

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES
Facultad de Ciencias Forestales

MI AULA

Andrés Lorenzi

Eldorado, septiembre de 2004



EDITORIAL UNIVERSITARIA DE MISIONES

San Luis 1870

Posadas - Misiones – Tel-Fax: (03752) 428601

Correos electrónicos:

edunam-admini@arnet.com.ar

edunam-direccion@arnet.com.ar

edunam-produccion@arnet.com.ar

edunam-ventas@arnet.com.ar

Colección: Cuadernos de Cátedra

Coordinación de la edición: Nicolás Capaccio

Armado de interiores: Javier B. Giménez

Corrección: Amelia E. Morgenstern

Lorenzi, Andrés

Mi aula. – 1a. ed. – Misiones : Universidad Nacional de Misiones, 2004.

144 p. ; 30x21 cm. – (Cuadernos de cátedra)

ISBN 950-579-014-7

1. Mi aula. Título.

CDD 372.7

ISBN 950-579-014-7

Impreso en Argentina

©Editorial Universitaria

Universidad Nacional de Misiones

Posadas, 2004

*A mis hijas Mariella Fernanda,
Luciana María y Clara Andrea*

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo final de investigación educativa se debe muy especialmente a la dirección de tesis de la Magíster Ana María Zoppi, *mi maestra*. A ella le agradezco su paciencia para tantas correcciones que realizara en todos estos años, desde la elaboración del proyecto hasta su concreción.

Los registros que se exponen en esta tesis son producto del trabajo de observación de mis clases, de las alumnas de la Facultad de Ciencias Forestales, UNaM. Mi reconocimiento a Carmen González, Fabiana Chocrón, Rosana Méndez y Mónica Osorio que compartieron esta *aventura cognitiva*.

Mi agradecimiento se extiende a la Profesora Alejandra Chiomenti por su breve pero muy significativo rol de observadora externa.

Finalmente mi reconocimiento a las autoridades de la Facultad de Ciencias Forestales que me permitieron dedicar todo el tiempo necesario que demandó esta investigación.

Andrés Lorenzi
Eldorado, septiembre de 2004

Andrés Lorezi
Ingeniero Químico (UBA)
Profesor Regular de Matemática (FCF, UNaM)
Magíster en Docencia Universitaria (UNaM)

ÍNDICE

Capítulo	Tema	Página
Prólogo		9
Introducción		13
1ª Parte: La libertad, un valor prioritario del aula		21
I	La flexibilidad en el proceso de las clases	23
II	Los movimientos en el aula	32
2ª Parte: El conocimiento en el aula		35
III	La amplitud de las consignas	37
IV	El diálogo alumno - profesor	44
V	Los contenidos formales y figurativos	52
3ª Parte: Los sentires y los logros		59
VI	Los placeres y displaceres en la enseñanza de la matemática	61
VII	El compromiso del profesor	68
VIII	El compromiso de los alumnos	72
4ª Parte: El proceso de la investigación		81
IX	La Epistemología de la Investigación	83
X	Las auxiliares de investigación	105
5ª Parte: Conclusiones		111
XI	La Construcción de un Cambio Educativo. Las Tesis de un Profesor de Matemática.	113
Apéndice		117
I	La Historia del Profesor de Matemática	119
II	Cronograma de las actividades del Proceso de Investigación	122
III	Cronograma de Clases Observadas	123
IV	Las Preguntas de los Alumnos	124
Anexo		131
I	Guía de Trabajos Prácticos de Límites	133
II	Guía de Trabajos Prácticos de Derivadas	135
III	Tabla de Derivadas	136
V	Archivos	137
Bibliografía		139

PRÓLOGO

ADVERTENCIA:

Este prólogo pretende plantear algunas aproximaciones *posibles*, para otras *posibles* lecturas que se generen entre los *diferentes* lectores del texto *Mi Aula* del Mgter. Andrés Lorenzi, que darán cuenta de las significaciones que se construyeron, a partir de la comprensión de los conceptos que el libro presenta, pero invito a que cada lector haga su propio proceso y su propia interpretación.

Además, quiero aclarar que a pesar de que por mi formación, pertenezca a otro campo disciplinar, este prólogo está elaborado desde una perspectiva conceptual que concuerda con el paradigma que enmarca teóricamente la obra: la necesidad de revisión teórica y reflexiva de la tarea docente desde la investigación-acción, la recuperación y reivindicación de la actividad dialógica en el aula, entre el docente y el alumno; y entre ambos con el conocimiento como alternativa de construcción del saber, la importancia de recorrer y recuperar la propia experiencia docente como objeto de estudio, aceptar la posibilidad de modificación de la práctica cotidiana, como parte del ejercicio profesional, son algunas de las constantes que podremos reconocer en este valioso trabajo que contribuye a ampliar concepciones epistemológicas y pragmáticas en el campo de la Didáctica.

PRIMERA PARTE: "Posibles itinerarios de lectura"

Mirarse... reconocer la necesidad de un cambio en las prácticas educativas... atreverse a cuestionar la propia trayectoria profesional como profesor de Matemática... proponer ser observado... exponerse a la opinión del colega de otras disciplinas... escuchar la opinión de alumnos auxiliares... empezar a actuar diferente modificando y quebrando con una tradición de prácticas estereotipadas, rutinizadas y poco eficaces en cuanto a la construcción de saberes, **comprender verdaderamente** lo que se está haciendo, puede considerarse, sencillamente, un acto de audacia y de auténtica profesionalidad docente, en el actual contexto del sistema educativo argentino. Así entiendo y sintetizo la obra que se presenta a continuación.

El texto *Mi Aula* posibilita, -como todo texto-, múltiples lecturas, y cada lector podrá acercarse adoptando el punto de vista que desee, porque es un material de interés para el docente de cualquier nivel, desde el inicial hasta el universitario, para el investigador, para el matemático, para el pedagogo..., ya que su contenido, además de disciplinar y didáctico, es principalmente epistemológico y ético, y plantea, desde su primera tesis, la recuperación de un valor fundamental de la educación y del conocimiento, como es la libertad, dejándonos así la posibilidad de que como una idea alternativa la adoptemos o no, es decir, nos propone "*una libre elección de la libertad*" como marco del trabajo en el aula.

En este itinerario posible que se propone, se rescata, también, la idea de "juego", que explicita el propio autor; juego que requiere un contexto de libertad, en el que intervienen saberes y decires, sentires y experiencias, creatividad y problematización, *placer, compromiso y responsabilidad*, como en cualquier actividad lúdica; un juego dialéctico en el que se invita a los actores participantes a involucrarse en la práctica desde otro lugar, cambiando tanto el rol de unos como de otros: alumnos que enseñan al docente y docente que aprende de sus alumnos. En este "*juego*" se reconoce la pregunta como uno de los caminos claves hacia el aprendizaje, que favorece los procesos

reflexivos de ambos participantes, en cuanto al “qué”, al “para qué”, al “por qué”, y al “cómo” se conoce y se aprende, evitando los acertijos del conocimiento, y las arbitrariedades y la provisionalidad que suelen tener las prácticas que el docente planifica, y que finalmente concluyen en la asignación de una clasificación.

La obra se edifica como una especie de “sinfonía” que Lorenzi elaboró desde su experiencia y en cuyo estudio nos plantea conceptos articulados entre sí que, en sus distintos “movimientos”, suenan armónicamente si consideramos la clase desde la totalidad; pero también conserva la complejidad de estar conformada por un conjunto de componentes que tienen su propia problemática para ser comprendidos -como los instrumentos que intervienen en una orquesta- y que necesitan de su “afinación” para ser “interpretados” en el aula. Esto lo reconocemos en la estructura textual: cada una de las partes trata uno de los ejes estructurantes de este “programa didáctico” que nos propone el profesor: “*La libertad, un valor prioritario en el aula*”, “*El conocimiento en el aula*”, “*Los sentires y los logros*” y “*El proceso de investigación*”, cuyos contenidos focalizan los centros de interés que el docente seleccionó y sobre los que, no casualmente, decidió indagar y profundizar, puesto que involucran aspectos contextuales, éticos, cognitivos y afectivos, que fueron “sometidos” a intensos procesos de metacognición y metarreflexión...

Otra alternativa de lectura podría centralizarse en el recorrido de las tesis, puesto que, como una evidencia contundente de ruptura con el paradigma de investigación tradicional y positivista que propone una sola tesis que es “demostrada” o “refutada”, en este trabajo, el autor postula en las “*Conclusiones*” (Parte quinta- Capítulo XI) once tesis que constituyen los componentes vertebradores de la propuesta de un cambio educativo.

Mi Aula puede ser leída desde sus once tesis como un “programa didáctico”, porque cada tesis opera como un principio, como un postulado, un punto de llegada del conocimiento producido, que se constituye en un punto de partida para la producción de nuevos conocimientos y de estrategias de aprendizaje. Como se expuso anteriormente la primera tesis desarrolla la temática de la libertad en cuanto al cambio de movimientos convencionales al interior del aula. Y lo destacable es que la idea de “libertad” está presente en toda la obra transversalizando el recorrido de las otras tesis, hasta llegar a la número once, en la que reivindica este valor, asignándole un lugar preponderante en la determinación del proceso de construcción de saberes de los alumnos, en el compromiso del alumno con la tarea, con el conocimiento y con sus pares.

Entre una tesis y otra se formulan nueve más, que dan un detallado y original tratamiento a problemáticas que tienen que ver con los componentes que intervienen en el hecho educativo. En la **segunda tesis** se analizan las relaciones vinculares entre docente y alumnos, y las libertades otorgadas por el docente para encontrar espacios y tiempos de acción propicios para la producción de conocimientos; **la tercera** plantea que la posibilidad de un cambio de paradigmas, el de la enseñanza tradicional a la enseñanza participativa, pasa por un imprescindible proceso que deberá experimentar el docente, y que consiste en aprender a conocer lo que *piensan, hacen e interpretan* los alumnos; **la cuarta** está referida a la amplitud de consignas que debe brindar el docente para poder generar la construcción de espacios propios por parte de los alumnos que favorecerán la construcción del saber; **la quinta** tiene relación con el planteo de “juego” que se hizo anteriormente, porque se refiere a la modificación de roles, proceso que le brinda al alumno autonomía para operar con el saber, y al docente, la posibilidad de conocer y comprender los procesos por los que atraviesa el alumno; en **la sexta**, referida a los contenidos, se sostiene la existencia de una relación dialéctica entre contenidos formales

y los figurativos, esto es, constatar la necesidad de que el docente permanentemente diseñe, desde los contenidos, “*andamiajes*” entre saberes conocidos y nuevos, que impliquen acciones de pensamiento por parte de los alumnos, permitiéndole construir sus propias representaciones, los propios “*instrumentos formales*” del conocimiento –como afirmará el autor-, para que el aprendizaje sea auténtico; **la séptima** es la tesis que, según el propio Lorenzi, aparece oculta y “*no fácilmente detectable*”, porque tiene que ver con un aspecto poco explorado o negado por el paradigma positivista, y es el que referido a los sentires de los docentes, sus placeres y displaceres, que se patentizan en la opción de “*juego matemático*” que se propone en la práctica del aula, y que se sustenta en la pregunta de los alumnos y en el trabajo interdisciplinario, desencadenando o no, los que se denominó, en la cuarta tesis: “estallido” del conocimiento. Este proceso es el que generará diferentes sentimientos docentes que se hacen explícitos, y que patentizan las variaciones anímicas que se producen en una clase, y las estrategias que busca el docente para efectivizar el aprendizaje; **la octava tesis** presenta una particular importancia porque plantea que la disociación teoría-práctica se pone en evidencia al introducir una innovación, y que en ese “*hiato*” es donde opera la investigación generando un saber en cuanto a la construcción del *cambio educativo*; **la novena** referirá las estrategias de un docente que busca comprometerse con el *saber que se enseña*, pero sobre todo con el *sujeto que aprende*, que se preocupa por involucrarse en una enseñanza que se integre a la totalidad de la formación profesional, y desde donde se reconocen los propios vínculos y los propios recorridos con el conocimiento; y **la décima**, íntimamente relacionada con la anterior, en la que comienza el proceso de articulación integral del trabajo y se revaloriza la Investigación Educativa, en tanto, entre tensiones, contradicciones y conflictos, posibilita al docente develar los procesos cognitivos de los alumnos y sus relaciones vinculares con el saber y con los otros sujetos, y permite aclarar los opacos movimientos, explícitos e implícitos que circulan al interior de la clase, dando cuenta de cómo se desenvuelven las prácticas

¡Una auténtica obra de ingeniería!, como corresponde a su autor. Nada está sujeto al azar, el libro propone una propia estructura, cuyo lógica puede reconocerse porque incluye los propios procesos, el propio monitoreo que en su itinerario experimentó el docente como tal y como investigador, y también, el de los alumnos destinatarios, que participaron de estas instancias. De eso se trataba el proyecto.

Los aportes más significativos de este trabajo pueden, así, sintetizarse en dos ideas: una, la propuesta de “correrse” del rol protagónico de “enseñante” en el que colocó la tradición educativa al docente y trasladarlo a los alumnos; y otra, preocuparse por lo que ocurre cognitivamente en el alumno durante el desarrollo de las clases o ante la resolución de ejercicios o problemas, que les permitan iniciar un auténtico proceso de recuperación, de búsqueda y de construcción de saberes.

SEGUNDA PARTE: “Ideas para seguir pensando”

El cambio propuesto pasa por no quedarnos quietos, inmóviles, paralizados, reproduciendo prácticas que atentan contra la desigualdad del sujeto, que cosechan frustraciones y fracasos, que expulsan alumnos del sistema, y sustituirlo por otro “no traumático”, producir “estallidos” reflexivos para producir conocimientos, desde una lucha “codo a codo” en esta aventura de construir un saber acerca de las Matemáticas. Pero, para poder trabajar desde esta metodología, esos “estallidos” deben resistirse (pág. 35).

No hay en esta obra evocación de memoria instintiva, como la de Marcel Proust, autor que Lorenzi ha leído y admirado, aquí hay ciencia, pero una ciencia hermenéutica; hay observación, pero observación en profundidad; hay reflexión, pero reflexión crítica; hay verdadera investigación educativa.

Si fuera posible elegir un solo sentimiento, de los tantos que se movilizan al leer este texto, diría que es el de la introspección; la lectura del texto invita a zambullirnos en nuestro propio interior, más aún si somos docentes, a recorrer nuestra historia y nuestra trayectoria como profesionales de la educación, a propiciar la revisión de la praxis, un proceso de autocrítica, para atrevernos a “*desnudar*” matrices rígidas de una Didáctica tradicional -que entre otras características nos acostumbró a reproducir verdades universales y categóricas sin sujetarlas a cuestionamiento- para comenzar, con mucho esfuerzo y en una lucha interior permanente, con idas y vueltas, a reemplazarlas por prácticas innovadoras que racionalmente se quieren realizar y las que efectivamente se concretan, teñidas de modelos que quieren sustituirse, a “*vestirse*” de un nuevo ropaje, de un nuevo modelo participativo que se va diseñando en el camino, como si se estuviera cartografiando un lugar desconocido, trazando un mapa...

Así describe Lorenzi su propio proceso de aprendizaje docente; así se expresa la voluntad y la decisión de cambiar la praxis educativa, investigando la compleja trama que se entreteje al enfrentarse con las propias creencias y las de “los otros”, con las propias prácticas, y también “las de los otros”; así nos propone el profesor revertir el concepto de “clase única” y comenzar a escuchar la “polifonía” que nos ofrece cada encuentro con los alumnos; así en el camino de revalorización y democratización del aula, se reconoce que la libertad promueve libertad, y la libertad permite la apropiación del saber auténtico.

Cualquiera de los posibles recorridos que elija el lector lo ubicará en el “laberíntico” y apasionante trabajo de “conocer”, y este ya es una alternativa valiosa que comparte la propuesta que ofrece el autor. Por ello se reitera la invitación a su lectura.

Profesora María Alejandra Chimenti

INTRODUCCIÓN

Esta investigación, denominada La Construcción de un Cambio Educativo, señala en su desarrollo dos procesos: uno, **la mirada del aula** realizada por el docente investigador¹, quien intenta proponer algunas interpretaciones a la problemática de la enseñanza de la matemática, a partir del estudio de *su propia práctica* y el otro, la **introspección sobre la evolución de las propias ideas** que el profesor concibe acerca de su práctica y de la misma investigación. Surge cuando, en la experiencia docente, se observan dificultades en los aprendizajes de los alumnos en los cursos de Análisis Matemático (Matemática II) en 1° año de la Carrera de Ingeniería Forestal, Facultad de Ciencias Forestales, UNaM.

Entonces, **se plantea una innovación curricular que permite prácticas distintas en el aula y se dirige a superar esas dificultades u obstáculos. Se pretende investigar cómo es la situación² que, en consecuencia, se genera.**

Pero, ¿cómo se pensaba la cuestión problematizada cuando se redactó el proyecto de investigación? La pregunta anterior da cuenta de las creencias, o supuestos, que gobernaban el pensamiento docente cuando propone un cambio en su enseñanza. Se rescatan aquí algunas de esas concepciones del docente, señaladas como *fundamentos* del proyecto de investigación. Son ideas centradas en el alumno, como si las dificultades “observadas” tuviesen al estudiante como *la única causa*.

Algunos **problemas manifestados por los alumnos** eran, por ejemplo, los siguientes:

- Una concepción *mecanicista* de la matemática (automatización en el trabajo matemático).
- Una separación del resto de las disciplinas e incluso de la realidad cotidiana, *descontextualización* (incrementada por los propios entes no-semánticos de la matemática), que les impide aplicar, ejemplificar, resolver, etc.
- Poco desarrollo en *estrategias de aprendizaje*. (No hay observación de las propias formas de aprender: metaaprendizaje o aprender a estudiar).

Estas ideas, que son clásicas e impregnan, en general, el sentido común de los docentes, adquieren nuevos significados cuando la mirada se amplía con el conocimiento más científico de las prácticas docentes.

Hay una inquietud manifiesta en mejorar la educación por parte de un docente de ingeniería que *ha tomado conocimiento* de otros pensamientos, lenguajes y conceptos provenientes *del campo humanístico y social*.

En consecuencia, se reelaboran distintas concepciones. Entre ellas se destacan cuatro, acerca de:

- el **espacio propio** de los alumnos,
- el nuevo **rol docente**,
- la **disociación teoría-práctica** en la enseñanza,

¹ Ver La Historia del Profesor de Matemática en el Apéndice I. El *docente investigador*, el *profesor* son nombres que refieren a quien suscribe que, en el doble rol de profesor y estudioso de su práctica profesional, realiza acciones docentes y luego, a partir de los registros de las clases, analiza, reflexiona, investiga.

² Situación: indica, señala distintas dimensiones del aula, por ejemplo: cognitiva, ética.

el **contenido matemático** como un instrumento formal.

El Problema

De acuerdo con los supuestos de este profesor, referidos a las dificultades manifestadas por los alumnos en el aprendizaje del análisis matemático y dada la intención de estudiar las clases de matemática –que el docente investigador ha intentado modificar con nuevos fundamentos– se define el siguiente **problema** para este proyecto de investigación:

qué situaciones se producen cuando un docente toma conciencia de sus limitaciones en el ejercicio de la práctica educativa y resuelve cambiar el modelo tradicional de desarrollar las clases por otro con participación de los alumnos, abierto a sus inquietudes, escuchando y discutiendo sus críticas.

Los Objetivos

La consideración del problema y los supuestos precedentes permitieron definir el siguiente **objetivo general**: analizar las situaciones que aparecen cuando un docente de matemática se plantea atravesar el cambio educativo, desde un modelo tradicional a uno participativo, en un aula universitaria.

En relación con el mismo, se diseñan algunos objetivos específicos que no constituyen fines en sí mismos sino posibles intenciones de un docente que ha decidido aprender a investigar en la praxis. Por ello, el propio proceso habrá de señalar cuáles de los objetivos diseñados a priori, resultan más interesantes y posibles de desarrollar, y de estudiar, a posteriori.

