y el área del polígono regular.

## 6. CIRCUNFERENCIAS, ARCOS, SECTORES CIRCULARES

6.1. Circunferencia Circunferenci Centro y un Pu dado su Centro y de uno sus Circunferencia dados su Centro y uno de sus Puntos Puntos: Tras Circunferencia dados su Centro y Radio seleccionar un Compás primer punto A y un segundo punto B, Circunferencia dados Tres de sus Puntos queda definida la Semicircunferencia dados Dos Puntos circunferencia de Centro A, con radio Arco de Circunferencia dados su Centro y Dos Extremos AB. En la Ventana Arco de Circunferencia dados Tres de sus Puntos Algebraica se pueden observar Sector Circular dados su Centro y Dos Puntos las coordenadas de Sector Circular dados Tres Puntos de su arco los dos puntos y la Fig. Nº 13. Circunferencias, ecuación de la circunferencia. arcos, sectores circulares

- 6.2. Circunferencia dado su Centro y Radio: Tras seleccionar el centro, se despliega una ventana en la que se asigna la longitud al radio. En la Ventana Algebraica figuran las coordenadas del centro y la ecuación de la circunferencia.
- 6.3. Compás: Al seleccionar dos puntos o un segmento se fija la longitud del radio y al marcar un punto cualquiera de la Zona de Gráficos queda determinada la circunferencia con centro en éste.
- 6.4. Circunferencia dados tres de sus Puntos: Luego de marcar tres puntos no alineados queda determinada la circunferencia que los contiene.
- 6.5. Semicircunferencia dados dos Puntos: Para obtener este objeto, basta con marcar dos puntos que representan los extremos de este arco.
- 6.6. Arco de Circunferencia dados su Centro y Extremos: Al marcar tres puntos A, B y C, queda determinado el arco con centro en A, extremo en B y el punto C fija la longitud del arco. C no necesariamente pertenece al arco.
- 6.7. Arco de Circunferencia dados tres de sus Puntos: Dados los puntos A, B y C queda determinado el arco de circunferencia que contiene al punto B y sus estemos son A y C.
- 6.8. Sector Circular dados su Centro y dos Puntos: Su construcción es análoga a la del Arco de Circunferencia dados su Centro y Extremos. En la Ventana Algebraica se pueden apreciar las coordenadas de los tres puntos y el área del sector.
- 6.9. Sector Circular dados tres puntos de su Arco: La construcción es análoga a la del Arco de Circunferencia dados tres de sus Puntos.

# Actividad Integradora Nº 2<sup>2</sup>

- a) Construir una circunferencia de centro A y radio 2 unidades de longitud.
- b) Trazar el segmento a con extremo en A y 3 unidades de longitud.
- c) Desde extremo B del segmento, trazar dos tangentes a la circunferencia e indicar los puntos de tangencia C y D.
- d) Determinar el sector circular con centro en A y extremos B y C, correspondiente a un ángulo central convexo.



Fig. Nº 14. Actividad Integradora Nº 2

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Ver Fig. Nº 14

# 7. CÓNICAS

- 7.1. Elipse: Quedará trazada tras marcar sus dos focos y un punto que le pertenece.
- 7.2. Hipérbola: Ídem Elipse.
- **7.3. Parábola:** Estará determinada al trazar su foco y su directriz.
- 7.4. Cónica dados cinco de sus Puntos: Queda definida al seleccionar cinco puntos de los cuales no haya tres colineales.





## 8. MEDIDAS

8.1. Ángulo: Esta herramienta permite determinar la amplitud de un ángulo, para lo cual debe ser construido en sentido antihorario. Es posible determinar la medida de ángulos formados por:

• Tres puntos, de los cuales el segundo es vértice. Si se los recorre en sentido horario dará la medida del ángulo convexo, de lo contrario del cóncavo.

 Dos rectas, dos segmentos o dos vectores. El procedimiento es análogo al ítem anterior.

 Ángulos interiores de un polígono:
 Si los vértices fueron creados en sentido antihorario GeoGebra devolverá estas medidas con solo hacer clic sobre el objeto

 Ángulos exteriores de un polígono:
 Ídem anterior pero la construcción del objeto fuera realizada en sentido horario



Fig. Nº 16. Métrica

- 8.2. Ángulo dada su Amplitud: Tras marcar dos puntos, se despliega una ventana de diálogo y al indicar la amplitud deseada en el campo de texto queda fijado el tercer punto que juntos con aquellos forman el ángulo deseado.
- 8.3. Distancia o Longitud: Con esta herramienta es posible establecer la distancia entre dos rectas paralelas, dos puntos, un punto y una recta, longitud de un segmento, circunferencia y perímetro de un polígono. En todos los casos la medida queda expuesta en la Zona de Gráficos.
- **8.4.** Área: Esta herramienta mide el área de un polígono, círculo, o elipse y queda registrado en la Zona de Gráficos.
- 8.5. Pendiente: Mide la pendiente de una recta la cual queda expuesta en la Zona de Gráficos.

# Actividad Integradora Nº 3<sup>3</sup>

- a) Construir un pentágono regular, inscribirlo en una circunferencia y determinar el centro de la misma.
- b) Calcular, la longitud del radio de la circunferencia, la longitud del lado, amplitud de un ángulo interior del polígono y su área.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Ver Fig. Nº 17



Fig. Nº 17. Actividad Integradora Nº 3

# 9. TRANSFORMACIONES

- **9.1. Refleja Objeto en Recta:** Primero se selecciona el objeto y luego la recta o eje de simetría.
- 9.2. Refleja Objeto por Punto: Se selecciona sucesivamente el objeto y el punto o centro de simetría.
- 9.3. Refleja punto en Circunferencia: Se selecciona en primer lugar el punto a invertir y posteriormente la circunferencia.



**9.4.** Rota Objeto en torno a Punto, el Ángulo indicado: Se selecciona el objeto a rotar y luego el centro de giro, tras esta acción se despliega una

ventana de diálogo y al indicar la amplitud deseada, en el campo de texto, aparece la imagen del objeto original.

- 9.5. Traslada Objeto por un Vector: Para efectuar esta transformación primero se selecciona el objeto a trasladar y luego el vector de traslación.
- 9.6. Homotecia desde un Punto por un Factor de Escala: Se selecciona el objeto a transformar y luego el centro de homotecia, tras esta acción se despliega una ventana de diálogo y al indicar la constante de homotecia, en el campo de texto, aparece el homólogo del objeto original.



Fig. Nº 19. Actividad Integradora Nº 3

### Actividad Integradora Nº 4<sup>4</sup>

Construir un cuadrilátero irregular y aplicarle:

- a) Simetría respecto eje de las abscisas.
- b) Simetría respecto al origen de coordenadas.
- c) Giro de centro (0,0) y ángulo 70°.
- d) Homotecia de centro (0,0) y razón 1/3.

#### **10. HERRAMIENTAS ADICIONALES**

- 10.1. Deslizador: Este recurso permite insertar en el área gráfica un dial que consiste en una línea con un punto que al deslizarse permite asignar valores a una variable de acuerdo a la posición del punto en el deslizador. Al desplazar el punto la variable toma valores entre un mínimo y un máximo fijados en la ventana de dialogo.
- 10.2. Casilla de control para ocultar Objetos: Permite crear una casilla para

tildar uno o más objetos. En la ventana emergente se seleccionan el o los objetos. La acción de ocultar o exponer objetos también puede realizarse en la Vista algebraica.

10.3. Inserta Texto: Esta herramienta permite, haciendo clic en la Zona de Gráficos, crear un texto en esa región.

	Casilla de Control para Oculta Clic en Vista Gráfica para indic
a=2	Deslizador
•	Casilla de Control para Ocultar Objetos
ABC	Inserta Texto
$\sim$	Inserta Imagen
a <mark>?</mark> b	Relación entre Dos Objetos

#### Fig. Nº 20. Herramientas adicionales

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Ver Fig. Nº 19

- **10.4. Inserta Imagen:** Permite incorporar una imagen en la Zona de Gráficos, importándola desde los archivos con formato gráfico de las carpetas o directorios que se dispongan.
- 10.5. Relación entre dos Objetos: Al seleccionar dos objetos emerge una ventana que otorga información sobre la relación que intercede entre ambos.