Los **objetivos específicos** diseñados en el proyecto de investigación eran:

01. Reconocer qué valores están en juego tanto en las intervenciones de los estudiantes como en las del docente, en un proceso de transición hacia una metodología participativa.
02. Indagar cómo en el proceso se van modificando los supuestos o hipótesis acerca de la enseñanza, tanto en el docente como en los estudiantes.
03. Rescatar e interpretar los sentimientos, compromisos y ansiedades que se producen al transitar de un modelo a otro.
04. Autoevaluar permanentemente la práctica personal y colectiva, tanto del docente como de los estudiantes.
05. Analizar las opiniones de los alumnos y la manera en que inciden en la construcción de la metodología de trabajo.
06. Estudiar el grado de coherencia entre aquello que el docente propone y cómo se lleva a cabo.
07. Analizar los modos en que la conducta del docente y de los estudiantes promueven o inhiben la participación en el aula.
08. Indagar cuánto trabaja el docente con el conocimiento matemático propio y cuánto con el del alumno.
09. Describir cómo se modifica la dinámica de la participación en el tiempo.
10. Construir un dispositivo metodológico (intervención de “registradores” externos) para instalar la posibilidad de evaluación de un docente acerca de sus prácticas.

La Innovación Curricular

Se diseña, por un lado, un espacio educativo o de enseñanza-aprendizaje; y por otro, un lugar de investigación de lo que ocurre en el aula. El primero consiste en asignar nuevas tareas al docente y a los alumnos. El profesor troca su rol de *portavoz oficial del conocimiento*, deja de *llevarlo* al aula para pasar a tutorear, guiar el trabajo del alumno.

El segundo aspecto refiere a la formación de un equipo de investigación con cuatro alumnas de cursos superiores, para cumplir tareas de observación y registro de las clases.

La **innovación** consiste fundamentalmente en: **trabajar consignas dirigidas a la búsqueda de conceptos construidos por el propio alumno, cambiar las posiciones del docente y los alumnos** ante el conocimiento, e **incorporar la evaluación a la enseñanza**, como medio para mejorarla.

La innovación sometida más estrictamente a investigación comenzó a gestarse cuando el docente, en la primera clase, luego de señalar los fundamentos del curso y los aspectos administrativos salientes como fechas de las evaluaciones y sus modalidades, volvió a señalar que los alumnos trabajarían con los contenidos matemáticos utilizando los libros y/o apuntes de Análisis Matemático.

Luego, se escribió una serie de preguntas en el pizarrón: ¿qué es una función de 1° grado?, ¿con qué la asociás?, en vez de comenzar él a desarrollar alguna explicación. Por entonces, se había elaborado la figura de un traslado del profesor: cedía el centro “de la clase” (al lado del pizarrón) para ir al “centro del aula”, a la que se le atribuyó un carácter paradójico. Abandonaba sus explicaciones y se prestaba a escuchar consultas y comentarios de los alumnos. Las consignas se dirigían a invitar a los alumnos a buscar, a construir las respuestas, a partir de aquello que conocían o sabían y sus indagaciones en los textos. Este cambio generó múltiples consultas que el docente no respondía estrictamente, sino que utilizaba para producir una discusión. Los alumnos comenzaron a moverse en las clases alterando el paisaje aúlico. En oportunidades se consultaban entre ellos, se cambiaban de silla o de mesa, o salían del aula en búsqueda de textos.

Las evaluaciones se desarrollaron en grupos durante dos semanas (ver Apéndice III). Los alumnos presentan un trabajo de síntesis de los conceptos desarrollados en Cálculo Diferencial (1ª Evaluación), y Cálculo Integral (2ª Evaluación), y eligieron día y hora de una semana que ofrece la cátedra para presentarse. El profesor retiene el trabajo escrito presentado por el grupo en la primera semana, denominada *de trabajo*. Luego, en la semana siguiente -*crítica*- en el mismo día y horario anterior, cada grupo recibe un trabajo de otro grupo distinto y debe analizarlo y criticarlo.

La innovación se manifestó también en la evaluación. Los alumnos, al igual que en las clases, optaron, decidieron acerca del contenido matemático, el día y la hora de la exposición y la conformación del grupo. El docente previamente había expuesto algunas pautas para llevar a cabo el examen. Los grupos deberían ser de 2 o 3 miembros, los horarios se seleccionaban entre una lista de turnos y el tema resultaría del trabajo con una función polinómica de 4° grado o más compleja (como ser racionales fraccionarias) que presentara raíces, asíntotas verticales y/o horizontales, máximos y/o mínimos y puntos de inflexión.

Los grupos elegían la forma de presentación respecto a la utilización de los gráficos, los cálculos analíticos, su expresión oral y como se ponían de acuerdo en el inicio de la palabra y quien o quienes le seguían.

El Contexto Institucional

La Facultad está asentada en la Ciudad de Eldorado, Provincia de Misiones, en una región agraria y forestal donde las actividades madereras de extracción o explotación, elaboración y comercialización son las más frecuentes. Cuenta con un total de 500 alumnos regulares y cuatro carreras: Ingeniería Forestal, Profesorado de Biología y las Tecnicaturas Universitarias en Industria de la Madera y Saneamiento Ambiental.

Se trata de una **institución familiar**³.

En ella se idealizan algunos aspectos de los **vínculos interpersonales**, en tanto se destacan o valoran los aspectos positivos, gratificantes y tranquilizadores de lo habitual o cotidiano y se niegan otros. Prevalen las conductas propias de las relaciones entre los hermanos: *la competencia, los celos y la rivalidad*.

Se recurre a **canales de comunicación** no formales, afectados por *versiones o rumores, el carácter informal de la red* y por los *“porteros” voluntarios o involuntarios*.

En lo **socioeconómico**: los estudiantes pertenecen a niveles carenciados. Se destacan las dificultades de expresión, timidez y la sencillez en la comunicación. Más de la mitad de los alumnos proviene de Misiones. En los últimos años aumentó el número de chicos y chicas que pertenecen a la propia Ciudad de Eldorado y zonas aledañas.

¿Cómo está “ubicada la asignatura Matemática II” en esta Facultad?

Hay un **aislamiento académico**.

Los **términos de intercambio académico** son ambiguos. Es decir, no hay una circulación de conocimiento orgánica programada. Esto es habitual en los vínculos de parentesco de las denominadas instituciones familiares, donde no se explicitan ni las *características*, ni *los contratos* de las relaciones.

De lo anterior se desprende que no hay facilidad para *el encuadre de las tareas* ni para *el seguimiento*.

Entonces, *el trabajo interdisciplinario* necesario para la integración del conocimiento no se puede lograr.

Existe un segundo elemento que conspira promoviendo la enseñanza solitaria de la cátedra: **la especificidad de la materia**⁴. El Análisis Matemático, una *rama* de la disciplina, se suma para aislar aún más la docencia de esta asignatura, dado que hay una especialización hacia el interior de la disciplina al enseñar una materia singular que no facilita el compartir con colegas locales, sino con académicos en otras partes del país y del extranjero.

Según el discurso oficial, la Facultad exige a la cátedra que *se ocupe* de los estudiantes y entable *contacto con otros campos*. En la praxis: esta cátedra de Matemática II se resiste al doble *enfoque familiar y de aislamiento*, tradicional de una disciplina altamente estructurada, en la que es difícil el acceso y permanencia para los estudiantes.

Se acepta sencillamente el desafío de **humanizar la asignatura** proponiéndola

³ Frigerio, G.; Poggi, M.; Tiramonti, G. (1992).

⁴ Clark, B. (1991).

para el desarrollo de los estudiantes *no-matemáticos*.

La Investigación

Para llevar a cabo el proyecto se organiza un equipo de investigación conformado por cuatro alumnas de cursos superiores, el propio docente y una profesional de Ciencias de la Educación, esta en su carácter de Directora de Tesis. Posteriormente, se incorpora una Profesora de Lengua y Literatura en el rol de Observadora Externa.

Los **registros** de: *clases observadas, entrevistas, encuesta y evaluación de rendimientos*, que fueron realizados por el equipo de auxiliares de investigación, se detallan a continuación:

Observaciones de clase (19)

Entrevistas a alumnos (14)

Encuesta anónima (1), al finalizar el curso, a 39 alumnos que habían aprobado la asignatura.

Evaluación de rendimientos (1): 1º Parcial, Tema: Cálculo Diferencial, aplicado a 53 alumnos.

Las clases se desarrollan en el último trimestre del año, desde mediados de setiembre hasta mediados de diciembre, con exámenes en febrero y marzo a fin de que permitan un tiempo para la reflexión final.

Se organizan tres turnos de trabajos prácticos con un número próximo a 30 alumnos en cada uno y una carga horaria, para la asignatura, de ocho horas semanales con un total de 96 horas distribuidas en 12 semanas⁵.

Se trabajó con *alumnos regulares*, considerados como aquellos que cumplían con la asistencia a clase y aprobaban los parciales; y *alumnos libres*, que no cumplimentaban alguna de las dos condiciones para la regularidad.

Cuatro alumnos de condición libre aprobaron el examen final. El resumen de rendimiento fue el siguiente:

Alumnos regulares que aprobaron el examen final.....	53
Alumnos libres que aprobaron el examen final.....	4
Alumnos libres que no aprobaron el examen final.....	<u>36</u>
Alumnos inscriptos (total).....	93

Se consideraba que los alumnos regulares aprobaban el examen final por haber aprobado los dos parciales.

Para el estudio de las clases observadas se han considerado 3 etapas:

1ª Introducción: presentación de la metodología y revisión de saberes previos, elementos para las funciones matemáticas.

2ª Desarrollo: estudio de límites y derivadas.

3ª Integración y Evaluación: estudio de función y evaluación.

La producción teórica contiene los siguientes ejes, que permiten una mejor comprensión de su lectura:

- la *búsqueda de material de trabajo* en las vivencias del aula, a partir de los registros realizados por las auxiliares de investigación;
- la *distinta visión de la matemática* para una enseñanza dirigida a la comprensión, en una búsqueda de otras epistemologías de enseñanza de la ciencia;

⁵ Ver Apéndice III; el número de semanas se amplía a 17 en total, once para Cálculo Diferencial (donde se realizan las observaciones), dos para Cálculo Integral y dos para exámenes.

- la *metáfora*, un recurso singular que se expresa en este trabajo como una estrategia que permite acceder a distintos conocimientos desde otros más conocidos;
- la *etimología*, una necesidad de “vestir con algún ropaje” los objetos cognitivos matemáticos, ¡tan vacíos de significado!;
- la *triangulación de las variables* o dimensiones del aula que resultan del propio proceso de reflexión y análisis de las prácticas.

Mi Aula: sus contenidos

1ª Parte: La libertad, un valor prioritario del aula.

La Primera Parte estudia el valor Libertad⁶, a partir de “La flexibilidad en el proceso de las clases” (Capítulo I) y “Los movimientos en el aula” (Capítulo II).

Se comienza caracterizando la *flexibilidad* y luego *las clases tradicionales* y *las participativas*. A partir de aquí se desarrolla el estudio de la flexibilidad, que se inicia con *las preguntas formuladas por los alumnos en las clases*, sigue con *las elecciones de sus conductas* y concluye con *el análisis de la triada: alumno-profeso-conocimiento*.

Se enuncian: el 1º Supuesto de la Epistemología Única en la Enseñanza de la Matemática y se plantea una epistemología alternativa; las Tesis 1ª y 2ª del *qué hacer de los alumnos* en el aula y del *vínculo alumno–conocimiento en un contexto de libertad*. Finalmente, el 2º Supuesto refiere a la concepción práctica de la educación.

La expectativa de trabajar con el pensamiento del alumno genera movimientos espaciales y modificación en los roles del profesor y los alumnos. Este corrimiento del modelo tradicional educativo conlleva, por un lado, a cuestionar cómo es esta práctica educativa. La respuesta se asocia a la concepción de praxis. Por otro lado, se construye un nuevo rol docente (3ª Tesis) que contribuye a explicitar un supuesto (3º) del profesor sobre el *pensar del alumno*.

2ª Parte: El conocimiento en el aula⁷

En *La amplitud de las consignas*, tercer capítulo, se enuncian dos preguntas acerca de: el significado para el docente, y las consecuencias indirectamente promovidas por esta innovación curricular. Del estudio de las anteriores se elabora la idea de: **el espacio propio de los alumnos** que deriva, constituye, el enunciado de la 4ª Tesis.

En el Capítulo IV se estudia *El diálogo profesor alumno*. La consideración de las interacciones profesor-alumno señala dos supuestos: tradicional del lenguaje (4º) y del pasaje de los lenguajes (5º). Se arriba a la 5ª Tesis: *inversión de los roles del docente y el alumno*.

El estudio de las interacciones permite rescatar la discriminación que el docente realiza con los contenidos en su enseñanza. Esto da origen al Capítulo V: Los contenidos Formales y Figurativos. A partir de la propia práctica y de su experiencia

⁶ Objetivo N° 1: “Reconocer qué valores están en juego tanto en las intervenciones de los estudiantes como en las del docente, en un proceso de transición hacia una metodología participativa”.

⁷ Objetivo N° 8: “Indagar cuánto trabaja el docente con el conocimiento matemático propio y cuánto con el del alumno”.

histórica-docente reconoce ambos contenidos, los caracteriza, desarrolla un análisis y enuncia la Tesis 6ª que expresa cómo se concatenan unos y otros para la enseñanza.

3ª Parte: Los Sentires⁸

El Capítulo VI se inicia con la 7ª Tesis que vincula *la enseñanza del docente con sus gustos, el juego y su propia historia*. Se enuncian cuatro categorías que permiten indagar acerca de los sentires del docente en el aula. Se mencionan dos supuestos: *del rol docente* (6º) y *del cómo enseñar* (7º). A partir del análisis de las categorías se pergeña la idea de que el docente se mueve en un vaivén práctica-teoría. Se formula la pregunta: cómo es eso. Surge entonces un núcleo destacado: la 8ª Tesis de **la disociación teoría-práctica**.

En el Capítulo VII se estudia *El compromiso del profesor*. Para ello se consideran tres categorías. Se enuncia la Tesis 9ª que plantea la posición educativa del docente para la enseñanza de la matemática.

En el último y octavo capítulo se indica *El compromiso de los alumnos*. En este se estudian las evaluaciones realizadas por los alumnos en el 1º parcial. Los exámenes presentados por los estudiantes se clasifican en cuatro categorías. Se formulan dos tesis: *acerca de la investigación educativa y sus descubrimientos* (Tesis 10ª), y *del ejercicio de la libertad en el aula* (Tesis 11ª).

4ª Parte: El Proceso de la Investigación

En esta Parte 4ª se presenta La epistemología del proceso (IX), y el aporte de las auxiliares de investigación (X) en otros tantos capítulos acerca de los aspectos metodológicos del Proceso de Investigación. Se trata del cómo se ha desarrollado esta investigación.

El Capítulo IX desarrolla tres etapas: El Proyecto iniciado en Febrero de 1999, La Revelación del Aula a partir de Setiembre de 1999 y, la última, Las Categorías de Investigación desde Octubre del 2000. Las sugerencias de la Dirección de Tesis, y la propia mirada del investigador se encuentran para dar cuenta de la investigación.

En el último Capítulo (X) se relata la organización del dispositivo metodológico: *el equipo de auxiliares*, a partir de narraciones de dos de las auxiliares de investigación.

5ª Parte: Conclusiones

Consta de un único Capítulo (XI) “La Construcción de un Cambio Educativo”, donde se expresan los principales conceptos estudiados en esta investigación.

SÍNTESIS

La investigación educativa desarrollada en este estudio es una “mirada introspectiva” al aula de Análisis Matemático en el primer año de Ingeniería Forestal. Busca explicitar los acuerdos docente-alumno, vínculos grupales, entre otros, que

⁸ Objetivo N° 3: “Rescatar e interpretar los sentimientos, compromisos y ansiedades que se producen al transitar de un modelo a otro”.

permanecen ocultos en el trabajo docente y en el aprendizaje de los estudiantes en las cotidianas situaciones de clase.

Las primeras tres Partes que constituyen este trabajo permiten plantear los siguientes items:

“La **Investigación Educativa** permite al docente descubrir:

- la relación *amplitud de las consignas*, la elección de **qué hacer** y el **espacio propio** construido por los alumnos en la clase;
- **la relación triangular** que componen *el valor libertad, el alumno* (su compromiso) y *la construcción del conocimiento matemático*;
- **la contradicción** entre el *decir teórico* y el *hacer práctico*, que se manifiesta en situaciones de tensión y conflicto asociadas al **hiato teoría-práctica**;
- el **nuevo rol docente** a partir del aprendizaje de *los signos del aula*, es decir: conocer qué piensan, o qué hacen los alumnos, o interpretar sus conductas, sus manifestaciones, y la *inversión de tareas* entre el docente y los alumnos como consecuencia del pasaje del modelo tradicional a otro participativo;
- **los sustentos de su enseñanza**, como ser: sus placeres-displaceres, el juego y su historia de aprendizajes”.

PARTE PRIMERA:

*La libertad, un valor
prioritario del aula*

Capítulo I - *La flexibilidad en el proceso de las clases*

Los conceptos de *flexibilidad y enseñanza tradicional*

Se cree que puede ser interesante buscar algún significado del término en cuestión y se formulan algunas preguntas: ¿Qué es flexibilidad? ¿Cómo son las clases flexibles?⁹ Una clase flexible es aquella sin imposiciones previas que puede reestructurarse sobre la marcha, o que depende, al menos en parte, de situaciones que emergen en la dinámica de trabajo de los estudiantes.

Respondida la 1ª pregunta, es el momento de caracterizar las clases. Parece oportuno señalar qué es *una clase tradicional*, en tanto y en cuanto se desea estudiar la transición hasta el modelo participativo. La experiencia indica que la enseñanza tradicional se caracteriza por: un alumno *pasivo y cautivo* con *clases estructuradas y cerradas*, de lo anterior: poco flexibles. El alumno es *pasivo* cuando el profesor decide los contenidos, métodos, tiempos y el alumno acepta (o resiste pasivamente), *cautivo* cuando no encuentra posibilidades de elección y, finalmente, las clases son *estructuradas* porque poseen un “programa” anterior al trabajo del aula y *cerradas* o rígidas pues no se permite el ingreso de ninguna modificación, de ningún imprevisto.

La Epistemología Nueva y la Tradicional

El estudio de la flexibilidad interesa y constituye el núcleo de este capítulo, pero surge otra idea cuando *vuelven a mirarse* los registros de observaciones en las clases realizadas por las auxiliares de investigación. Estos permiten teorizar acerca de una epistemología infrecuente de la enseñanza de la matemática. Entonces, sobreviene la reflexión, la cuestión: ¿y cómo es la enseñanza de la matemática propuesta por la cátedra en la innovación curricular? La pregunta anterior permite enunciar la creencia implícita acerca del *cómo enseñar*.

1º Supuesto¹⁰ (de la epistemología única): la enseñanza histórica de la matemática posee una epistemología tradicional que consiste, fundamentalmente, en el desarrollo deductivo de los distintos temas, prescindiendo de otras consideraciones como *la participación del alumno*. Concibe a los actores principales de la educación desarrollando roles fijos pero puede haber otras.

Se intenta destacar *el descubrimiento del docente* que reconoce la posibilidad de existencia de distintas epistemologías. Esta creencia, teoría implícita o supuesto evoluciona durante el proceso desarrollado en esta investigación. El profesor elabora *una nueva mirada de la enseñanza de la matemática*.

¿Cómo se elabora esta concepción, o cómo se llega a aceptar una nueva posibilidad de enseñanza? En realidad, lo nuevo es “la toma de conciencia” del docente. La construcción venía haciéndose desde hacía años en sus experiencias en el aula. Pero, lo novedoso es considerar, aceptar y enunciar una nueva epistemología¹¹ educativa. Sin

⁹ *Flexible* posee una acepción que dice: “...se puede doblar”, o también, que no es rígido.

¹⁰ Supuesto: se van a considerar los supuestos que posee el docente, acerca de distintos temas educativos.