# 11. ESTILOS DE VISUALIZACIÓN Y EDICIÓN DE OBJETOS

- **11.1. Desplazar Vista Gráfica:** Esta acción se realiza al hacer clic, arrastrar y soltar el mouse, en una región de la Vista de Gráficos.
- **11.2.** Zoom de Acercamiento: Al hacer clic en un punto (centro del zoom) de la Zona de Gráficos, se produce un zoom de acercamiento.
- **11.3. Zoom de Alejamiento:** Ídem para producir un zoom de alejamiento.
- 11.4. Expone/oculta Objeto: Basta con seleccionar el objeto que se desea ocultar o exponer. Cualquier función que se aplique al ente, serán cambios aplicados a su estado de visibilidad.
- **11.5.** Expone/oculta Rótulo: Ídem anterior.
- 11.6. Copia Estilo Visual: Esta herramienta permite replicar propiedades visuales de un objeto sobre otro, como se color, estilo de texto, dimensión, etc.). Basta con seleccionar el objeto cuyas



Fig. Nº 21. Visualización y edición

propiedades han de copiarse, y seguidamente hacer clic en los objetos que se pretende tomen esas propiedades.

**11.7. Elimina Objeto:** Tras activar esta herramienta, solo es necesario hacer clic sobre el objeto a eliminar.

# **III) ENTRADA ALGEBRAICA**

Como fue tratado en la sección anterior, al realizar, en la Zona de Gráficos, la representación de objetos matemáticos, simultáneamente aparecen sus expresiones respectivas en la Zona Algebraica.

El proceso puede ser realizado en forma inversa o pueden introducirse modificaciones de los objetos ya existentes manipulando sus notaciones respectivas. A tal efecto se utiliza el Sector de Ingreso o Sector de Texto o los comandos que figuran en la región derecha de esta barra.

A continuación se presentarán algunas actividades, a modo de ejercitación, para que el lector interprete la sintaxis y la representación gráfica o aspecto conceptual correspondiente:

#### **ACTIVIDAD 1**

- a) A=(1,5)
- b) B=(3;50°)
- c) Complejo=4+2i

#### **ACTIVIDAD 2**

- a) v=(1,5)
- b) u=(3;50°)
- c) complejo=4+2i

#### **ACTIVIDAD 3**

- a) h:y=2x-1
- b) c:(x+1)^2+(y-2) ^2=3
- c) eli:x^2+y^2=1

- a) A=(1,2), B=(2,1), C=(4,2)
- b) hipérbola[A,B,C]
- d) Asíntota[c]

## ACTIVIDAD 5

- a) f(x)=2x-1
- b) g(x)= x^3+1
- c) trig(x)=cos(x)

#### ACTIVIDAD 6

- a) A\_1=(1,5)
- b) v\_2=(1,5)
- c)  $f_3(x)=2x-1$

# ACTIVIDAD 7

a) α=60°

b) β=2rad

#### ACTIVIDAD 8

a) A=(1,2) B=(3,4) b) C=(A+B)/2

### ACTIVIDAD 10

a) A=(2,4)

- b) Perpendicular[A,EjeY]
- c) h:y=2x-1 Perpendicular[A,EjeY]

## ACTIVIDAD 11

- a) t=2 r:x=(-2,1)+t\*(-1,3)
- b) m=3 b=1 s:y=m\*x+b
- c) a= 2 b= 4 hip:a<sup>2</sup> x<sup>2</sup>-b<sup>2</sup> y<sup>2</sup>=a<sup>2</sup> b<sup>2</sup>

# **ACTIVIDAD 12**

a) Raíz[x<sup>3</sup>+x<sup>2</sup>-3x+1]

b)  $f(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1$  Raíz[f]

## ACTIVIDAD 13

- a)  $f(x)=x^3+x^2+1$
- b) PuntoInflexión[f]

# ACTIVIDAD 14

- a) f(x)=si[x>0,x<sup>2</sup>,-sin(2x)]
- b) g(x)=si[x≤2,3 x,ln(x)]

## **ACTIVIDAD 15**

f(x)=Función[1/x,-2,1]

- a) f(x)=x<sup>2</sup>-x-12
- b) Factoriza[f]
- c) Desarrolla[(x+2) (x-3)]

#### ACTIVIDAD 17

a)  $f(x)=x^2$ 

b) g(x)=f'(x)

c) h(x)=f''(x)

# **ACTIVIDAD 18**

a)  $f(x)=2x^3+4x^2+3x$ 

b) Derivada[f,2]

# **ACTIVIDAD 19**

- a)  $f(x)=x^2 +3x-1$
- b) Derivada[f(x)]
- c) Integral[f(x)]

# **ACTIVIDAD 20**

- a)  $f(x)=-x^2+4$   $g(x)=x^2-1$
- b) Integral[f,-2,2]
- c) Integral[f,g,-1,1]
- d) SumaTrapezoidal[g,1,3,4]
- e) SumaSuperior[g,1,3,4]
- f) SumaInferiorI[g,1,3,4]

- a) floor(x)
- b) sqrt(x)
- c) abs(x)
- d) exp(x)

#### **ACTIVIDAD 22**

- a) { $\{0,1\},\{3,4\},\{6,7\}\}$
- b) {{0,0,1},{2,3,4},{5,6,7}}
- c) matiz1\*2
- d) matriz1+matriz1\*2
- e) matriz1\*matriz2
- f) Determinante[matriz2]
- g) matrizinversa[matriz2]
- h) Traspone[matriz2]

# **ACTIVIDAD 23**

a) z\_1=1+2i z\_2=2-3i
b) 4\*z\_1
c) z\_1- z\_2
d) z\_1\*z\_2 e) z\_2/ z\_1

a) A=(1,4) B=(2,3) C=(4,1) D=(6,-1)

b) RazónSimple[A,B,C]

c) RazónDoble[A,B,C,D]

# **ACTIVIDAD 25**

a) MCD[12,8]

b) MCD[{12,6,4}]

c) MCM[12,5]

d) MCM[{12,8,5}]

# **IV) MENÚ DESPLEGABLE**

Este menú despliega un listado de opciones y sus respectivos atajos, por ejemplo para copiar un objeto seleccionado se puede hacerlo desde el menú o tipiando la tecla de control y la letra c (Ctrl + c)

#### 1. ARCHIVO

- 1.1. Nueva Ventana: Con esta opción se abre otra ventana de GeoGebra para operar, por ejemplo, en forma simultánea con la ya existente. La nueva ventana no posee los ajustes aplicados a la que está en uso.
- 1.2. Nuevo: Esta opción permite abrir una ventana vacía que reemplazará a la existente, consultando si se desea guardar la actual construcción. La nueva ventana adoptará los ajustes implementados en la ventana por sustituir.



- **1.3. Abre:** Permite abrir un archivo ya existente cuya extensión es .ggb, .ggt, .htm, .html.
- **1.4.** Guarda: Permite guardar el trabajo en proceso con la Fig. Nº 22. Archivo extensión, por defecto de GeoGebra, .ggb.
- **1.5. Guarda Como:** Permite guardar el trabajo en uso con otro nombre con extensión .ggb.
- **1.6. Exporta:** Con esta opción se pueden exportar los trabajos a formatos .html o .htm para ser vistos como páginas web, en formatos .png, .pdf y además permite almacenar el documento en el portapapeles.
- **1.7. Previsualiza Impresión:** Desde aquí se puede apreciar cómo ha quedado el documento previo a su impresión.
- 1.8. Cierra: Cierra el documento en uso, y en caso que no estén guardados los últimos cambios aparece una ventana de diálogo que permite hacerlo.

# 2. EDITA

- 2.1. Deshace: Esta opción permite deshacer, paso a paso, las acciones
  - realizadas previamente. También puede utilizarse el botón ubicado en el extremo superior derecho de la pantalla.
- 2.2. Rehace: Con opción se pueden rehacer, paso a paso, acciones descartadas con el ítem "Deshace".
- Borra: Esta opción permite borrar aquellos objetos seleccionados. Consecuentemente serán eliminados los objetos dependientes.