¹¹ ¿Cómo surge el “concepto” de una “nueva epistemología de la enseñanza de la matemática”? Hay una influencia o consideración histórica proveniente de las lecturas (DATRI, E.) del docente acerca del surgimiento de geometrías alternativas, a la *geometría euclidiana*, construidas en el siglo XIX.

embargo, el docente necesitó reconocer primero la existencia de una metodología, una concepción de enseñanza que no admitía otras posibilidades.

La epistemología tradicional de la enseñanza de la matemática es tan hegemónica que no contempla otra alternativa. Entonces, los elementos y las hipótesis que la componen poseen el carácter de “únicos”. Es decir, *los roles* del docente, alumno y el lugar del conocimiento están definidos de modo estereotipado. Esta concepción de enseñanza concibe el objeto de conocimiento ya definido, antes de la clase. La remanida frase: “...la matemática es: dos más dos es cuatro...” revela por sí misma esa idea que el docente lleva al aula: un objeto cognitivo estructurado y rígido. **Esta epistemología reserva como rol docente el de trasmisor de ese conocimiento rígido y, para el alumno, un lugar pasivo de prestar atención y acumular el conocimiento impartido desde la enseñanza.**

La alternativa que presenta la propuesta innovadora cuestiona esos roles fijos asignados al docente, alumno y al propio contenido matemático y es intención de esta investigación educativa estudiar y proponer otra epistemología de enseñanza de la matemática.

Pero, ¿cómo fue la metodología de enseñanza planteada en las clases?

Durante los años 1995 y 1996 se intentaron las primeras innovaciones al currículo de la asignatura. Se realizaron los primeros registros, que refieren a evaluaciones orales donde se buscaban elementos del diálogo profesor-alumno. Por entonces, la asignatura era anual, el número de alumnos alcanzaba de 20 a 25 y la cátedra, unipersonal. Se buscaba una enseñanza más participativa y menos informativa.

Durante el curso de 1997 la asignatura deja de ser anual y se dicta durante un trimestre. Se realizan algunas modificaciones a las estrategias de evaluación utilizadas anteriormente. Se observaba la necesidad de realizar una modificación curricular. Aunque no se reconoció con ese nombre, se ensayaron evaluaciones grupales.

Al iniciar el curso de 1998 se intenta un cambio en la conducta docente. Tal como se señala precedentemente, se diseña, por un lado, *un espacio educativo* o de enseñanza-aprendizaje y por otro: *un lugar de investigación* de lo que ocurre en el aula.

En el año 1999, se reitera la experiencia del año anterior y se presenta un proyecto de investigación de las situaciones del aula: “*La Construcción de un Cambio Educativo*”.

La indagación a la innovación metodológica comienza analizando los valores en el aula. A partir de los registros de las clases observadas, mirados inicialmente desde las preguntas de los alumnos, se estudia en este capítulo la flexibilidad en las clases para dar cuenta del valor *Libertad*. Esa lectura ha posibilitado encontrar una nueva epistemología educativa matemática que reconoce clases flexibles como uno de sus elementos capitales.

El estudio de las preguntas de los alumnos

1- La clasificación

El estudio de las preguntas se constituye en la “1ª ventana” que el investigador percibe como una sensación placentera de estar no tanto mirando a través de sus clases sino entrar al aula para poder asirla y también estudiarla, dar cuenta de lo que ocurre en ella. Como su formación profesional le hace ver material, física y a veces matemáticamente los fenómenos de sus clases, solo atina a clasificarlas como modo de aproximación. Pero cuando lo hace, comienza a reflexionar y entonces percibe que está haciendo dos cosas que se necesitan y se superan pero que no las comprende. La posibilidad de otras lecturas le permite ordenar las ideas en dos instancias. Una primera

de clasificación, que se archiva para el estudio del proceso de la investigación y otra, que le sucede, para el análisis y reflexión. Finalmente, formaliza y considera que las preguntas, en unidad con las respuestas o intervenciones del docente, constituyen un poderoso instrumento de indagación a los fenómenos del aula.

La investigación de la propia práctica coloca en el centro de la escena las dos funciones del docente: *su actividad educadora*, su hacer y pensamiento de profesor que desarrolla en su práctica, y *este trabajo de investigación educativa* donde se estudia, se reflexiona acerca de esa práctica. Ambas acciones no están dissociadas. Ambos ámbitos se pertenecen, se incluyen mutuamente. El primero, cuando el profesor enseña constituye el material de estudio para el segundo y este, con sus análisis y reflexiones enriquece el pensamiento del educador para una mejor comprensión de su práctica educativa, para un mejor logro de la actividad docente.

Pero, ¿cómo se manifiesta ese vínculo enseñanza–investigación, en el tema que atañe? En principio, debería señalarse que el docente, cuando se asume como investigador, en el ámbito de su gabinete, no abandona su “forma de pensar”, sus estructuras mentales o cognitivas, sus experiencias en el aula. Por el contrario, está pregnado de estas vivencias educativas. Pero esto dificulta a veces el estudio, el poder *tomar distancia* para objetivar, extrañar, el docente estudia los registros de las clases, concurre al análisis del aula con toda la impronta de las experiencias educativas.

Aquí se advierte que el criterio de clasificación, considerado inicialmente, está dado por el juicio subjetivo del profesor. Este considera que algunas preguntas poseen determinada característica y pasa a denominarlas como se indica más adelante. Sin embargo, no repara en que *la pregunta en sí misma no es la que posee el atributo que él le asigna*. ¿Por qué ocurre esto? Porque el investigador *está pensando* desde su lugar en el aula. La posible respuesta o comentario que el docente considera pertinente a la consulta del alumno, cuando el educador escucha la duda en el aula, genera *un estado de aproximación*, una interacción del profesor con el interrogante estudiantil que aquel interpreta, por hábito, por comodidad, e incluso por el tiempo¹² singular de las clases, como una clasificación. Claro, al estudiar las preguntas el docente creyó, en una primer mirada, estar haciéndolo como si estuviese en el aula. ¿Por qué? Por lo precedente, porque el pensamiento del profesor sigue *recorriendo* el aula. No ha podido sustraerse de ese ámbito. Las preguntas del alumno dinamizan la clase, y a él también le producen movimiento, luego lo atraen. Al considerar las consultas de los alumnos como un posible material de interés no discierne que, en su función de investigador, debería interrogar esos registros u observaciones del aula e interrogarse a sí mismo. Por ejemplo: ¿será interesante y por qué analizar las consultas que formulan los alumnos? ¿Qué lugar ocupan en esta investigación? Sin embargo, el docente necesita para su trabajo de investigación algún camino de indagación y elige, precisamente, una caracterización de aquellos interrogantes que plantea el estudiante. El educador no siempre puede despojarse de su condición *docente*. En todo caso, es necesario para la investigación: suspender provisoriamente esa mirada docente, pero “queda atrapado” en *esa red* de observaciones que ha construido. Aunque todo esto lleva un tiempo hasta que el investigador lo descubre.

En esta primera instancia se consideran las preguntas, y comentarios del docente, que reciben alguna denominación:

- cuestiones de lenguaje

¹² Se considera que la instancia de la práctica se desarrolla, o se lleva a cabo, desde la inmediatez y la imprevisibilidad.

“Un chico comenta que la función no se puede escribir o expresar algebraicamente, entonces el profesor escribe una función y le explica: *Esta es la forma algebraica* ($y = 2x + 3$), *pero tu comentario viene bárbaro, no importa equivocarse, pues así aprendemos*” (41)¹³.

□ o cómo comprender la idea de función desde lo analítico o diferenciar conceptos

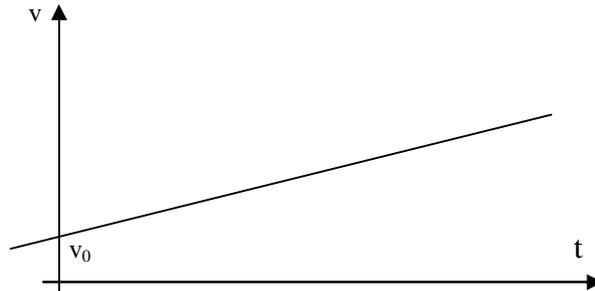
“Un chico se levanta y consulta.

El alumno preguntó qué diferencia hay entre ecuación y función” (5).

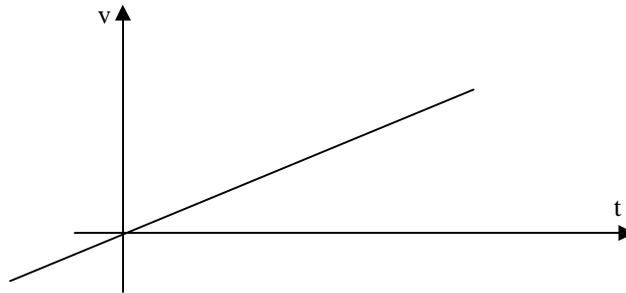
□ u otros obstáculos como los referidos a la epistemología de los entes matemáticos que necesitan vínculos, por ejemplo: la física.

“El profesor escribe una fórmula de física y pregunta, los alumnos contestan en forma gráfica y analítica.

$$v = v_0 + at$$



$$v = at$$

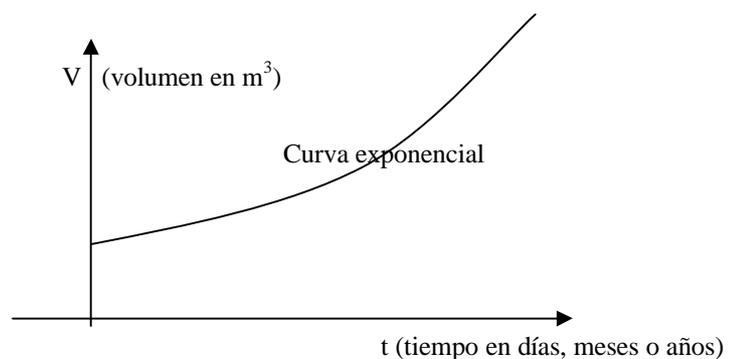


Se indican fórmulas de la mecánica clásica y los gráficos correspondientes” (49).

□ un grupo consulta acerca de la consigna *¿con qué la asociás?* Estaban estudiando la función exponencial y el profesor les indica cómo es el crecimiento de un bosque, señalándoles un vínculo de la matemática con la ingeniería forestal.

“El profesor se sienta a contestar la pregunta y relaciona la función (Exponencial) con los fenómenos biológicos (95).

$$V = k.t^n$$



¹³ Los párrafos en tamaño de letra 10 son registros de las auxiliares de investigación. El número entre paréntesis indica el código de registro. La letra que aparece en cursiva es la intervención docente, o también alguna aclaración del propio docente, señalada en su cuaderno de notas, para completar el registro.

- a un 2º grupo le interesa estudiar una parábola de eje de simetría en x pero no saben cómo hacerlo. Han partido de la inquietud analítico-simbólica permutando “x por y” y quieren saber cómo es una curva que intuyen, perciben, conjeturan se asemeja a algo que conocen.

“El grupo de tres consulta, el profesor se sienta con ellos, uno de otro grupo se acerca a escuchar. El profesor comienza explicando que los chicos estaban errados en la forma de razonar el ejemplo.

El grupo había dibujado una parábola de eje x en un gráfico y vs x y quería saber cómo eran los supuestos coeficientes (a, b, c) de esa función cuadrática. Se les indicó la expresión analítica: $y^2 = x^2$ ” (117).

2- La reflexión y el análisis

La posterior lectura y reflexión acerca de esta primera clasificación permite arribar a otras ideas, lo que constituye el 2º momento. Se trata de conceptos que refieren a la introspección acerca de la evolución de las propias ideas, que el profesor concibe acerca de su investigación, la metodología, y las percepciones que él experimenta. Por ejemplo: la de haber realizado consideraciones con **carácter definitivo, no provisorio**.

En el *pensamiento de este docente de matemática* devenido en investigador, se observa que inicia los estudios por *variables separables*, como si fuesen fenómenos matemáticos que permiten la libre manipulación de las mismas, esa es su percepción. Entonces, dirige su investigación en una primera instancia hacia *las dificultades que manifiestan los alumnos* como: cuestiones de lenguajes, comprensión de conceptos, y la propia epistemología de los entes matemáticos que requieren de vínculos (lo interdisciplinar) para la enseñanza en un primer año universitario. Sin embargo, “a poco de andar”, se tropieza con la no-viabilidad de ese enfoque metodológico. El estudio de las preguntas a partir de la clasificación misma no ofrece las respuestas que buscaba el docente. Sí *a posteriori*, en tanto y en cuanto surja este lugar: de la reflexión y el análisis. ¿Y qué depara la 2ª lectura? **Hay una interdependencia manifiesta de las cuestiones del lenguaje con la no comprensión de los conceptos**. Esto lleva a la consideración de la *triangulación de las variables* o dimensiones del aula. Se entiende por “triangulación” la referencia a ver que las preguntas en sí mismas dicen poco si no se las relaciona con la conducta del docente simultáneamente. No es erróneo “pensar en variables separables” si las consideraciones al respecto guardaran *un estado provisorio* facilitador de ideas superadoras *a posteriori*, a partir de esos primeros análisis parciales. El docente necesita una primera caracterización para organizar la respuesta a la demanda del alumno en ese contexto áulico signado por la espontaneidad y la urgencia propios de la educación sistematizada. Las preguntas dan cuenta o no de la flexibilidad en la medida que los alumnos las utilicen para poder expresar libremente “sus” dificultades, desde sí mismos y se adueñen de esa posibilidad.

La elección de conductas

Simultáneamente con el estudio de las preguntas, para estudiar la flexibilidad en el aula, se decide indagar acerca de qué comportamientos manifiestan los alumnos. ¿Qué hacen? ¿Cuáles son las decisiones que toman? ¿Cómo es la **elección de conductas** o cómo proceder, por parte de los estudiantes?

Los estudiantes pueden tomar decisiones, en principio, porque la cátedra ha planteado a los alumnos un modelo de participación. No hay más compromiso con el conocimiento que aquél que se construye en el aula, es decir que no hay ataduras a ideas preconcebidas. Entonces, las clases les permiten ejercer la libertad de elegir, de

seleccionar las estrategias para estudiar la asignatura. Esto se manifiesta cuando se plantean consignas de apertura, donde el estudiante encuentra una pregunta, o un ítem, simplemente, de la cátedra que le propone discutir, buscar, hasta llegar a alguna respuesta.

- ❑ Los alumnos deciden sus tiempos. Eligen el instante, el momento. Deciden el orden de realización de las consignas planteadas por la cátedra. También se retiran antes de finalizar la clase o consultan después de haber concluido, se quedan trabajando más allá del horario.

Los alumnos ingresan en distintos horarios desde las ocho hasta las ocho y treinta horas.

“8:15 hs. Llegan una alumna y un alumno” (70).

“8:20 hs. Siguen llegando alumnos” (72).

“8:30 hs. Siguen llegando alumnos, llegan y se sientan, mirando el pizarrón donde el profesor está explicando” (78).

- ❑ Una segunda elección refiere a las estrategias de trabajo. Como el alumno que trabaja sin libros, ni hojas para escribir y consulta al docente escribiendo en el pizarrón él mismo,

“Fernando es el único que no tiene libro, salió un buen rato y volvió, ahora está delante del pizarrón leyendo la consigna con el docente. Y va a desarrollar el tema sin libro” (684).

o toma un texto de un compañero y vuelve a consultar.

“Fernando volvió solo sacó el libro de Analía y se lo llevó a su mesa.” (694).

Hay chicos que se levantan de sus asientos y consultan al docente. Otros lo llaman a la mesa y también están los que no consultan.

Algunos prefieren hablar en público y otros no. Formulan preguntas de distinta índole señaladas después en este informe. Otros estudiantes utilizan o consultan conocimientos anteriores. Están los que toman notas y los que no.

- ❑ En las clases donde no se trabaja con guías, los alumnos optan por la función a estudiar. Hay aquí, de hecho, también, una elección de contenidos.
- ❑ También deciden cómo estudiar la función: por representación, por puntos, comparativamente con patrones o expresiones canónicas: como la función cuadrática ax^2 a partir de x^2 , o la exponencial $k \cdot 2^x$ a partir de 2^x . Construyen por observación de sus constantes o utilizando fórmulas como la del vértice de una parábola.

En las clases de límites y derivadas, en “la etapa II”¹⁴ construyen tablas.

Para la evaluación del 1º parcial un grupo G₃ (Ver Anexo IV) descomponía la función en los términos que la componían y luego realizaba una suma gráfica:

$$“ 2 \cdot x^3 + 3 \cdot x^{-2} = (2 \cdot x^5 + 3) / x^2 ”$$

- ❑ Respecto a los tres lenguajes de la matemática (coloquial, analítico y gráfico) cada alumno o grupo los emplea según su elección.
- ❑ Los alumnos eligen también trabajar en grupo o no. En ciertas oportunidades un alumno o un grupo consulta y otro percibe la situación y se acerca a escuchar o participar más activamente.
- ❑ Los sitios físicos también son motivo de su decisión, incluso los modifican o no de una clase a otra.

¹⁴ Ver Apéndice III: Cronogr. d/Cl. Observadas. La etapa II de Construcción del Conocimiento Matemático.

Por ejemplo en la clase del 27 de octubre los alumnos decidieron sentarse en la 2ª mitad del “fondo” del aula. Es decir, lejos del lugar tradicional del docente.

□ Eligen los textos para realizar su trabajo y a veces se equivocan.

“En un grupo la bibliografía no es la correcta.

Suelen confundirse con algunos autores: Rey Pastor, Rabuffetti, Sadovsky y Guber, y Celina Repetto son textos de dos volúmenes o tomos. El primero de Cálculo Diferencial y el segundo de Cálculo Integral. Deberían traer el Volumen I y a veces traen el Volumen II” (84).

En este modelo participativo se observa que la flexibilidad en las clases se manifiesta a partir de la carencia de imposiciones de tiempos y contenidos.

□ Pero hay excepciones a todo esto. Por ejemplo, el docente inicia la 2ª clase (06/10/99, *Funciones: Polinómicas, exponenciales y trigonométricas*) con una explicación tradicional. Considera necesario mostrarles a los alumnos como va a ser la asignatura en su 1ª Parte: Cálculo Diferencial y también el método de estudio.

8:00 hs- El profesor llega casi justo con los alumnos, entra al aula y saluda: “Buenos días” pasa y se dirige al pizarrón y allí dice: “hoy les voy a dar un pantallazo de lo que es la materia, algunos conceptos”. Comienza a escribir en el pizarrón.

Se les indicó un panorama general de la evolución de la asignatura en la 1ª Parte de Matemática II: Cálculo Diferencial. Se dibujó en el pizarrón cuatro rectángulos en una línea horizontal vinculados con flechas. Se les dijo que este dibujo se denomina en ingeniería química: 'flow sheet' y que habrán de escuchar también el término mapa conceptual. Se escribió en cada cuadrilátero: función, límite, derivada y estudio de función. Se dijo que cada módulo o bolilla se vinculaba. Como ser: "la derivada es un límite", el estudio de una función se realiza con límites y derivadas. Se realizaron referencias a cómo estudiar la asignatura: asociando, vinculando: "cuando vean derivadas piensen en límites", "cuando estudien una función y tracen una asíntota piensen en límite, y si es un máximo vuelvan a derivada"(68).

Ante la propuesta del docente de seleccionar alguna función a elección del alumno o del grupo de alumnos, estos consultan acerca de diferentes dificultades que les surgen en la unidad Introducción a las funciones. En instantes siguientes, el docente propone el tema Función Lineal para todo el colectivo de alumnos. El profesor anota las preguntas de algunos grupos, no todos y considera un momento adecuado y de interés para todo el curso, luego toma la palabra y señala con gráficos en el pizarrón cómo habían llegado las consultas y el análisis que se había realizado con cada grupo de estudiantes.

□ Luego se indicará elaborar funciones trigonométricas, exponencial y otros. Aquí se produce nuevamente la excepción. Hay una clase colectiva sobre la base de las preguntas formuladas por los alumnos.

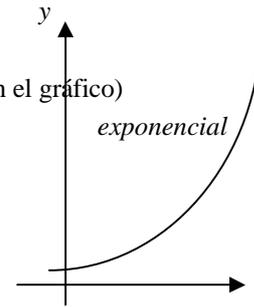
Todo esto supone, está sustentado, en la idea ya expuesta del concepto de ejercicio de la libertad que evoluciona de la clase dirigida *tradicional*, con los contenidos elegidos por el docente a esta clase denominada *colectiva* donde el alumno selecciona los ítems a discutir. Pero, **¿cómo evoluciona el docente? ¿Qué ocurre con él mientras se producen esos cambios?** Hay una suerte de “pacto secreto” entre el docente y el nuevo modelo. El docente acepta que el alumno elija los contenidos y a cambio él sigue con “su pizarrón, tiza, y su relación con el conocimiento matemático”. **El profesor comprende en los primeros momentos, mientras descubre su nuevo rol, o mejor mientras lo construye, que respeta y es coherente con el lugar propio del alumno, donde este expone sus propias ideas pero, también, sigue considerando, quizás sintiendo, que él necesita exponer sus ideas acerca del conocimiento matemático.** Es un vínculo muy fuerte donde el profesor ha intentado poder hacer coherente esa relación docente–conocimiento matemático con los nuevos intereses estudiantiles.

“El profesor pide que borren el pizarrón y se cambia de lugar para observar mejor el mismo, toma mate, se para y va hacia el pizarrón. Dice: “Voy a decir las cosas que preguntaron hoy”.

Comienza a escribir las preguntas en el pizarrón y explica el ejemplo. Antes dijo: “Ahora comienza la clase tradicional pero con las preguntas de los alumnos, comentando que hay que “tener paciencia”, el profesor y el alumno, ya que a veces el que está aprendiendo es lento.

Los ítems que el profesor indicó en el pizarrón fueron:

- ¿Cómo es la función $y = 3^x$ exponencial ($x^2 + 1$)?
- El estudio de los coeficientes de una función (como la indicada en el gráfico)
- ¿Cómo es el coeficiente a de una función exponencial: $y = a \cdot 2^x$?
- ¿Cómo es a en: $y = -2^x$?” (126)



Aunque la clase colectiva es una clase magistral, donde el docente toma la palabra y recurre a la tradicional explicación, ya no elige los contenidos. Estos, por el contrario, surgen de las preguntas de los estudiantes. Por tanto, se está ante un *Estado Intermedio* en el Cambio Educativo hacia una Enseñanza Participativa. El docente modifica algunas estrategias y los alumnos también. Son acuerdos parciales. Inicialmente las consignas propuestas por la cátedra permitían la elección de los contenidos y otras decisiones de los estudiantes ya mencionadas. Pero, el docente recurre a algunas estrategias usuales cuando así lo considera.

Las clases no poseen una estructura rígida, no están pautadas estrictamente, ni existen las clásicas síntesis finales “para cerrar el tema”. Entonces, los alumnos deciden momentos, estrategias y con quien o no estudiar.

El estudio de la flexibilidad permite al investigador reflexionar acerca de su práctica en el aula, y descubre **la diversidad de clases que se están realizando al unísono.** En tanto y cuanto el profesor atiende las distintas preguntas formuladas, observa que **el ejercicio de la libertad propuesto por la cátedra induce al alumno a realizar sus propias consultas y compromete al propio docente a realizar clases personalizadas. La libertad se manifiesta en una epistemología alternativa.**

De lo anterior se desprende:

Tesis 1ª (de las conductas estudiantiles en el aula): “La elección de qué hacer en el aula por parte de los alumnos promueve la coexistencia de clases simultáneas, paralelas.”

Y esta elección por parte de los alumnos, de distintas clases simultáneas, está inserta, caracteriza a juicio de este investigador, una nueva epistemología de la enseñanza de la matemática. Se puede decir que la Libertad se manifiesta, se expresa en situaciones de clases que constituyen una epistemología alternativa como ya se ha visto. Si bien todos estos conceptos enriquecen este trabajo de investigación, y van dando cuenta de los descubrimientos que el docente realiza en su papel de investigador, es dable destacar y es otra dimensión relevante de la investigación: *la toma de conciencia* que el docente realiza al poder mirar sus clases, al encontrar nuevas formas de conducción de las actividades del aula. Más democráticas, más placenteras, más redituables en términos de aprendizajes. En suma, **esta investigación es educativa porque permite al profesor perfeccionarse en su qué hacer docente.**

La flexibilidad desde la metáfora

En los Encuentros Docentes de Enseñanza de la Matemática, para el tema Didáctica, suele presentarse a los tres actores del aula: profesor, alumno y conocimiento matemático en términos de vértices de un triángulo. Surge la siguiente cuestión:

¿Cómo se estructuran los componentes de la *triada didáctica*? Entonces, se procede a estudiar la flexibilidad en el aula desde el análisis de las posiciones del

conocimiento, del *alumno* y del *docente*. Pero este triángulo constituye una metáfora, más exactamente una metáfora espacial o geométrica: la de una tópica¹⁵. Como toda metáfora, esta sugiere, hace ver alguna cosa. ¿Qué cosa? Que existen tres *actores fundamentales* para comprender el “qué hacer” del aula. Se puede pensar que se encuentran ubicados en los vértices de un triángulo. Los triángulos, nos enseña la geometría, poseen vértices y segmentos que los unen: los lados. Pero, ¿qué nos dice esta metáfora? Los lados son las relaciones o vínculos entre los tres “actores”. En el *modelo tradicional* hay una hegemonía del segmento docente-conocimiento. La *lectura de los registros*¹⁶, a partir de la metáfora, muestra en cambio una preeminencia del lado alumno-conocimiento en la propuesta innovadora. Esta transición de un modelo a otro requiere pasar de recorrer el segmento docente-conocimiento a trabajar en el lado alumno-conocimiento. Esta idea, concepción, del énfasis puesto en la relación alumno-conocimiento, se origina, se sustenta, se desarrolla, cobra valor, en la libertad que la cátedra propone pero recíprocamente, es el valor libertad el que se sustenta en esa forma de encuentro del alumno con el conocimiento en las prácticas del aula de matemática.

Lo anterior se dirige, deriva, lleva al siguiente enunciado:

Tesis 2ª (del vínculo alumno-conocimiento): “En el aula puede surgir un vínculo dialéctico entre el alumno y el conocimiento si media, como contexto, la libertad”.

Cuando se citaban precedentemente los fundamentos de esta investigación, se significaba un lugar de referencia. Un decir: “Bueno, hay problemas en aprender matemática”, y a continuación: “Hay que cambiar la forma de enseñar”. Pero, ¿qué ideas están presentes en el docente para hacer modificaciones? ¿Qué concepciones posee, qué lo lleva a realizar esta modificación? El docente poseía información acerca de la ciencia de la educación. Hasta el inicio de esta investigación eran teorías extrañas a sus prácticas, aunque le resultaban afines a su forma de pensar. Las sucesivas reflexiones con el grupo de investigación acerca de sus propias prácticas en el aula permitieron **vincular esas teorías extrañas con las acciones en las clases y reconstruir nuevas concepciones**. Todo esto llevó al docente a reflexionar cómo eran sus ideas acerca de la educación. Pero ideas que surgieran de acuerdo a sus propias prácticas. Es decir, en su praxis, ¿qué teoría o teorías estaban sustentando **su quehacer en el aula**?

2º Supuesto¹⁷ (de la educación): “La educación es una ciencia práctica, cuyos objetivos son inherentes, intrínsecos a cada acto educativo y su finalidad general es producir un cambio”¹⁸. Ese supuesto significa un respeto desde la cátedra hacia los tiempos psicológicos y cronológicos de los alumnos. Se había señalado la carencia de imposición de contenidos y se añade la no imposición de tiempos que se desprende de la observación de los registros y que se reafirma con el enunciado de este supuesto. Este no a imposiciones de contenidos, de tiempos, de estrategias de estudio, etc., **constituye la flexibilidad de las clases** y, por ende, el reconocimiento del valor Libertad como una dimensión de las situaciones del Aula de Matemática.

¹⁵ Tópico, del griego topos: lugar. Una tópica representa en un aspecto definido los respectivos lugares ocupados por tal o cual realidad.

¹⁶ Ver Registros 41, 5, 117, 126 citados en este capítulo. Se trata de la función de 1º grado (41), la diferencia función-ecuación (5), la parábola de eje x (117) y distintos ejemplos de funciones exponencial y de 2º grado (126). En los casos ya mencionados los alumnos plantean su abordaje propio, su relación con el co-nocimiento. El docente facilita ese vínculo.

¹⁷ Este es un supuesto que el docente ya poseía antes de iniciarse la investigación. Pero, ocurre como que estaba oculto, no explícito. Las sucesivas reflexiones, cuestionamientos y análisis de las situaciones del aula y de su propio *metier* permiten explicitarlo.

¹⁸ Carr, W. (1990); Carr, W.; Kemmis, S. (1988).

Capítulo II - *Los movimientos en el aula*

El interrogante formulado en el inicio de este estudio enunciaba: qué situaciones se producen en el desarrollo de la práctica educativa cuando un docente modifica su metodología de enseñanza. Se observa un ejercicio de libertad de los estudiantes en la práctica del aula que se traduce en movimientos.

El docente había invitado a producir un corrimiento respecto al conocimiento cuando se propuso **trabajar con el pensamiento del alumno**. Esto generó, entre otras cosas, un movimiento físico del propio docente. Este comenzó a caminar entre los bancos y mesas de los alumnos. *A ciencia cierta no sabía cuál era su tarea a cumplir*. Esta idea caracteriza no solo la investigación sino también la innovación curricular. Se cuestiona: ¿cómo se organiza la práctica educativa? ¿Cuál es la concepción fundamental que subyace en toda esta propuesta de educación e investigación?

Para encontrar las respuestas, es menester retrotraerse a los fundamentos del proyecto de investigación. El docente sabía que históricamente los alumnos no elaboraban buenos aprendizajes en las clases de matemática¹⁹. Debía producirse una modificación en la enseñanza. Pero no estaba *suficientemente preparado* para llevarla a cabo. Entonces, y contestando las dos preguntas anteriores, **la práctica educativa se concibe como una praxis**. Es en la **praxis** donde se forma el docente.

Pero, ¿qué es praxis?

La praxis es una forma de acción muy especial, singular. Se trata de una acción de hacer-realizar²⁰. La diferencia con otro tipo de acciones²¹ se da, se observa, en la orientación, es decir, hacia donde se dirige. Es una acción encaminada a alcanzar y mantener una forma de vida moralmente buena. Pero este fin ético no es un producto fijo para el cual la praxis sea el medio instrumental. Un rasgo, característica esencial de este tipo de acción es la definición o análisis de sus fines: **solo se da, se lleva a cabo en la misma praxis**. Esta, entonces, está siendo constantemente re-interpretada y revisada. El bien ético que constituye el fin de la praxis no puede *confeccionarse*, solo puede *realizarse*. Esta *referencia teórica* define la posición del docente investigador acerca de *comprender su rol*, su tarea en el aula.

Así como se propuso *para el alumno aprender en su propia reflexión*, en su descubrimiento, en su hacer, esta cátedra autoplanificó *construir su trabajo docente en sus propias prácticas*. Cada acción de los alumnos y del propio docente constituyeron el contenido adecuado para la reflexión y el análisis. El contenido del alumno: *matemática, pensar,...* y el del docente: *su rol, su tarea* en la nueva metodología de enseñanza de la matemática.

El aula se transformó en *el lugar donde el docente buscaba pensamientos* de las que carecía en el inicio de la innovación curricular. Ideas que necesitaba para comprender cómo era su práctica. Para razonarla, para perfeccionarla. *A priori*, parecía imposible. El docente no sabía cuál era su rol. Ni siquiera era consciente de su falencia. Pero, a pesar de su desconocimiento, poseía una firme voluntad de superar el modelo tradicional. Entonces, esta planificación curricular comienza sustentada en su enfoque práctico. Una concepción que se considera fundamental: **el conocimiento se construye en**

¹⁹ Este es el origen de la investigación educativa, **la insatisfacción docente**. No se trata de considerar resultados *malos* o adversos o no esperados. No es un problema objetivo, por el contrario es totalmente subjetivo.

²⁰ Carr, W. (1990).

²¹ La acción de hacer-confección refiere a una acción distinta.

la práctica. ¿Y qué significa? En principio, refiere a abandonar la concepción de los fines u objetivos buscados, perseguidos, a lograr mediante medios instrumentales que permitan alcanzarlos.

Se trató de encontrar el rol docente en la propia práctica, asumiendo el desafío que implicaba. Se sabía lo difícil que habría de ser. Sería un ir a tientas. Pero también redundaría en situaciones valiosas. Como ser: el docente va descubriendo en las clases que su rol no es la erudición, ya no se trata de *explicar* sino de ayudar, *facilitar la comprensión*. Es la sustitución de un paradigma por otro más amplio.

El docente tiene conciencia que los contenidos que él enseña no son aquellos que los alumnos vinieron a estudiar en la carrera. Entonces, deben desarrollarse las clases de modo que los ayuden a pensar, a crecer. Un crecimiento matemático, intelectual desde luego, pero dirigido a la ingeniería, que es una carrera no matemática. Cabe agregar que desde ese estado inicial que posee el docente, donde se encuentra, evoluciona a otro que le permite comprender las prácticas del aula, trabajando *en* ellas y reflexionando *acerca de* ellas.

¿Cómo comienza(n) esa(s) reflexión(es)? El docente registra sus propias observaciones en su cuaderno de notas, en otras situaciones descansa, o atiende consultas, pero hay momentos en que solo observa. Esto es nuevo. El movimiento del docente derivó en un nuevo rol: **estudiar las conductas de los alumnos**. ¿Qué observar, cómo? Seguramente los comportamientos de los alumnos. Pero, ¿cómo son estos nuevos signos?

Se ensaya una nueva tesis.

Tesis 3ª (acerca del pensar del alumno): La Construcción de un Cambio Educativo permite, requiere al docente aprender a conocer qué piensan, o qué hacen los alumnos e interpretar esas manifestaciones. Es un rol nuevo que caracteriza, o enriquece el pasaje de la enseñanza tradicional a otra más participativa.

Admitir conductas no-convencionales de los estudiantes en el aula exige, simultáneamente, interpretarlas y actuar en consecuencia. Pero, ¿y los alumnos se mueven?²², ¿cómo son esos movimientos? En el modelo clásico educativo no hay movimientos espaciales en las clases. Solo se mueve el docente. El alumno únicamente lo hace para entrar y salir del aula, pero no se mueve en el espacio aúlico. Esto último ocurre cuando el docente lo indica con alguna consigna como: “formen grupos de 2, o de 4...”.

Se desprende de las consignas la invitación de la cátedra para que los alumnos trabajen aisladamente o en grupo, según lo necesiten o prefieran. También, surge que el docente requería con insistencia que cada alumno trabajase individualmente. A algunos chicos no les gustaba: por hábito, por dificultad en el aprendizaje o por otras razones, y preferían hacerlo en grupos. El profesor suponía que el ejercicio de libertad implicaba tomar contacto con el conocimiento en forma individual.

En esta investigación se observa, entonces, otro supuesto docente:

3º Supuesto (del pensar): el docente supone que ejercer la libertad es pensar y muy singularmente: *pensar individualmente*.

Pero los alumnos eligen otra posibilidad: pensar, pero en grupo. El pensar del profesor era un pensar con mandato: pensar solo y sobre conocimientos matemáticos. Tal era *la representación* del docente sobre el ejercicio de pensar. En esto se observa

²² Movimiento: refiere a modificar su posición física en el aula.

una tensión entre ambas concepciones de trabajo, interpretadas por el docente, por un lado y los alumnos, del otro. ¿Y cómo era el resultado de la propuesta? Algunos alumnos cumplían la consigna de trabajar solos y otros no. Mientras tanto, el docente recorría los grupos y respondía preguntas o se ofrecía a ayudar. Pero, ¿cómo se daba esa interacción? Frecuentemente, el alumno que más conocía el tema era el que preguntaba y dialogaba con el docente. El profesor charlaba con él, pero luego indagaba si los otros del grupo habían aprendido. El docente continuaba con el supuesto del trabajo independiente.

Entonces, se observa que hay un doble sistema de expectativas, de representaciones. Resulta también un estado de tensión, dinámico, de negociaciones, acuerdos, de ceder a veces y otras no, en la relación profesor-alumno.

PARTE SEGUNDA:

*El conocimiento
en el aula*

Capítulo III - *La amplitud de las consignas*

El profesor elaboraba algunas ideas para proponer a los alumnos en la primera clases. Él había enunciado un cambio de metodología en las clases de matemática pero, ¿cómo llevarlo a cabo? Sabía que la clase no se reducía a *ir al pizarrón y explicar el tema*, también pensaba que *el alumno debía trabajar y el docente ayudarlo*. Ya no era necesario que el profesor “motivara al curso”, según el modelo tradicional, el alumno *intentaría* buscar. *En el escritorio* se elaboraban estas ideas.

Las consignas debían estar en *consonancia* con el proyecto. Se poseía información de distintos cursos de post-grado pero, otra vez ¿cómo realizarlo? ¿Qué hacer como docente? ¿Cómo enseñar? ¿Qué indicar a los alumnos? Al plantear la innovación curricular propuesta, planificada, pensada, las consignas fueron las primeras acciones en el aula, cronológicamente hablando.

Hasta aquí, la propuesta metodológica, pero ahora interesaba investigar esas observaciones en las clases de matemática, llevadas a cabo por las auxiliares y documentadas en registros. En estos, se considera *estudiar las consignas propuestas* por el docente en cada clase, que requiere reflexionar acerca de varios aspectos:

- ‡ A) ¿Qué *significan*²³ para el docente, intuitiva o conscientemente, las preguntas iniciales en los temas matemáticos?
- ‡ B) ¿Cuáles son *las consecuencias*, en la actuación de los alumnos, que indirectamente promueven estas consignas propuestas por la cátedra?

A) Para el estudio e investigación del **significado docente** se analizan las consignas en tres etapas²⁴:

I) Se analizan las consignas en la *“Introducción”*. Este período posee ese carácter de “aclimatación”, de mutuo conocimiento alumno–profesor, de información acerca de qué trata la asignatura y las intenciones de la cátedra (por parte de los alumnos), de los conocimientos previos de los estudiantes (por parte del profesor), lo cual se indica -coherentemente con la propuesta de la cátedra- con consignas *abiertas*, no dirigidas, no tan preocupadas por el producto final, como sí por la elaboración propia del alumno. Al docente le interesa *el hacer de los alumnos en el aula*, como una actividad que posibilite, por ejemplo **la reflexión, el análisis de los errores** –considerados como *instrumentos formales*²⁵– no solo para la apropiación de los contenidos, sino para el desarrollo del propio alumno, para su preparación, formación que lo habilite, capacite para enfrentar los próximos temas de la asignatura, así como más adelante otras materias de la carrera, lo que se justifica con la última consigna del registro (1).

²³ Decir “significa” no es una referencia a la acepción etimológica ni al significado desde la semántica. Se trata de interpelar las clases para dar cuenta del lugar pedagógico o psicológico que ocupan las consignas desde la posición del docente.

²⁴ En el Apéndice III se indican diecinueve clases observadas en tres etapas: Introducción (1ª a 6ª clase), Construcción del Concepto Matemático (7ª a 15ª clase), Evaluación e Integración (16ª a 19ª Clase).

²⁵ Instrumentos o contenidos formales son aquellos que se dirigen a las operaciones. Por ejemplo, analizar, reflexionar, discriminar.

“Tema Función Lineal.

Situación de Enseñanza: el docente invitó a los alumnos a sentarse solos, luego de unos minutos, hacerlo de a dos compartiendo ideas, más tarde de a cuatro y finalmente de a ocho, y escribió cinco consignas en el pizarrón: ¿Qué es una función de 1º grado? ¿Con qué la asocias?