- 2.4. Selecciona Todo: Con esta opción quedan seleccionados todos los objetos, gráficos o algebraicos, de la construcción.
- 2.5. Selecciona la capa Activa Selecciona Descendientes Selecciona Ascendientes: Estas opciones permiten la selección de distintos objetos y en el caso que haya objetos que estén superpuestos posibilita elegir el orden con que fueron creados.
- 2.6. Copia la Vista Gráfica del Portapapeles: Esta opción copia la Zona de Gráficos en el portapapeles del sistema, para uso como imagen en otro documento.
- 2.7. Propiedades: Esta opción abre una caja de diálogos que habilita la modificación de las propiedades de los objetos de un archivo del GeoGebra, como ser: rótulo, título, color, estilo de punto, de trazo, etc.

# 3. VISTA

- 3.1. Ejes: Esta opción del menú posibilita mostrar u ocultar los ejes coordenados en la Zona de Gráficos.
- 3.2. Cuadrícula: Esa opción permite exponer u ocultar la cuadrícula en la Vista Gráfica.
- 3.3. Vista Algebraica: Con esta opción se muestra o se oculta la Vista o Ventana Algebraica.

Vista	Opciones Herramientas Ventana Ayuda
	Ejes
#	Cuadrícula
	Vista Algebraica
	Vista de Hoja de Cálculo
	Objetos Auxiliares
	División Horizontal
	Barra de Entrada
	Lista de Comandos
	Protocolo de la Construcción
	Barra de Navegación por Pasos de Construcción
2	Actualiza Vista Gráfica (Limpia rastros)
	Recálculo de Todos los Objetos



- 3.4. Vista de Hoja de Cálculo: Permite ver u ocultar la Planilla de Cálculo.
- **3.5. Objetos Auxiliares:** Oculta o expone objetos auxiliares en Ventana o Vista Algebraica.
- **3.6.** División Horizontal: Esta opción posibilita distribuir alternativamente en forma vertical u horizontal la ventana de GeoGebra.
- **3.7. Barra de Entrada:** Con esta opción se puede hacer aparecer o desaparecer la Barra de Entrada o Sector de Ingresos.
- **3.8.** Lista de Comandos: Con este ítem puede o no mostrarse el listado de comandos que figuran en la Barra de Entrada.

**3.9. Protocolo de Construcción:** Con esta opción se puede abrir el protocolo de construcción que muestra la secuencia de acciones que se efectuaron para obtener la construcción en proceso. (Ver Fig. N° 25)



Fig. Nº 25. Protocolo de construcción



Fig. Nº 26. Barra de Navegación por Pasos de Construcción

- 3.10. Barra de Navegación por Pasos de Construcción: Este ítem permite la activación de la Barra mencionada en la parta inferior de la pantalla. Es una herramienta que muestra paso a paso el proceso de construcción efectuado. (Ver Fig. Nº 26)
- 3.11. Actualiza Vista Gráfica: Hace o deshace las últimas acciones.
- 3.12. Recálculo de Todos los objetos: Actualiza los valores de las variables.

## 4. OPCIONES

- 4.1. Álgebra: Éste ítem permite realizar tres diferentes presentaciones de los objetos matemáticos utilizados, a saber: valor, definición y comando Se presenta el siguiente ejemplo para mostrar las diferencias entre las distintas opciones: Sea la recta determinada por los puntos A(2,4) y B(5,1), ésta figurará como objeto dependiente de las siguientes forma:
  - a) a:x+y =6, si se elige la opción valor.
  - b) **a=Recta que pasa por A,B**, si se elige la opción *Definición*.
  - c) **a=Recta[A,B]**, si se elige la opción *Comando.*



- **4.2.** Atracción de Punto a Cuadrícula: Si la cuadrícula está activa se puede seleccionar la opción *Activa (Cuadrícula)*, con lo cual los puntos que se definan lo harán solo sobre la cuadrícula.
- **4.3. Unidad Angular:** Esta opción permite expresar, a elección, la amplitud de ángulos en grados o radianes.
- **4.4. Redondeo:** Permite determinar la cantidad de lugares decimales o de cifras significativas de los valores expuestos en la pantalla.