¿Cuáles son los elementos más importantes de la expresión analítica? ¿Qué indican esos elementos gráficamente? ¿Qué dificultades tuviste para contestar las preguntas?” (1).

En las primeras clases el contenido ocupa un lugar totalmente irrelevante, en tanto y en cuanto son conocimientos que se han estudiado en asignaturas anteriores e incluso en el nivel secundario. Luego, la amplitud de las consignas permite reconstruir, resignificar conocimientos frágiles²⁶.

El autor denomina Conocimientos Frágiles: aquellos que son olvidados, inertes, ingenuos o ritualizados.

La cátedra intenta que el alumno recupere esos saberes *olvidados* que pueden haber sido aprendidos sin un contexto adecuado, o *inertes*: aunque el alumno recuerda una secuencia algorítmica, no logra aplicarla a ninguna situación, o *ingenuos*: cuando no ha realizado suficientes búsquedas, no los ha construido por diferentes situaciones, caminos, y *Cree* que un determinado conocimiento se limita a una única o primera expresión dada en una clase o explicación de algún profesor. Se observa frecuentemente esta modalidad cuando se recurre a simplificaciones algebraicas en algunas fracciones como por ejemplo:

$\frac{3x^2 + 8}{3x}$ y el alumno incurre en el error de simplificar el 3 del numerador con el 3 del denominador. O *ritual*: cuando se adquieren para el

cumplimiento de tareas escolares y cuya excesiva rigidez en los momentos de su adquisición, de su proceso de construcción, impide su utilización en situaciones nuevas. Esta primera etapa de *Introducción* cumple con la tarea de *batir a duelo* al conocimiento frágil.

Las cinco preguntas –que se indican en el registro (1)– no son estrictamente interrogantes que persigan una única respuesta, o un conjunto predeterminado de resultados, sino meros indicadores de algún camino que deben construir los propios alumnos. Invitan a saber cómo son los entes matemáticos. Algunas señalan un carácter ontológico en la lectura o interpretación hecha por el docente. Un qué es. “¿Qué es una función de 1º grado?” Otras a desarmar, desestructurar *el clásico aislamiento matemático*, un mal endémico de la educación matemática, señalado en los fundamentos del proyecto de investigación. Por ello se sugiere que el alumno asocie, descubra y construya sus propias analogías. ¿Con qué la asocias? (se refiere a la función de 1º grado).

Que analice los componentes de un complejo matemático, en este caso, la función, y que discierna lo relevante de lo rutinario. Para ello se propone la pregunta: ¿Cuáles son los elementos más importantes de la expresión analítica? Hay una pregunta dirigida a la interpretación a partir del pasaje de un lenguaje a otro ¿Qué indican esos elementos gráficamente? Finalmente un mirar sus propios aprendizajes. ¿Qué dificultades tuviste para contestar las preguntas? El docente invita a los alumnos a pensar a partir del juego²⁷ matemático, diferenciándose del clásico *hacer*. En la

²⁶ Perkins, D. (1992).

²⁷ Juego: posición ante el conocimiento, a partir de considerar, pensar, suponer, que el alumno debe operar con, conocer a, discriminar, analizar, reflexionar sobre, el conocimiento antes que apropiarse mecánicamente de él. Se trata de una acepción dirigida al lugar del alumno para operar con el conocimiento antes que remitirse, exclusivamente, al aspecto lúdico.

primera clase -de esta etapa introductoria- las consignas, idénticas para los tres turnos de trabajos prácticos, indican una **propuesta de búsqueda**. Esta etapa persigue, si cabe el término, la intención de trabajar un tipo de contenidos que no son los usuales del programa tradicional, se trata de *los instrumentos o contenidos formales*.

II) En la etapa de “Construcción del Concepto Matemático” (los contenidos son: *Límites y Derivadas*) se reitera la actividad de búsqueda pero, ahora interesan al docente la construcción de los conceptos matemáticos en ambos temas (*Límites y Derivadas*) a partir de *qué es*.

“Situación de Enseñanza: se formuló un organizador avanzado para los alumnos donde constaba:

❑ *Qué estudiar:*

1- *Concepto de límite a partir de los lenguajes gráfico, coloquial y analítico.*

2- *Asíntotas.*

3- *Aplicación.*

❑ *Cómo estudiar (qué preguntas formular: qué es límite, dónde se usa, qué lenguajes se utilizan).*

Se mencionó que se iba a estudiar durante dos semanas límites y que traten de acudir a más de una clase por semana. Se organizó el tiempo en tres partes, a saber:

1ª Parte: Concepto de Límite.

2ª Parte: Cálculos de Límite y Aplicación (Límites finitos, infinitos, asíntotas y continuidad).

3ª Parte: Evaluación.

La consigna es que busquen en los textos y estudien el concepto de límite. Para ello deben trabajar solos”. (136), (498), (745).

Aquí surge el **cálculo**. Esta propuesta se da a partir de guías de trabajos prácticos²⁸. La presentación de ejercicios escritos como Trabajos Prácticos N° 2 de Límites y N° 3 de Derivadas no es inmediata al inicio del tema o unidad. No es lo único, ni siquiera es fundamental, ni exige una correspondiente "carpetita de trabajos prácticos". Entonces, ¿qué rol ocupa? Es una guía²⁹. También es sustituible por otros ejercicios o ejemplos que los alumnos o el docente propongan, busquen, encuentren en alguno de los textos de la asignatura. Incluso en cada iniciación de tema, por ejemplo: en las primeras clases de límites, la guía no se utiliza. En estas clases se sugiere al alumno que consulte textos, que lea hasta poder construir, utilizar, aplicar, contar (...) algunos de esos conceptos. Estas consignas buscan conocimientos *prácticos* antes que *técnicos*. En esta 2ª etapa las consignas son similares a la primera en tanto se inician con búsquedas bibliográficas y a partir de las discusiones en grupo, pero se diferencian porque ahora promueven **la construcción del concepto matemático**, eso sí a partir de las propias decisiones del alumno. Ya no poseen ese énfasis en el contenido formal como en el 1º período de Introducción. Sin embargo, en las clases subsiguientes –en la Etapa II de la Construcción del Concepto Matemático– el contenido figurativo (el tema matemático) guarda un rol que el profesor estima necesario, hay una exigencia: hay que estudiar límites y derivadas. Esto ocurre porque no son conocimientos que el alumno ha estudiado sino que son saberes nuevos y la cátedra considera que esos contenidos serán requeridos para el avance de la asignatura y demandados por otras materias de la carrera del estudiante. Luego las consignas -que adquieren una forma más tradicional- persiguen **la resolución de ejercicios**.

III) En la etapa de “Evaluación e Integración” se vuelve a la amplitud desarrollada en la primera. No se encuentra la exigencia ni la urgencia de construcción

²⁸ Ver Guía de Trabajos Prácticos en Anexo I y II.

²⁹ Guía o tutor, como ocurre con las plantas cuando son jóvenes a las que se les adosa una estaca o soporte de palo o caña donde puedan apoyarse hasta completar su crecimiento y poseer un tronco fuerte.

de algún tema matemático, como en la 2ª (etapa) pero surge una componente fuerte del proceso educativo: *la evaluación de los aprendizajes*. El docente considera algunas ideas, concepciones que caracterizan esta etapa, como *transformar la evaluación en una herramienta de conocimiento*, dado que *la evaluación es parte y no un apéndice de la enseñanza y el aprendizaje*³⁰. En la medida en que un sujeto aprende, simultáneamente evalúa, discrimina, valora, critica, opina, razona, fundamenta, decide, enjuicia, opta,... entre lo que considera que tiene un valor en sí y aquello que carece de él. Es decir, la evaluación no es una verificación, ni una comprobación de logros de unos objetivos o contenidos por actos de control de pruebas y exámenes. Luego, *la consigna es suficientemente amplia*. El alumno *debe elegir* una función y estudiarla con los conceptos elaborados en las unidades anteriores.

“Situación de Enseñanza: se indica a los alumnos que deben realizar la siguiente tarea: elegir una función y estudiarla. Hallar el dominio, las raíces, las asíntotas, los máximos y mínimos, los puntos de inflexión y luego graficarla”. (302), (813), 6ª Clase.

Las consignas, como la anterior, señalan que la 3ª etapa está dirigida, dedicada, persigue la intención que cada grupo de alumnos desarrolle sus posibilidades, sus conocimientos adquiridos en las unidades anteriores de límites y derivadas para la construcción analítica y gráfica de una función matemática. El ítem señala algunos contenidos matemáticos propios de este tema, como dominio, raíces, etc., pero a modo de guía. Dependerá de la función que elija cada grupo el realizar esos estudios o no.

Las consignas permiten que el docente señale, o el alumno descubra, por ejemplo: la actividad de teorizar.

“A la alumna que está consultando, el profe trata de explicar que tiene que aprender a teorizar” (815).

“Ezequiel escribe pero, por instantes, mira hacia fuera y de golpe ha golpeado la mesa y fue a verlo al “profe”, fue como si hubiera descubierto algo, se dio cuenta que la parte mecánica de la consigna ya la ha alcanzado pero le dice al profe que le falta la parte teórica.

El alumno estaba resolviendo un ejercicio del texto de Análisis Matemático Tomo I de Celina Repetto. Pero no sabía porqué. Seguía los pasos de cálculos analíticos para las derivadas primera y segunda y luego la obtención de los puntos máximo y mínimo pero no sabía por qué debía ser cero la derivada 1ª”(824).

En este período, a partir de las consignas, se trabaja con conocimientos elaborados en las etapas anteriores y existe la intención *que el alumno pueda realizar abstracciones* desde algunos ejercicios particulares. Uno de esos "gap" o "saltos" cualitativos que experimenta el alumno es el paso de la representación gráfica por tablas, es decir, dibujar la función *punto por punto*, a la *representación por conceptos*: máximos y mínimos, puntos de inflexión y asíntotas.

B) La relación “consignas-conducta” de los estudiantes.

Los alumnos encuentran que pueden plantear los temas de la asignatura en sus propios lenguajes, tiempos, de acuerdo a su forma de pensar. Surge en las clases el **espacio propio** del alumno. Por ejemplo, cuando una alumna pregunta si la función $(1/x)$ es una recta porque *x está elevado a la 1ª potencia*.

“Grupo A: los alumnos indagan, se autopreguntan, se complican, discuten y utilizan gráficos.

Una alumna preguntó si $y = (1/x)$, donde hay proporcionalidad inversa entre las variables, y donde x está elevada a la 1ª potencia, puede tener una asíntota.

Se le preguntó a los alumnos del grupo: ¿cómo es esta recta que tiene asíntotas?

³⁰ Celman, S. (1998).

Se habló con todo el grupo acerca de la proporcionalidad de la recta que está asociada o representada por una expresión analítica donde x está elevado a la 1ª potencia y en la función dada el exponente es (-1), y también se señaló que $(1/x)$ es una hipérbola con asíntotas” (412).

La escasa rigidez, la no estructuralidad de las consignas permite a los alumnos primero buscar “los que” de los contenidos y segundo “los cómo”, construir sus propias estrategias para averiguarlo. Cabe agregar que el espacio propio de los alumnos lo es no solo por la autoría en la construcción, sino porque el docente se permite la crisis que implica cancelar el antiguo rol de control del conocimiento y autoplantearse aprender o re-aprender uno nuevo. Permite humanizar al docente quitándole el halo de “sabelotodo” porque permite descubrir todo aquello que no sabe. Como en el ejemplo de $(1/x)$. Aunque matemáticamente el docente pueda discernir si la función es o no una recta, surge una duda legítima de la alumna que genera un análisis y este permite aprendizajes. Para ella, el concepto de recta en el lenguaje analítico, el aprender a leer detenidamente, a no juzgar superficialmente; y para el docente: la utilidad de *instalar* ese conflicto de “una recta con asíntotas” que genera un debate. Las consignas ocupan -para el alumno- el lugar de lo *protodisciplinar*³¹, es una invitación a una mirada particular o parcial de la disciplina.

¿Qué teorías, qué marco teórico sustenta la innovación curricular planificada por la cátedra? Respecto a las *teorías* que subyacen en esta propuesta se puede señalar, como se dijo más arriba, que la amplitud de la consigna derivaba en un espacio singular de relación con el conocimiento creado por el alumno. Estas preguntas que formula el docente cumplen un rol de acercamiento, de “puente” para el alumno que intenta construir un saber. Considerar las consignas protodisciplinares permite pensar en **puertas de entrada**³² a la disciplina. Hablar de puertas de entrada sería reconocer un conocimiento como una casa a la que se puede acceder por puertas diferentes. Este concepto permite reconocer que los alumnos pueden llegar por distintos accesos a la disciplina. Las consignas son provisorias, sugieren un primer tratamiento protodisciplinar del conocimiento: luego de arribar al mismo, esas *puertas* desaparecen.

Otra concepción que aquí resulta pertinente es la de “**zona de desarrollo próximo**” de Vygotsky. ¿Por qué? La cátedra sugiere que cada alumno, a partir de su participación en relación con consignas que constituyen “andamiajes”, construya el conocimiento que pueda, que le interese, como se mencionó precedentemente. Esa participación se transforma, potenciada por el docente, en un escenario propicio para el aprendizaje. Entonces, las consignas son pretextos para indagar y reconstruir el conocimiento matemático. El objetivo delineado por el docente no es cumplimentar a “pie juntillas” los enunciados, sino que estos le sirvan al alumno para aprender matemática y para encontrarse consigo mismo, para crecer, desarrollarse como se indica en:

“Situación de Enseñanza: se indica a los alumnos que, utilizando textos, busquen el siguiente concepto: la derivada de una función” (574) 5ª Clase.

“Situación de Enseñanza: se indica a los alumnos que realicen los ejercicios de derivadas del Trabajo Práctico N° 3 utilizando las fórmulas deducidas por definición que constan en la Tabla de Derivadas”. (770) 5ª Clase.³³

Y también (302), (813), 6ª Clase.

La cátedra planifica, plantea, propone al alumno actividades que:

- guardan, conllevan un objetivo principal de **pensar antes de hacer**;

³¹ Protodisciplinar: es una aproximación, no una deformación, son *las puertas de entrada*. Le permiten descubrir la matemática. Cuando el trabajo propiamente dicho se desarrolla, las consignas son relegadas, se olvidan. Solo invitan al estudiante a buscar, este habrá de decidir su conducta.

³² Gardner, H. (1993).

³³ Ver Trabajo Práctico N° 3 (Derivadas) en Anexo II, Tabla de Derivadas en Anexo III.

- solicitan **actitudes personales de compromiso**, individuales o grupales;
- invitan a la **participación**.

Luego, esas consignas dan cuenta de un cambio respecto a los clásicos ejercicios de cálculos con aplicación de algoritmos para arribar a resultados predeterminados.

¿Y cómo reaccionan los alumnos a esta proposición?

En el estudio de los registros, hasta aquí mencionados, se encuentran distintas manifestaciones de los alumnos en las clases ante la propuesta docente, como ser:

01. Los alumnos expresan *dificultades en la comprensión* de los lenguajes que utiliza la matemática, como por ejemplo: el alumno que podía reconocer una función matemática gráficamente, pero creía que no tenía un correlato algebraico (41). Para conocer, poder apropiarse de algunas nociones matemáticas es necesario a veces considerar para su comprensión una representación simple: las *líneas* (geometría) y en otras el *lenguaje analítico* o simbólico. Los alumnos realizan *descubrimientos* como diferenciar función de ecuación (5)³⁴, o cuando se plantea el cálculo de *la abscisa al origen* como extrapolación del contenido más utilizado de *la ordenada al origen* (721)³⁵. La cátedra no incluye en su programa algunos saberes, lo que permite que el alumno vaya diseñando, construyendo un lugar personal o grupal que le pertenece y que utiliza para el descubrimiento y para su propio desarrollo.
02. Los alumnos *exponen sus dudas* acerca del *vínculo* de la función exponencial con fenómenos biológicos (95), o *funciones trigonométricas* (100), alguna situación que el alumno experimenta como un conflicto, por ejemplo, la creencia errónea que una hipérbola pueda tener *la misma expresión analítica* que una recta, o plantean inquietudes acerca de *cómo estudiar* (713).
03. Los medios que utilizan los alumnos en la comunicación con los docentes son *seleccionados por ellos*, como el alumno que utiliza el pizarrón para manifestar el interés por un tema (684)³⁶ o cuando toma el texto de otro compañero (694).
04. *Las propias exigencias de los alumnos* los lleva a planteos no propuestos por la cátedra como indagar en una parábola de eje coincidente con el de las abscisas, sustituyendo al habitual de las ordenadas (117), o el planteo de estudiar una función exponencial que provoca la duda del propio docente (126), o alguna aplicación de un tema tradicional matemático como los polinomios.
 - “Él (alumno F) quiere saber qué significan las funciones polinómicas de alto grado. Algo sobre rectificaciones. Sucedió que el profesor no sabe y, sutilmente, “lo rajó”; ahora F quiso contarle algo sobre la “encuesta”, el profesor se negó a saber porque él es un alumno y le aclaró “un alumno más”. F se fue y no pasó dos segundos que el profesor fue a la mesa de F a decirle “se me ocurrió algo (...)”.

Un alumno preguntó qué puede relacionarse con polinomios de grado mayor que 2. El docente le indicó: “en primera instancia no se me ocurre nada,... no sé, no sé”. Luego recordó que en algunos trabajos profesionales o de investigación de áreas específicas de ingeniería forestal se estudian algunos fenómenos expresados matemáticamente por polinomios. Luego hizo dos gráficos para ser más claro. Le indicó que cuando se estudia una variable y de un fenómeno vs otra x y se grafica en un diagrama cartesiano: resulta una nube de puntos. Se le indicó al alumno que esa “nube” posiblemente represente a un polinomio. Se lo estudia entonces. Y se busca cómo puede ser el grado, por ejemplo: $5x^6 + 4x^3 - 2x^2 + x$. Como el docente no conocía ese proceso no podía darle más información, pero se le indicaba que se denomina rectificación de una curva y se intenta representar el polinomio anterior vs otro polinomio en tal

³⁴ Archivos (5), (95), (117) y (126) Cap.I.

³⁵ Archivos (721) Cap. V, (100) Cap. IV, (713) Cap. V.

³⁶ Archivos (684) y (694) Anexo IV.

que de una recta, es decir se ha rectificado y esto a veces permite certificar el grado del polinomio” (711).

Todas estas experiencias pergeñan la concepción de un quiebre en las construcciones del conocimiento que llevan a cabo los alumnos y, simultáneamente, señalan que esta metodología produce un estallido. Finalmente, y a modo de síntesis, se señala lo siguiente:

- ⊗ Las consignas se adecuan, acompañan, la evolución y ritmo de las clases según la etapa. Contribuyen a la apropiación tanto de contenidos formales, como figurativos, muy singularmente, en el período evaluativo.
- ⊗ Favorecen la construcción, por parte de los alumnos, de un espacio propio.
- ⊗ Los alumnos revelan sus dificultades, dudas, y eligen los medios o estrategias (cómo) y los contenidos o temas a estudiar (qué).
- ⊗ En esta investigación se manifiestan los contenidos teóricos o elementos del marco teórico que sostienen la propuesta innovadora: *las puertas de entrada* y *la zona de desarrollo próximo*.

A modo de respuesta a la pregunta formulada en el inicio del estudio de las consignas, ¿y cómo reaccionan los alumnos a esta proposición? se desprende la siguiente Tesis:

Tesis 4ª (de las consignas): “La amplitud de las consignas en una clase genera un espacio propio de los alumnos, construido por ellos, donde se da un estallido, una ruptura de su propio conocimiento”.

Capítulo IV - *El diálogo alumno- profesor*

La Interacción docente-alumno

La cátedra presenta una propuesta educativa a los alumnos, expresada en las consignas. Estos formulan preguntas que indican sus intereses, sus dificultades ante los objetos de conocimiento y sus saberes previos.

Se cuestiona, desde esta investigación, ¿cómo es el diálogo alumno-profesor? Entonces, se indaga en las cuestiones planteadas por los estudiantes acerca de las consignas presentadas por la cátedra.

De los registros se selecciona una serie³⁷ de preguntas manifestadas por los estudiantes. Este estudio es análogo al realizado en el Capítulo I para el estudio de La flexibilidad en el aula. Pero, no se atina a referir a lo anterior. No se sabe si constituye el mismo estudio o no. Por las dudas se posterga u oculta provisoriamente. Se desarrolla una primera aproximación, provisoria, de indagación al “material aislado”, adoptándose la **posición de caracterizarlas y clasificarlas**. Es decir, estudiar su naturaleza y obtener clases o grupos derivado(s) del(los) criterio(s) que se construya con la clasificación. Se trata con las preguntas “*per se*”, desde la mirada del docente, como objetos que pueden aislarse, que soportan una única y absoluta lectura y su estudio se dirige a la construcción de generalizaciones a partir de los interrogantes de los alumnos. Esta 1ª lectura consiste en clasificar las preguntas para asignarles un rótulo, una estructura que permita un esquema de comprensión. Entonces, se encuentran cuestiones *ontológicas*, otras refieren a lo *etimológico* o a lo *conceptual*. También surge la que señala el *cómo estudiar*. Luego se mencionan las *dificultades lingüísticas*. Se arriba a las *particulares* y las *singulares* y se finaliza con cuestiones de *tipo reflexivo*. Constituye el 1º momento, la mirada inicial que atina a caracterizar y consecuentemente a ordenar las consultas.

Reflexión sobre el aula

En esta etapa el investigador realiza distintas **reflexiones**, que constituyen el 2º momento. El primero consideraba la clasificación de consultas que los estudiantes formulan en el aula.

Así se advierte que en la primera etapa comienzan a estudiarse las preguntas a partir, a través de sus características, consideradas desde la propia mirada docente. Es decir, se sustenta la idea de que el docente actúa clasificando en un primer momento. Ahora, no se trata de determinar si lo hace o no, sino de comprender esa práctica en el aula y si el docente ante la pregunta del alumno **la considera como un objeto definitivo o provisorio, si se predispone al diálogo o si se limita a dar un resultado**. El estudio de los registros permite señalar que a veces el docente dialoga y otras no, cuando queda bloqueado, atrapado en sus sentimientos, de los que no era consciente, cuanto menos hasta el momento de esta reflexión. En esos casos, la interacción docente-alumno no prospera. Se puede especular cómo puede obrar ante las preguntas del alumno, no buscando una certeza sino una comprensión de cómo es su práctica. Él puede haber intuído: *esta pregunta me la formula el alumno porque él quiere saber tal o cual cosa*, o quizás haya considerado, en lo repentino e imprevisible de la clase, que la mejor respuesta o la más adecuada puede ser *tal*, clasificando implícitamente la pregunta. Cabe aquí señalar que **las consignas propuestas por el docente están dirigidas a la**

³⁷ Ver Apéndice IV: “Las Preguntas de los alumnos”.

discusión y no a la búsqueda de la mera respuesta. Esa es por lo menos la intención inicial, la idea de la propuesta educativa. Existe una diversidad de situaciones con motivo de distintas consultas estudiantiles y con respuestas que dan lugar a una interacción alumno-docente muy rica y compleja. El trabajo con la cuestión señala preocupación del docente por la *adquisición o el juego* del conocimiento matemático. Este, *el juego*, como se señala en “La Historia del Profesor de Matemática”³⁸, ocupa un lugar preponderante en la formación de este docente y su consideración es necesaria para la visión que se intenta en esta reflexión acerca de la propia práctica. El docente suele recurrir en algunos casos a la explicación tradicional y, otras veces, adopta actitudes de verdadero tutor dando tiempo al alumno para construir el conocimiento según la estrategia que considere más adecuada. Los conflictos están presentes en estas situaciones, ante distintos planteos del docente y de los alumnos. Las consultas de los alumnos generan **un espacio singular: el espacio propio de los alumnos**. El estudio de este lugar permite conocer *cuánto trabaja el profesor con su conocimiento y cuánto con el del alumno*. Este ámbito generado por los alumnos, permite el ingreso docente e influye sobre el nuevo rol de este.

De lo anterior se puede expresar:

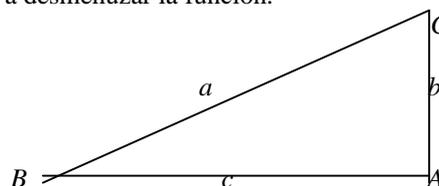
Tesis 5ª (inversión de los roles): el cambio educativo, el pasaje del modelo tradicional a otro participativo se manifiesta con inversión de los roles del docente y el alumno. Este elige el camino para analizar cada tema, el lenguaje para expresarlo (y otras elecciones ya mencionadas) y el docente se esfuerza por comprender, o por aprender nuevas tareas en su “metier”.

La caracterización realizada en el 1º momento señalaba, *a partir de la mirada docente*, cuestiones ontológicas o etimológicas o preguntas singulares o particulares. Pero, esta investigación educativa persigue la intención de mejorar la enseñanza. Entonces, se analiza la interacción docente–alumno. ¿Qué hacía el docente ante estas consultas? Cuando él considera que las preguntas son ontológicas, donde encuentra un *qué es*, el docente desarrolla “sus saberes”. Explica con su discurso deductivo. O sea desmenuza el objeto e indica sus componentes. El docente escribe, dibuja. Muestra desde dónde “arranca”, se inicia la disciplina. La pregunta que *busca* “el ser” recibe una respuesta fundacional. Pero, la pregunta puede ser ontológica o etimológica, según la considere el docente cuando la recibe, y además no hay una correlación directa entre pregunta y respuesta sino una mutua influencia entre ambas, es decir un diálogo, que además constituye un proceso para el alumno y para el propio docente.

Por ejemplo, la siguiente pregunta puede considerarse como ontológica, porque el problema del alumno es matemático. Él trata de saber qué es el $\sin \alpha$.

-“ El profesor se sienta y un chico se le acerca a preguntar sobre la función seno, el profesor le dice que lo primero que tiene que preguntar qué es el seno y comienza a desmenuzar la función.

Se le indica la definición de $\sin B = b / a$, en un triángulo rectángulo como el dibujado en la figura:



Con la definición se señala que $\sin a$ es una función que habrá de tomar distintos valores para cada ángulo B” (100).

El profesor comprende qué busca el alumno: resolver el problema matemático, en este caso saber qué es esa función trigonométrica. Pero, para responderle él en su

³⁸ Ver Apéndice I: “La Historia del Profesor de Matemática”.

condición de guía o tutor de ese alumno y, ante esa realidad, busca un modelo para interpretar y luego sí responder. Es decir, teoriza que el problema para él, no para el alumno, es ontológico. Claro que esta tarea de interpretar la práctica no se lleva a cabo en el aula. Cuando el docente agrega un comentario, una respuesta a la consulta estudiantil, realiza *una elaboración inmediata* ante la requisitoria del alumno. Analiza si es pertinente o no, si guarda intenciones. A su vez estos análisis, no persiguen, no ambicionan, no aguardan encontrar *un resultado, una certeza acerca de la práctica en el aula*, sino permitirle al profesor una imagen de su trabajo para su estudio, para mejorar su enseñanza e indican el paso de un modelo a otro: la reflexión sobre la propia práctica.

Se puede preguntar por qué el docente discierne, discrimina, intenta una definición, una caracterización de cada pregunta del alumno. Es posible que la clasificación constituya un instrumento que le permita prever posibles soluciones a las demandas e interrogantes de los alumnos. Se trata, quizás, del duelo de dos pensamientos –desarrollados en esta tesis– a saber: *técnico y práctico*.³⁹ El primero necesita conocer anticipadamente la respuesta para contestar, el segundo construye sobre la inquietud o el error del alumno y sobre la propia ignorancia del docente que no siempre comprende la pregunta, que no sabe cuál es la respuesta más adecuada, que no sabe qué intenta desarrollar el alumno. Pero que puede reflexionar, como indica esta investigación y mejorar su comprensión de la problemática de sus clases.

El profesor (en el aula) está hasta ese momento, en el lugar que más placer le produce. Juega con el conocimiento, siente seguridad en lo que hace. Cuando él cree, considera que la pregunta es etimológica (682), así como antes pensaba que el modelo era lo ontológico (100), siente la necesidad de estudiar el término empleado, recurre nuevamente a la explicación, desarma la palabra. Le indica al alumno acerca de los sufijos y prefijos y, finalmente, refiere a toda la palabra para indicar de qué se trata. Hasta aquí es un docente informante que ha encontrado alumnos que desean informarse. Es un profesor que **mira más a sus intereses e historia, y al conocimiento matemático rígido y estructurado, que a las necesidades del alumno.**

Dos alumnos en distintos momentos han preguntado la diferencia entre dos conceptos: ecuación y función (5). El docente descubre que no ha reflexionado sobre esos términos. Por el contrario, como los mismos alumnos, los ha utilizado con frecuencia sin detenerse a estudiarlos. La pregunta lo desafía en sus propios saberes y en el trabajo docente, eso lo entusiasma, le gusta, siente placer ante un interrogante del alumno que genera un obstáculo que lo obliga a pensar y a crear. ¿Y qué hace? Luego de explicar, utilizando los lenguajes gráfico, analítico y coloquial le cuenta a toda la clase. Pero, además, hace pequeñas narraciones en los otros turnos de clases. Se observa que el docente realiza una *recuperación de la pregunta*. La considera valiosa.

Una alumna tenía dificultad con una consigna. Había consultado al docente indicando: no sé. Ahora el desafío era mayor. Había cierta resistencia, lógica, de la estudiante. Esto era nuevo para ella. Le sugería pensar en algo no conocido. El profesor tampoco tenía la certeza de cómo orientarla, pero intentaba hacerlo. Señalaba algunas ideas de aproximación y espera (713). Cuando había transcurrido parte de la clase desde

³⁹ Carr, W. (1990). Conocimientos prácticos y técnicos. Si se acepta que el conocimiento se adquiere, se construye por distintos procedimientos que luego condicionan su utilidad, su empleo, se puede conceptualizar dos de ellos: *prácticos y técnicos*. Los primeros surgen en una praxis, en una situación práctica con una reflexión teórica que acompaña, es decir una acción realizada por un sujeto que toma conciencia de su hacer y consecuentemente abstrae, construye sus leyes o su entendimiento a partir de su práctica. El conocimiento técnico se realiza paulatinamente, ordenadamente, en un contexto (condiciones de contorno) deliberadamente expresado y que solo puede reconstruirse cuando tales condiciones se reiteran.

la pregunta *cómo estudiar* la alumna vuelve a dialogar con el profesor (724). Desde el punto de vista matemático la alumna no comprendía lo que hacía. Sin embargo, había avanzado, desde la situación inicial, de *no hacer nada* había regresado a dialogar y traía gráficos, no había alcanzado *resultados finales, o definitivos* pero lograba otros que no eran observables fácilmente. Había representado distintas funciones y había podido comunicarse con el docente, cosa que, en un principio, no lograba porque ella solo atinaba a decir “no se”. Y porque, además, quería que el docente le desarrollara íntegramente el ítem sin el menor esfuerzo. Entonces, el docente le propone, dado que ya están los gráficos, que pase del lenguaje gráfico al analítico. La alumna regresa nuevamente después de un rato y manifiesta sus dificultades. El docente recurre ahora al lenguaje coloquial. No solo habla, también escribe palabras, frases en el cuaderno de la estudiante (728).

Una dificultad que se plantea frecuentemente en matemática es la comprensión de sus expresiones simbólicas. Un alumno planteó la duda acerca de la representación gráfica de una función indicada genéricamente como $f(x)$. El docente considera que la comprensión se da viendo gráficamente y contándole al alumno con palabras simultáneamente mientras dibuja.

“9:20 - El grupo de cuatro consulta, es la misma función y el profesor hizo lo mismo que con el chico anterior pero no pudieron responder, por lo tanto les contó más que al anterior pero quedaron reflexionando sobre el ejercicio.

El alumno había consultado y el docente le indicó que $f(x)$ es la ordenada para un cierto valor de x . El alumno estaba preocupado, 'sufría', con los valores de $f(x)$ positivos y negativos, incluso creía que era su culpa. Se le explicó que había aprendido mal o no había aprendido.”

El ejercicio consultado era:

MATEMÁTICA II T.Nº 2 LÍMITES

PARTE A: CONCEPTO de LÍMITE, Lenguajes gráfico, coloquial y analítico.

Ejercicio Nº1:

a) Dibuja la gráfica de una función $f(x)$ tal que: $f(x) < 0$ si $x < 2$;

b) Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} f(x) > 0 & \text{si } x > 2 \\ \text{existe } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) & \text{para } x \rightarrow 2 \end{cases}$$

c) Justifica tu respuesta

(204)

Un alumno consulta para certificar si ha realizado, representado bien, a juicio del profesor, la función elegida. El profesor “descompone” la función, indica cómo puede visualizar gráficamente la pendiente de la recta. Aquí, el docente posee dos supuestos acerca del lenguaje en relación con la intención de mejorar la enseñanza:

4º Supuesto (tradicional del lenguaje): se considera que las dificultades manifestadas en el uso del lenguaje están aisladas, solo dependen de carencias de vocabulario. Como si la expresión no estuviese vinculada a otras áreas.

5º Supuesto (del pasaje de lenguajes): si un alumno presenta dificultad en un tema manifestada en un lenguaje, el docente debe señalarle o mostrarle el problema en otro lenguaje distinto.

Desde el año 1997 el docente registró en su cuaderno de notas, en varias oportunidades, las dificultades de distintos alumnos de operar con una función $f(x)$ en un diagrama bidimensional. Se atribuía a que no podían visualizar, graficar, las dos dimensiones “y”, “x” en el diagrama cartesiano. Por otro lado, el docente solo percibía

dificultades en el lenguaje (gráfico). Se consideraba, ingenua e inocentemente, que el lenguaje era la única variable en juego, que bastaba “aumentar” el vocabulario, que era un problema de “hablar”. Las sucesivas reflexiones, el contacto con los registros del aula, con lo empírico, que permite una visión más holística de la problemática educativa, ha llevado a construir esta idea de la complejidad del lenguaje. Se presupone que es un emergente, una exteriorización de otras situaciones de comprensión más complejas, más *básicas*.

Cuando surge la pregunta de un alumno que refiere a la consigna: ¿con qué la asocias?, el docente supone que *lo interdisciplinario* es lo adecuado y desarrolla sus propios conocimientos o saberes (690)⁴⁰. El docente considera que estudiar los fenómenos de la ingeniería desde varias disciplinas básicas como física, matemática y otras, le permite al alumno una mejor comprensión. Entonces presentó la pregunta anterior con la idea de generar algún análisis, alguna discusión sobre el tema. En esos casos, hay una sensación de seguridad, propia del profesor tradicional. Espera que el alumno *aprenda* y le devuelva el saber en un instante siguiente. Aquí no hay desafío, hay incertidumbre: ¿habrá aprendido?, ¿qué aprendió? De todas estas reflexiones del hacer del aula se pergeña la idea o concepción que esta evolución desde el estado tradicional a uno más participativo, está asociada a una mayor apertura en las situaciones del aula, a una mejor consideración de su propio *metier*, más consciente de sus posibilidades, de sus gustos y sentires.

Cuando se estaban revisando los registros se encontró que algunas consultas formuladas por los alumnos guardaban inquietudes poco comunes y otras, opuestamente, respondían al interés de cumplir con lo pedido por la cátedra. El docente percibió que *algunas preguntas le gustaban* y otras, por el contrario, lo hacían sentir *un simple informante*, pero no reflexionó sobre ello. Sin saber que estaba tiñendo de subjetividad sus observaciones, llamó singulares a las primeras y particulares a las segundas. Pero, cuando necesitó explicar la diferencia o en qué consistían unas y otras recurrió a definiciones de tipo matemático abundando con significados e ignorando todo aquello que a su propio sentimiento le merecían.

“Quedan dos grupos más de preguntas que ex profeso se dejaron para el final. Uno se denominó preguntas particulares y el otro: preguntas singulares. ¿Qué se entiende por uno y otro? Los dos términos suelen utilizarse indistintamente como sinónimos en literatura, en otras disciplinas y en ‘el habla cotidiano’. Incluso en referencias a la matemática y a su enseñanza. Pero en este trabajo se ha deseado discriminar esos dos términos para revelar dos conceptos que no son comunes. Se consulta el diccionario de la Real Academia Española que dice así: *Particular: propio, peculiar, privativo de una cosa. Singular: único, solo y sin par. Extraordinario, raro o excelente*. Sin embargo, antes cabe decir también que el mismo diccionario atribuye a ambos y a cada uno en una 2ª acepción, aquella que se asigna al otro. Si analizamos las oposiciones, gramaticalmente los antónimos, **particular se opone a general** y **singular a plural**. Y estas últimas ideas se acercan a la búsqueda de caracterizar uno y otro nombre. Pero, algo los define en sentido estricto: particular está asociado a **pertenencia**. Cuando se dice algo particular acerca de una cosa se da a entender una pertenencia a un conjunto y a una regla. Se está generalizando. A diferencia de lo anterior singular señala algo **irrepetible**, personal”.

Por ejemplo: una alumna que pregunta más allá de lo discutido en clase (la pendiente infinita de una recta) (716), o las simetrías de una curva (717). El profesor disfruta con estas preguntas. A estas el docente, en la investigación, las ha conceptualizado como únicas e irrepetibles. No se trata de la pregunta en sí sino en el contexto y en la percepción del docente, lo que las hace “únicas”. Al otro grupo de preguntas, las particulares, el docente las reconoce como consultas que el alumno realiza para cumplir, es decir, preguntas para corroborar que no se equivocó, o

⁴⁰ Ver (690), (716 -717), en Anexo IV “Archivos”.

simplemente para aprobar la asignatura. También merecen un sentimiento, pero, ahora de rechazo. La reflexión sobre estas consideraciones señala que las cuestiones planteadas por los estudiantes no son singulares ni particulares *per se*. El docente recibe el interrogante del alumno y coloca su propia mirada sobre la cuestión, clasificándola. Esta actitud, por parte del profesor, de atribuir alguna característica a las inquietudes de los alumnos, tanto cuando lo hace intuitivamente en la inmediatez del aula como cuando reflexiona en el ámbito de la investigación, no merece un juicio de valor, o una calificación de buena o mala. Pero sí, cabe señalar lo valioso de una reflexión sobre la propia práctica *a posteriori*, que permite observar cómo recepta o receptiona, cómo contesta las preguntas, la carga emotiva en el docente, en síntesis: **una comprensión de la propia práctica.**

Reflexión sobre la investigación

La investigación se nutre, busca en los registros de las clases observadas, pero también provee ideas, conceptos, teorías a la enseñanza. Es decir, como se decía más arriba: **la investigación permite una mejor comprensión del hacer docente.** En esta transición que impone la nueva metodología en las clases, propuesta por la cátedra, el investigador descubre la potencialidad, la riqueza educativa y la necesidad de reflexión que sugieren los momentos de las clases y, muy especialmente, las preguntas de los alumnos. Estas son en realidad, desde el punto de vista metodológico, **calles, entradas o ingresos** para estudiar el pasaje de la enseñanza tradicional a otra más participativa. Las preguntas constituyen *el medio o material* para investigar el aula. Son los datos empíricos, que se transforman en datos científicos en tanto y en cuanto el investigador los elabora a partir, a través de su marco teórico. Sin embargo, **el investigador tomó las preguntas y comenzó a caracterizarlas como si fuesen objetos matemáticos, cuando en su lugar debió preguntarse qué le decían acerca del docente, de los alumnos, de las clases,...** El trabajo con la pregunta que realiza el docente en la investigación indica cómo se avanzó o no desde el modelo tradicional.