- **4.5. Estilo de Punto:** Con esta opción se elige el formato de los puntos, por ejemplo, círculos, circunferencias, cruces, rombos, etc.
- **4.6. Coordenadas:** Da tres opciones de sintaxis para la coordenada de un punto.
- **4.7. Tamaño de Casillas de Control:** Ajusta el tamaño de la casilla de control de variables booleanas.
- **4.8.** Estilo de Ángulo Recto: Asigna la forma como serán identificados los ángulos rectos: con un rectángulo, un punto, o de igual forma que los restantes ángulos.
- 4.9. Rotulado: Indica si se mostrará u ocultará el rótulo de un objeto creado. Entre las opciones ofrecidas está el rotular a todos los nuevos objetos, ningún nuevo objeto, solo los nuevos puntos y automático.
- **4.10. Tamaño de Letra:** Permite elegir el tamaño tipográfico del texto y rótulos.
- **4.11. Idioma:** Puede definirse el idioma que será utilizado. Cabe destacar que el idioma adoptado no solo modifica los ingresos, sino también los comandos, elementos de las cajas de herramientas y del menú principal.
- **4.12. Vista Gráfica:** Abre una ventana de diálogo que muestra diversas alternativas para ajustar la vista gráfica, como ser: cuadrícula, color y trazo de los ejes, color de fondo, etc.
- **4.13. Guardar Configuración:** Cualquier modificación o ajuste realizado en la barra de herramienta o en la vista gráfica pueden ser conservados para futuras aplicaciones y se activa esta opción.
- **4.14. Restablece la Configuración Original:** En caso de haber diseñado una configuración personalizada y se desea volver a la original, esta opción posibilita esta acción.

#### 5. HERRAMIENTAS

- 5.1. Creación de Herramienta Nueva: Permite crear nuevas herramientas propias. Para ello, luego de realizar una construcción se acciona el ítem Creación de Herramienta nueva y se despliega una ventana de diálogo. Aquí se indican los objetos de salida y entrada de la nueva ventana y se puede dar nombre al ícono que la representará en la barra de herramientas.
- 5.2. Gestión de Herramientas: Se puede agrupar una serie de tareas en una misma caja de herramienta a la cual se le asigna un icono.



Fig. Nº 28. Herramientas

5.3. Personalizar Barra de Herramientas: Otorga la posibilidad de selección personalizada de las herramientas, de GeoGebra, con las que se trabajará. Al seleccionar este ítem se desplegará una ventana de diálogo, donde figuran la totalidad de herramientas que ofrece el programa. Existe, también, la opción de Restablecer la Barra de Herramientas original.

#### 6. VENTANA

6.1. Nueva Ventana: Abre una ventana nueva de GeoGebra, la cual utiliza todos los ajustes que posee la que está en curso.



Fig. Nº 29. Ventana

#### 7. AYUDA

7.1. Ayuda: Desde esta sección se puede acceder a distintos tipos de ayudas e información del software. En algunas instalaciones de GeoGebra es necesario

0	Ayuda
Ô	www.geogebra.org
22	GeoGebra Forum
0	GeoGebraWiki
i	Acerca de GeoGebra / Licencia

Fig. Nº 30. Ayuda

estar online para acceder a la ayuda.

- 7.2. www.geogebra.org: Se accede a la página web de GeoGebra http://www.geogebra.org. Para lo cual es necesario tener acceso a Internet.
- 7.3. GeoGebra Forum: Conecta, a través de Internet; con otros usuarios que están en línea. En este foro se pueden enviar o responder preguntas relacionadas con GeoGebra. Para acceder al foro recurrir a la dirección electrónica http://www.geogebra.org/forum.
- 7.4. GeoGebraWiki: Abre, en el navegador, la página http://www.geogebra.org/wiki. Allí se puede acceder a una serie de materiales didácticos creados con GeoGebra por usuarios de distintos sitios del mundo.
- **7.5.** Acerca de GeoGebra/Licencia: Esta sección muestra la licencia, autores, colaboradores, otros créditos, etc.

# V) BIBLIOGRAFÍA

<u>http://www.geogebra.org/help/docues/index.html</u> [En línea, recuperado desde Enero hasta Julio 2010].