Cuando se hizo el análisis y reflexión de los términos *singular y particular* se realizó o se llevó a cabo una mirada matemática, técnica. Al principio el docente sintió la necesidad de definir, como si fuese a desarrollar una explicación matemática. Antes de estudiar las preguntas, según esas dos categorías, necesitó realizar todo un análisis y dejar sentado cómo eran esos dos conjuntos, que no hubiese duda alguna. ¿Este profesor se permite estudiar en esta investigación soportando dudas? El clasifica las intervenciones de los alumnos sin poder verse a sí mismo. Sin embargo, las sucesivas reflexiones sobre esta dualidad permiten al docente reflexionar acerca de su posición o posiciones en el diálogo profesor-alumno. Esta investigación educativa permite descubrir esas situaciones, para posibilitar el cambio. El docente mira su propia práctica, comprende su necesidad de hacer erudición⁴¹ acerca de lo particular y lo singular. Cuando lo logra, se prepara, accede, se apropia de otra concepción para el diálogo profesor-alumno.

En el inicio de este capítulo, cuando se construye la clasificación, se persigue que cada clase de preguntas habrá de referir, develar, los porqué de las consultas, qué formula cada cuestión. Sin embargo, *a poco de andar recorriendo, trabajando, estudiando* la clasificación, se tropieza con *la utilidad* de la información que brindan esas clases. Sucesivas lecturas y reflexiones de esta tesis permiten pensar que un alumno

⁴¹ *¿Por qué la erudición? Este docente ha adquirido conocimientos prácticos en su experiencia de aula, y técnicos en los cursos de perfeccionamiento docente. Experimenta a veces la necesidad de manifestar toda esa erudición acumulada, como el tratamiento anterior dado.

formula una pregunta desde sus posibilidades y un encuadre docente la clasifica y la analiza, pero sin reconocer que ese estudio está teñido de la propia subjetividad del profesor-investigador. Nada se dice que se está mirando esas preguntas desde el lugar docente. Y por más que justifique y analice, no señala o no aporta nada valioso al estudio, quizás más información que no habrá de modificar lo educativo. Entonces, esas preguntas cumplen otro rol distinto que el primitivo asignado. No son meras expresiones de un alumno en un cierto contexto, o ante determinadas consignas o por una cierta metodología propuesta por la cátedra que considera la realidad psíquica del estudiante. ¿Qué intervención generan por parte del docente? ¿Cómo se observa el tránsito desde el modelo tradicional a uno más participativo desde la pregunta del alumno y la correspondiente interacción con el docente? Para el docente en lo repentino, la imprevisibilidad o la urgencia de la clase, una consulta de un alumno requiere una acción suya, sino *una respuesta contundente, certera, idea primitiva en el inicio de la investigación*, cuanto menos esa pregunta solicita una intervención del docente.

Pero, esa intervención docente, ¿debe resolver las dudas centrada o posicionada en la exactitud de los contenidos matemáticos? Surge una vieja duda que proviene del intento de mejorar la enseñanza de la matemática: *si el alumno me dice $2 + 2 = 5$, no le puedo decir está bien, ¿qué hago, le digo “está mal y listo”?* La antigua cuestión devela el interés por saber cuál es el rol del docente de matemática, ¿debe dar resultados? ¿Qué tipo de resultados, sólo cuantitativos? O reducir a bien o mal. La intervención docente está dada por todo su esquema de conceptos y sus percepciones. Entonces, ante la consulta del estudiante alguna idea va a comentar, pero lo relevante es que *esa idea no sea categórica, que indique posibilidad, que exista apertura a otras concepciones o expresiones*. Esta reflexión señal del tránsito de un modelo educativo a otro, es producto de esta investigación *educativa* porque permite modificar actitudes, concepciones del docente. **¡Se trata en matemática, de no dar respuestas exactas, únicas!** Es el desafío docente. Entonces, **no interesan tanto las preguntas aisladas formuladas por los alumnos**, desde el punto de vista investigativo, **como qué reflexiones se pueden desarrollar desde la situación consulta del alumno- intervención del docente**. Es decir, ya no se trata de aislar las preguntas, sino estudiarlas para ver cómo trabajan alumno-docente en esta innovación curricular. Cuando se consideran categorías para las preguntas como: etimológicas, ontológicas, o conceptuales, se puede señalar, indicar, decir, expresar, manifestar o reflexionar acerca de las preguntas, pero esas categorías son desde el docente, de modo que ya estaríamos estudiando la interacción alumno-docente. Es el docente quien necesita de tales conceptos para el estudio porque *a priori*, cuando el estudiante consulta, no piensa si es conceptual, o etimológico. Entonces, la pregunta no puede recibir un rótulo cuando se aísla. La pregunta qué es seno de “alfa” merece una diversidad de respuestas. Puede ser el origen etimológico, o la definición matemática, o intentar una explicación a partir de otros conceptos similares de la trigonometría, o sugerirle al alumno algunas búsquedas de textos, o algunas acciones geométricas de cálculo, o relatos de origen histórico o comparaciones con otros conceptos de la matemática, o vínculos con la física, como con las leyes de la refracción de la luz. Por lo tanto, **la pregunta del alumno permite desembocar en el estudio del accionar docente**⁴². Así como no interesa estudiarla en forma aislada, tampoco como un instrumento predictivo, para luego de una posible clasificación señalar posibles direcciones del accionar docente, porque es imposible saber qué, cómo y cuándo va a preguntar el alumno. Por supuesto, carece de sentido estudiar un listado de respuestas. Luego: no se trata de listas y clasificaciones sino de estudiar esos diálogos preguntarespuesta como

⁴² No es la pregunta del estudiante la unidad de análisis genuina, sino la interacción profesor-alumno.

pequeños casos o microcasos. **Esto es un pasaje de la generalización, de la separación de variables, de la atomización⁴³ generada en el estudio de fenómenos aislados, para dirigir la investigación a la comprensión dialéctica de los fenómenos sociales del aula.** La pregunta en sí no es suficiente para considerarla una unidad de análisis, pero sí la interacción docente-alumno.

¿Qué ocurrió metodológicamente, cuando se comenzó a estudiar los interrogantes de los alumnos? Se consideró los datos empíricos (las preguntas) y se les dio un orden, una organización. Pero, ¿cómo fue? Se concibieron como objetos que permitirían a partir de la generalización producir teoría. Es decir, se lista los objetos y luego se busca la construcción de nuevos conceptos, o reglas, criterios que den cuenta de todos ellos como si pertenecieran a conjuntos, y leyendo y releendo pudiese salir la ley que nos dice por “comprensión” (así se llama en matemática) el conjunto que los contiene. Pero surge una carencia, falta la acción docente. En realidad la lectura de las preguntas, esa enumeración realizada, muestra que la clasificación es arbitraria como se indica más adelante. Esto no quita el mérito de haberlas leído, mirado. Quizás el docente estaba demasiado convencido de la clasificación. En suma, se necesita leer nuevamente esas preguntas pero, estudiándolas simultáneamente con la intervención docente. De alguna forma se ha hecho, porque aparecen los comentarios e incluso algunas respuestas a las cuestiones formuladas por los alumnos. Aunque faltaba reconocerlo. Esta concepción de teoría que se describe no se dirige a la comprensión sino a la generalización. Es decir, paradójicamente, para alcanzar la comprensión no hay que tomar el camino de la comprensión⁴⁴. El trabajo con la pregunta permite observar cómo el docente concurre a la interacción docente-alumno con creencias que la condicionan también.

Hay dos enfoques respecto a cómo pensar la teoría y el teorizar. Este proyecto de investigación adhiere a las siguientes ideas: producir, construir, obtener teoría no es para generalizar sino para **comprender, iluminar la práctica**. El investigador cuando teoriza desarrolla un proceso que le permite comprenderse a sí mismo y al mundo social donde vive. Entonces **teorizar no es modificar al mundo sino transformar al propio teórico: iluminar los conceptos y supuestos básicos sobre los que se erige la comprensión**.

⁴³ Vygotsky, L.S. Citaba el ejemplo en: “Pensamiento y Lenguaje”, que no se puede estudiar las propiedades fisicoquímicas del agua, a partir o como suma, de las propiedades fisicoquímicas de los átomos que componen la molécula de agua: Hidrógeno y Oxígeno. *La suma de las partes no es el todo*.

⁴⁴ Cuando se dice “el camino de la comprensión”, hay una referencia a los conjuntos matemáticos definidos o expresados por un criterio o ley matemática, que permite dar cuenta de todos los miembros o elementos del conjunto o grupo por una frase u oración de tipo matemática. Por ejemplo “la Mesopotamia Argentina” da cuenta de tres provincias sin necesariamente mencionarlas. Ese conjunto está definido por comprensión.

Capítulo V - *Los contenidos formales y figurativos*

En las clases de matemática se observa que el profesor enfatiza o agrega comentarios a algunas situaciones. Intuye que contribuye a la formación del propio estudiante y del futuro ingeniero.

Probar y Verificar

La experiencia docente señala la dificultad de aprender algunos contenidos matemáticos como ser: división de números naturales (en la escuela primaria), división de polinomios y logaritmos (en la escuela secundaria), y límites en la universidad. Cuando el profesor percibe que los alumnos consideran el tema límites como un obstáculo comienza a ensayar algún procedimiento para su enseñanza. Recurre a un cuadro que él ha diseñado al respecto y lo titula: Cuadro de las operaciones directas e indirectas. En el mismo coloca el ente límites en carácter de actividad, como una operación más.

“10:30 - El profesor decide armar un grupo, con los que más saben (son 7), para explicar a los más atrasados. Les sugiere que pregunten lo más ‘guaso’ para aprender y comienza la explicación por los más básicos conceptos como ser suma y resta, hace esto para entrar en tema y luego continuar por lo mas complejo que es límite.

El docente arma un cuadro para vincular el concepto de límite con conocimientos anteriores y con alguna forma de operación que le permita trabajar con límites”(214).

<i>Operación directa</i>	<i>Operación indirecta</i>
<i>Suma</i>	<i>Resta</i>
<i>Multipliación</i>	<i>División</i>
<i>Potenciación</i>	<i>Radicación</i>
	<i>Logaritmación</i>
	<i>Límite</i>
<i>Derivación</i>	<i>Integración</i>

El docente observa que las operaciones que él denomina indirectas *poseen algo en común* y las inscribe en una columna del cuadro. Intuye que el concepto de límite resulta inaccesible para el Curso y que, *a priori*, no hay ninguna posibilidad de anclaje con otros saberes que posean los estudiantes. Por eso, busca en otras operaciones que hayan utilizado los alumnos para permitir algún razonamiento vinculante que ayude al aprendizaje de este concepto del análisis matemático. Vislumbra dificultades y decide presentarles el cuadro recurriendo a conceptos básicos como suma y resta. Si encuentra algo realizado en esas operaciones va a servir para estudiar el límite.

¿Cómo ha diseñado esta estrategia de enseñanza el docente? Ante la necesidad de encontrar algún camino didáctico que facilite el aprendizaje, recurre a una práctica nueva donde intenta, ensaya, pero no sabe por qué, no conoce el sustento teórico. En la reflexión del lugar que brinda la investigación elabora que esas operaciones matemáticas poseen algo en común. Luego sobreviene la lectura y posteriormente las reflexiones que le permiten sustentar, fundamentar, pero también conocer, apropiarse de

nuevos contenidos de carácter pedagógico, educativo: los contenidos o instrumentos formales, y especialmente educarse. Su antiguo anhelo, que enunciaba en el inicio de esta investigación, cuando decía en sus 1^{as} reflexiones: “el contenido matemático es un pretexto” había *cristalizado* al descubrir que su propia práctica ponía énfasis al desarrollo de los instrumentos formales.

Este profesor ya tenía un antecedente en su historia docente: cuando enseñaba en la escuela secundaria, descubrió que la división de polinomios y la de los números naturales poseían algo en común. Aunque no sabía por qué utilizaba ese aprendizaje anterior para el tema de polinomios, que frecuentemente se presenta como muy problemático para los estudiantes.

Pero, aunque las prácticas mencionadas eran beneficiosas para los alumnos, faltaba algo, el docente no había llegado al lugar de la teorización de su práctica. Esto hacía que algunos descubrimientos no prosperasen, que algunas prácticas exitosas no se pudiesen utilizar, que no alimentaran otras clases donde fueren necesarias. Pero, cuando surgen dificultades, obstáculos, en el aprendizaje de la matemática, ¿no deberían buscarse, investigar, qué contenidos formales están en juego?

El conocimiento no es un resultado de los objetos, ni una mera copia de lo real, porque si así fuese, significaría presentarle o inducirlo al alumno a comprender el concepto de límite a partir de los textos de análisis matemático y/o de la propia explicación del profesor. Exige, es imprescindible, una coordinación de las acciones que realiza el alumno como exploración, selección, combinación y organización, requiere **una elaboración subjetiva** que permite, produce la adquisición de representaciones (contenidos figurativos) y la formación de instrumentos formales (contenidos formales). Aquí no se trata de enseñarle límites presentando el concepto desde un texto o la explicación tradicional, sino recurriendo a otras situaciones que permitan que el alumno reordene, explore, etc. En la situación citada precedentemente, se ha orientado al alumno a dirigir su mirada a aquellas operaciones que él aprendió en niveles anteriores. ¿Y qué aprendió cuando restaba, dividía, extraía raíces o calculaba logaritmos? Dos acciones, estrategias, o instrumentos formales: probar con un número, y luego verificar con la operación opuesta. Por ejemplo, en la resta se prueba con un posible *resultado*, tal que este, más (operación de sumar opuesta a la anterior) el *sustraendo* obtenga el *minuendo*. Es decir: *probar, verificar con la operación opuesta*. ¿Y qué intuyó el docente? Que todas las operaciones indirectas cumplen con lo mismo de probar y verificar con la operación opuesta. En el caso particular del límite hay que probar un número: el límite de una función, y luego se verifica pero sin considerar una operación opuesta porque no la tiene. La verificación es:... *que la diferencia en valor absoluto pueda hacerse tan pequeña como se quiera*. **El contenido figurativo es el límite, como antes lo fue la resta, la división, la radicación y el logaritmo. Los contenidos formales son los mismos para todas esas operaciones, son los instrumentos que se mantienen invariantes mientras cambian los contenidos figurativos y posibilitan la apropiación de cada uno de ellos al probar y luego verificar con la operación opuesta. La utilización de los contenidos formales de las operaciones indirectas permite aprender algunas de ellas a partir de las operaciones anteriores.** Quizás, es posible que desde el lugar de la epistemología matemática no interese, no sea relevante, vincular la operación resta con el límite pero, desde la enseñanza sí, porque a esta le interesan o le preocupan más los instrumentos formales que los figurativos.

Si en la resta, la división, la radicación pruebo y verifico, y *se desarrolla el temple* para soportar los pequeños fracasos cuando no se halla el resultado exacto rápidamente, el alumno está en condiciones de volver a empezar con otro posible resultado para verificar, porque son acciones que viene realizando desde sus primeros

años de estudio. Entonces, las causas de los fracasos de la no apropiación de límites se deben buscar, entre otras, en el no desarrollo de los instrumentos formales necesarios. Es decir, **los fracasos en los aprendizajes**, se desprende de lo anterior, **están asociados al no desarrollo, a la no apropiación de contenidos formales**. O sea, si se encuentran obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas debería favorecerse la subordinación⁴⁵ de los contenidos tradicionales (figurativos) a los contenidos formales.

Aunque existen oportunidades en que algunos contenidos se aprenden para réditos inmediatos, por las necesidades que impone el dictado de una materia, de un currículo, otros por el contrario, se utilizan en el mediano y largo plazo. Los primeros se asocian más a los contenidos figurativos; los segundos, a los formales. Lo anterior indica que los contenidos formales están asociados al proceso, que necesitan de un tiempo para su apropiación.

Los errores

El docente destaca en sus clases los errores que los alumnos cometen, para luego *recuperarlos* a partir de alguna reflexión que los transforme en etapa provisoria de aprendizaje. Intenta desmitificar o **revalorizar el error** como una instancia inevitable del aprendizaje. Sugiere la reflexión para eludir el olvido o la depreciación de algo que debe ser superado por alguna requisitoria del sistema educativo o institucional. Por el contrario el error refiere a esa **zona de desarrollo** donde trabaja el alumno, y por tanto se hace necesario que el docente la rescate “cuando se la deja de lado”. Trabajar con el conocimiento del alumno implica, por todo lo anterior, trabajar con sus errores antes que con el conocimiento previamente construido y/o instituido de la disciplina.

El profesor comenta con dos alumnos hablando con uno de ellos “de los errores se aprende, siempre nos enseñaron que equivocarse es feo, pero eso es una pavada, no debemos esconderlos, sino debemos corregirlos porque así aprendemos. Después si quieres me comentas, deberías contarme como lo resolviste” (12).

¿Cómo enseña el docente el contenido formal? Cuando se reconoce un lugar para el error se está caracterizando un contenido formal pero, en el trabajo con la función de primer grado que es *el tema* de la 1ª clase, para el registro anterior, el otro tipo de contenido posibilita el aprendizaje del primero. En realidad, cumplen distintos roles en “*la obra*” de la educación y se apoyan y necesitan mutuamente. **El instrumento formal**, que se preguntara precedentemente, **se enseña vinculado al contenido figurativo**.

Los objetos de la disciplina matemática se consideran vacíos de contenido, son una invención del hombre en distintas épocas de la historia, según su necesidad. Para la enseñanza de la matemática el docente ha manifestado el interés de vestir de “algún ropaje” esos temas de la *ciencia exacta, tan rebeldes* a la comprensión. Sostiene esas ideas. Pero, ¿cómo las lleva a cabo? Históricamente, ha intentado enseñar interdisciplinariamente; su búsqueda es valiosa, y muy plausible la utilización didáctica de otros caminos. Sin embargo, esta investigación permite dar cuenta que existe una carencia: **la ausencia de marco teórico**, de una explicitación de aquellas ideas, el fundamento de porqué se llevaban a cabo tales acciones.

¿Y qué ocurre cuando las acciones se realizan con algún grado de irracionalidad, o sea: intuitivamente? No es posible dar cuenta del sustento teórico, resulta imposible darles legitimidad y surge la duda de su validez. Tampoco es posible trasladarlas a otro contexto y ante nuevas situaciones se hace necesario volver a improvisar.

Pero mucho más difícil es socializar esos conocimientos cuando cambian los actores. Es decir, es difícil para un docente transmitir su experiencia cuando no se ha

⁴⁵ Sacristán J.G.; Pérez Gómez A. I. (1998).

logrado una abstracción suficiente, que de cuenta de la práctica, *que la ilumine*, que elabore conceptos y teoría que sustenten o soporten la práctica educativa.

Entonces, este es el valor de la elaboración y estudio de los conceptos de los instrumentos formales y los contenidos figurativos, su función o lugar en la educación, su enseñanza, el vínculo entre ambos.

La formalización de la matemática

Cuando se enseñan distintos gráficos, su construcción, sus elementos, la expresión analítica, las constantes y variables de sus expresiones simbólicas, se recurre a veces a ejemplos de la física

- “Analizan la función en el pizarrón, los alumnos hablan desde sus lugares. Ubicándose el profesor frente al pizarrón explica con gráficos relacionando la función con un fenómeno físico: de esta manera, les hace ver cómo lo utilizan en otras materias”. (Muestra el gráfico) (42).

El docente está “formalizando” los contenidos matemáticos, aunque él no lo sabe. Les da un carácter de contenido formal, de instrumento que le permita al alumno utilizarlo para el aprendizaje de la física y, en un futuro, en otra asignatura. La matemática deja ahí de ser un contenido figurativo para pasar a constituir un contenido formal. Es como un ayudante para el aprendizaje de otra asignatura.

Es posible que en el inicio del estudio de un tema el alumno lo considere como un contenido figurativo. Es también posible -para su comprensión- que deba construir una figura, pero se está elaborando en esta investigación que **cuando un contenido se formaliza, se puede extraer una mayor riqueza**, porque ahí se transforma en un instrumento que permite al estudiante continuar comprendiendo conocimientos.

Un alumno se interesa por la utilización de los polinomios de mayor grado (711)⁴⁶.

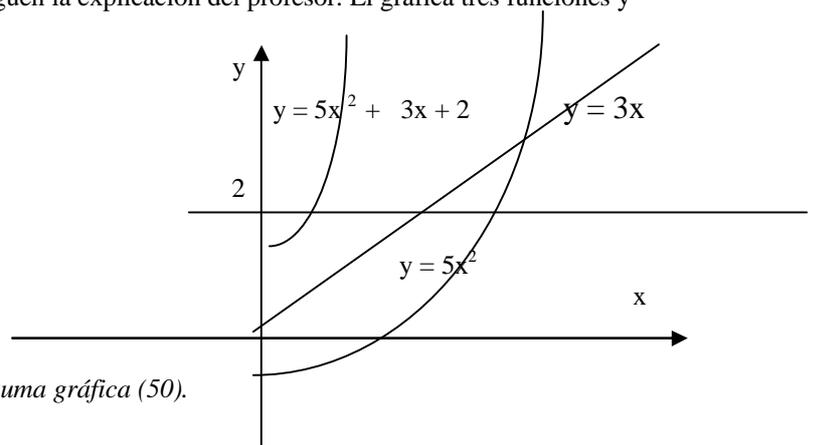
Aquí es el alumno el que intenta formalizar. El que quiere ver la matemática como un instrumento que le permita comprender mejor otros temas. El profesor señala algunos fenómenos de la ingeniería forestal que necesitan estudiarse con esos entes matemáticos. Nuevamente, sin haberlo reflexionado, el docente intenta colocar la matemática en el lugar de lo formal.

Construir gráficos

Un tema clave en 1º año de ingeniería es la construcción de gráficos en el diagrama cartesiano. Esta tarea está encomendada a las asignaturas de matemática y, a veces, de física también. En matemática se constituye en un contenido figurativo, es decir, un conocimiento a adquirir por el alumno con características de intención, u objetivo de la cátedra. Pero el estudiante y el futuro ingeniero lo necesitan como un instrumento más. Se analiza una situación en la clase:

⁴⁶ Archivo (711); pág. 32.

“Otro alumno se retira, los demás siguen la explicación del profesor. Él grafica tres funciones y analiza:



El profesor indica cómo hacer una suma gráfica (50).

El docente sabe que es importante para el alumno trabajar con el gráfico. Y también la posibilidad que el estudiante aprenda distintas alternativas como ser: la suma gráfica. Este método es no tradicional. Se trata de pensar una gráfica considerada compleja como el agregado, la suma de otras más simples.

La etimología y las partes de la palabra

El sentido del contenido trigonometría se aprende a partir del análisis de las partes: prefijos, sufijos de la palabra. De modo que frente a la inquietud del estudiante de conocer el significado de una rama de la matemática, el profesor intuitivamente la transforma en una situación de aprendizaje de contenidos formales ¿Por qué hace esto el docente? Porque en su propia historia él descubrió la utilidad de la etimología y la composición de las palabras para la comprensión de términos y conceptos.

“Hubo un alumno que preguntó: qué significa trigonometría.

Se formuló la pregunta qué es gono, viene de gonio, ángulo. Se le indicó acerca de los estilos de cómo aprender y cómo enseñar, por ejemplo, buscando la etimología de la palabra. Finalmente se señaló que la trigonometría trata o estudia el tema de las medidas de tres ángulos (y también los lados) de un triángulo” (682).

Existen ejemplos donde el alumno ha adquirido algún contenido en otra asignatura como “la ordenada al origen” y se autoplantea y luego traslada la inquietud al docente de que puede existir otra coordenada al origen. Es un alumno con capacidad para construir y deconstruir el conocimiento.

“En base a las preguntas de los alumnos se plantearon 3 ítems que ahora sí son las consignas para toda la clase.

Un alumno había preguntado: “ Si hay en una recta ordenada al origen, ¿no puede haber abscisa al origen? Se escribió la expresión de una recta de forma explícita: $y = 2x + 3$; luego se hace pasaje de términos de un miembro a otro y se reordena, se hace álgebra y se arriba a $(y/ - 3) + (x/ -1,5) = 1$ que es la forma segmentaria de la recta. Se indicó que los valores numéricos de los denominadores de y y x son las coordenadas al origen. Luego, se graficó la recta y se observó particularmente el valor de la abscisa al origen” (721).

Cuando se realizó esta explicación se reflexionó en clase que el profesor consideraba que este contenido no era necesario colocarlo en el programa, sino que es preferible esperar la pregunta del alumno, y además el docente prioriza los contenidos formales, aunque él no lo explicita. Esta decisión de no considerar el tema en el programa significa no darle el lugar de figurativo. La sola aceptación de dar un lugar a la pregunta del alumno y, fundamentalmente, destacar su importancia es transformar el contenido figurativo en un instrumento formal. Es formalizar la enseñanza de la matemática.

Saber estudiar

El docente sabe por la experiencia adquirida que en un 1º año de la universidad es fundamental “saber estudiar”. Es decir, que el alumno comprenda los temas del plan de estudios y también sepa posicionarse frente a las exigencias administrativo-académicas de las cátedras. Hay oportunidades en que se producen diálogos entre el profesor y algún alumno que se asemejan a “tironeos”. De un lado se coloca el alumno: es el lugar de lo concreto, como en el ejemplo planteado por la cátedra de analizar una expresión analítica de la recta. El alumno solicita que se trabaje con números para arribar a un resultado. Desea trabajar con conocimientos figurativos. En el otro lado, el docente: es el lugar de lo abstracto y desea que el alumno trabaje con conocimientos formales. Pretende que los alumnos reconozcan en la expresión analítica de la función de 1º grado, a una de las constantes como la pendiente y a la otra, como la ordenada al origen.

“En este instante Ma está con el profesor y dijo no sé, entonces el profesor, le dá como una receta de fórmulas para que represente y luego un par de preguntas para que conteste y pueda reflexionar.

La alumna preguntó: ¿cómo hago para estudiar $y = mx + b$? ¿Porqué no ponemos con números? Se le indicó gráficamente dos conjuntos de rectas uno con igual pendiente(m), paralelas, y otro con igual ordenada al origen(b). Se dibujó los dos conjuntos de rectas en el cuaderno de la alumna. Luego se le dio dos consignas para estudiar cada conjunto. a) ¿En qué difieren las rectas entre sí en cada conjunto?, b) ¿Qué tienen similar las rectas entre sí en cada conjunto?” (713).

“Ma volvió con los gráficos y el profesor se dió cuenta que le dio las mismas rectas o algo así, creo que ha avanzado y el docente le da otra consigna.

Se le indicó a la alumna los dos conjuntos de rectas dados gráficamente, se tomó una recta para luego considerar paralelas a ella y a posteriori un conjunto con la misma ordenada al origen que la recta inicial. El docente le da ahora la siguiente consigna: escribí las fórmulas de las rectas dibujadas” (724).

“Ma parece no poder con el lenguaje analítico, entonces, el profesor insiste en darle tarea y escribir coloquialmente lo que dice.

El docente escribe en el cuaderno de la alumna con palabras, lenguaje coloquial: cuando varias rectas son paralelas es porque tienen la misma pendiente, es decir la misma inclinación y sus expresiones son como: $y = 2x + 3$; $y = 2x + 2$; $y = 2x + 1$; $y = 2x$ ” (728).

La alumna había concurrido a preguntarle al profesor cómo resolver un ejercicio. El docente, aunque no tenía claro qué debía hacer él, qué indicarle o comentarle a la estudiante, sabía qué no quería hacer. No quería una secuencia de pasos irreflexivos que condujesen a un resultado. Entonces, ¿qué hace? Le formula preguntas que la desafíen. Como indica el registro: a), b) (713). Esta situación se reitera algunas veces más. El docente se reitera en sus conductas de crear situaciones que favorezcan el pensamiento de la alumna. Pero, no sabe si lo logra y no atina a ninguna acción, a reflexionar para comprender cuál es su rol. Aquí se podría plantear la siguiente cuestión: si el docente percibe y desde este lugar de la investigación se comprende que el docente favorece el trabajo de la alumna para una mejor comprensión de la realización de los ejercicios matemáticos, ¿qué necesidad existe de reflexionar acerca de esos registros? La respuesta se encuentra en la continua improvisación del docente, que no sólo no atina a entender su propia práctica, y muy especialmente no puede comunicarle a la alumna qué intenta él proponerle, es decir la transparencia de sus acciones, porque no logra teorizar acerca de su *metier*. Es decir hay una carencia de un marco teórico respecto a sus acciones de enseñanza.

Esta investigación provee esas ideas, es la encargada de completar ese vacío, de reflexionar acerca de los registros y producir la teoría necesaria que permita al docente comprender su práctica.

Y, ¿qué intenta el docente con sus sugerencias? Trata de formalizar su enseñanza. Sabe por experiencia profesional que los contenidos matemáticos no los va a usar la futura ingeniera. Y si ocurriese que en alguna oportunidad requiriese de la función de 1º grado, el contenido figurativo de referencia, la estudiante, en el futuro, podrá recabar en algún texto, o consultar a otro profesional y estará en condiciones luego de utilizar ese tema matemático. Pero, el instrumento formal desarrollado con el ejercicio no será tan inmediato. Y, este sí es apropiado “adquirirlo” en el ejercicio educativo del aula, ese es el momento pertinente.

De lo anterior surge la siguiente tesis:

Tesis 6ª (de los contenidos formales y figurativos): existe una relación dialéctica entre un contenido operativo (instrumento formal) y uno figurativo (representación). La enseñanza de ambos debe llevarse a cabo necesariamente al unísono, en simultaneidad.

¿Cuáles son las conclusiones acerca del estudio del conocimiento en el aula?

Las consignas, que se adaptan, o resultan de los momentos, tiempos, etapas de la evolución de la asignatura, guardan la intención de generar inquietudes en el alumno para que este trabaje con su pensamiento, su conocimiento. Esas preguntas o ejercicios intentan colocar cuestiones problemáticas donde concurren distintos caminos estratégicos, para que el alumno deba elegir, tomar decisiones, no simplemente responder o demostrar conocimientos solicitados por la cátedra. Como no se buscan respuestas puntuales, no se solicitan cálculos con las clásicas guías de trabajos prácticos, si bien hubo algunas excepciones de algunos ejercicios sugeridos pero más como pretexto para la construcción de un concepto que como un mero ejercitar de *habilidades operativas matemáticas*. Las consignas se fueron modificando de acuerdo al *carácter*, importancia, relevancia o peso de los contenidos, y al *momento* del propio desarrollo del curso.

El **análisis del diálogo docente–alumno** permite comprender el pasaje de la metodología de enseñanza tradicional a un estado participativo. Requiere de la reflexión de la propia práctica y, a partir de esta, se encuentra la inversión de roles del docente y el alumno referidos a las posiciones ante el conocimiento en el aula. Hay una manifestación de construir teoría acerca de la práctica que el docente desarrolla en sus clases, iluminando sus propias representaciones. Acerca de esto, se estima relevante el proceso seguido por el docente, desde una posición inicial de “observador externo”, que lo llevaba a pensar que las preguntas son problema de los estudiantes y que pueden analizarse, estudiarse como “objetos de estudio”, a una nueva situación epistemológica en que se “descubre” a sí mismo inserto en esa misma clasificación, lo que le permite adoptar una nueva posición donde es capaz de comprender su propio involucramiento en ese juego dialéctico del conocimiento.

El estudio del lugar que el docente le asigna a los contenidos, vinculado a lo anterior, permite señalar la discriminación entre **instrumentos formales y contenidos figurativos**. El profesor atribuye una necesidad insustituible a los primeros y una utilización de los segundos como un material, o escenario que permite el desarrollo de aquellos. Pero, también se considera a la matemática como una ciencia dirigida a enseñar a formalizar, a “vaciar de contenido” las distintas asignaturas.

Concomitante con lo anterior, el pasaje de la enseñanza tradicional a una más participativa implica una sustitución de información a cargo del docente por un ejercicio de libertad propuesto por la cátedra y utilizado por el alumno para la actividad heurística.

PARTE TERCERA:

Los sentires y los logros

Capítulo VI - *Los placeres y displaceres en la enseñanza de la matemática*

Hay una tesis encubierta, no fácilmente detectable, poco explícita. Se trata de la enseñanza del docente y sus sentires.

Tesis 7ª (de los sentires del docente): “La enseñanza que plantea el docente se sustenta sobre sus placeres-displaceres, el juego, y su historia de aprendizajes”.

Estos son sus sentires fundamentales, que a veces se complementan y otras colisionan con la propuesta teórica. Por un lado, el profesor siente placer en jugar con el conocimiento matemático. *El profesor experimenta mucho placer* cuando un alumno se acerca en una consulta a dialogar con él, y se da un intercambio de ideas, un juego matemático, no preguntas de rutina o simplificadas.

“El alumno pensó e hizo pensar al profesor” (522).

“Utilizó un dibujo y lo ‘peloteó’ al profesor”.

El alumno había traído una circunferencia que circunscribe distintos polígonos e indicaba con sucesivos dibujos cómo al aumentar el número de lados de los polígonos estos se van acercando a la circunferencia” (523).

“El profesor: satisfecho, utilizó el humor y gestos” (524).

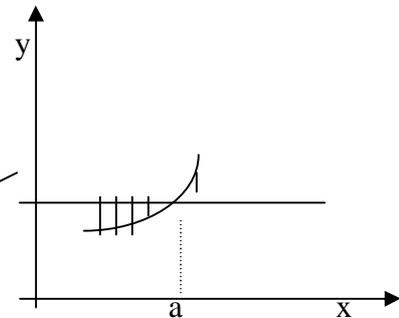
El juego matemático deviene, para el docente, de la historia personal desde su propia infancia. Los primeros juegos intelectuales se transformaron en su trabajo, su 'ocupación' laboral, y los objetos cognitivos en compañeros históricos, socios y aliados que dieron seguridad profesional y prestigio social.

El profesor recorre el aula y recoge las preguntas que, a su juicio, son las más interesantes: en la práctica todas, y las desarrolla en el pizarrón. Analiza el lugar de la pregunta, su relevancia, sus posibilidades de estudio o resolución y también su aprendizaje. El profesor experimenta alegría, puede jugar con la matemática (125-126, 208, 250-256)⁴⁷. El placer de enseñar es mayor para el docente cuando 'el juego' presenta variantes. Algunas veces, lo plantea el alumno en su consulta y otras el profesor cuando decide una exposición colectiva para todo el curso, a partir de las preguntas recogidas. Entonces, improvisa alguna estrategia que, facilitando el aprendizaje de los alumnos, como él supone, le permita jugar con la matemática. El profesor indica el aprendizaje del concepto límite por distintas estrategias (515).

“Les dice a los alumnos que entren al concepto de límite por el camino que les resulte más fácil: gráfica, analíticamente, o por medio de tablas”.

Se indica en el pizarrón el siguiente esquema:

x	2,2.....2	1,999	1,99	1,9
$x^2 + 1$	5,84.....1 = 5



Límite

*Entorno, Entorno reducido
punto de acumulación,
diferencia límite-función*

⁴⁷ Ver Anexo IV.

También, utiliza el gráfico de una función de 2º grado (50) o recurre a conocimientos previos para construir un "cuadro de operaciones directas e indirectas" (214). Una satisfacción más específica experimenta cuando trabaja interdisciplinariamente con la física (49) o la biología (95).

Por otro lado, las clases no le producen siempre alegría, también surge el displacer, la irritación, el enojo, cuando 'el juego' no se desarrolla. Ocurre que el alumno realiza su propio planteo, también desde su historia personal. El tiempo del alumno, sus intereses, sus posibilidades de pensar lo llevan a realizar una consulta en términos acotados, de pregunta puntual, concreta. El docente siente que ahí no hay juego con el conocimiento y quiere que el alumno estudie posibilidades, abstraiga, relacione distintos entes matemáticos y con otros fenómenos de disciplinas diversas. Como no lo logra, se irrita, se enoja.

"El mismo chico vuelve a consultar, él le contesta usando como ejemplo el cuaderno del chico, el chico analiza una función en particular y quiere la respuesta puntual, el profesor insiste en que razone por sí solo. Le explica con otro ejercicio, no con el del chico" (181).

También se disgusta cuando propone que discutan su propuesta de evaluación y los alumnos solo preguntan solicitando información sin discutir (183-194). O en algún tema, como cálculo de máximos y mínimos, que supera al alumno y surge la consulta reducida, simplificada (245). Este panorama, esta situación se hace insostenible para el docente. Entonces recurre al "consejo", o a destacar:

"Todos están copiando (cuando toman apuntes) a lo loco y a lo tonto. Paramos acá y pregunten" (289).

¿Porqué surge, emerge, aparece esta suerte de estallido docente ante los requerimientos o actitudes estudiantiles? ¿Qué expectativa tiene este docente? ¿Qué signos percibe y qué elaboración hace?

El estudio del placer y el displacer docente llevó a describir algunas situaciones del aula y generó preguntas. Para intentar alguna respuesta o construir ideas que permitan comprender esas cuestiones se enumeran las siguientes categorías:

01. La ansiedad
02. El discurso crítico
03. Los metaaprendizajes
04. Las explicaciones

La ansiedad:

En la práctica de las clases, cuando el docente queda solo, sin dialogar con los alumnos, sin 'estar próximo' al conocimiento matemático en la discusión, el análisis o la enseñanza, experimenta ansiedad. Esta se manifiesta, por ejemplo, en la clase del 27 de octubre, cuando los alumnos se sientan en la 2ª mitad del aula cercana al fondo. El profesor queda solo, desasosegado.

"Al profesor le llama la atención la ubicación de los alumnos en el curso, entonces dice: Miren donde están sentados y se pone en el centro del curso y vuelve a decir: antes el curso terminaba aquí, claro como yo voy en contra de lo que es esta Facultad, ahora se sientan ahí, mañana ya no están, ¿cuándo se comunican con el profesor?" (138).

También en alguna oportunidad, en las primeras clases, cuando indica una consigna y aguarda que los alumnos trabajen.

"Aparentemente el profesor está inquieto e impaciente, tal vez porque está sentado y mueve sus pies constantemente, esto es un signo de nerviosismo" (152).

En algunos momentos está tenso, ansioso, hay un panorama en clase que él no domina. No es la clase estructurada con el trabajo de su propio conocimiento. Otras veces se impacienta tanto que la situación lo lleva a organizar pequeñas clases magistrales.

“Creo que el profesor se impacienta un poco, cada minuto mira el reloj” (478).

“Comienza la clase magistral” (479).

“El profesor se enamora un poco del pizarrón”(486).

El docente ha propuesto una libertad de trabajo para el alumno. Esto lo lleva a realizar observaciones de los grupos. Pero, **no sabe qué observar. Presupone que no está haciendo nada.**

6° Supuesto (del rol docente): el docente supone que su rol es de plena actividad física. La palabra debe manejarla en todo instante y constituirse él mismo en el centro de la clase.

Pero esto no coincide con la propuesta metodológica. Por el contrario, está en franca oposición. Ahora se trata de aprender a ver el aula. A estudiarla a partir de las propias observaciones, y las que realiza el grupo metodológico que permite posteriores reflexiones. La dificultad del docente es la decodificación de **los signos del aula**. Solo comprende cuando hay preguntas.

“Profesor: hoy los alumnos están investigando porque preguntan, hoy me di cuenta de esto. Pero, les sirve para aprender a investigar, no solo en esta materia, sino también en las otras” (290).

El docente plantea consignas más participativas. Se ocupa del trabajo del alumno. Pero **no descubre su propio trabajo en el nuevo modelo**

Luego de consultar los alumnos se sienten más distendidos, y muchos salen afuera (374).

Profesor se lo observa molesto" (375).

Las situaciones de ansiedad, su nueva ubicación en el aula como observador, lo instan a solicitar preguntas que le permitan volver a su *antiguo rol de dueño del conocimiento*, que pueda trabajar con el conocimiento matemático. Es posible que el docente experimente un duelo, y asociado a la ansiedad que lo lleva a pedir que los alumnos se comuniquen, también experimente una pérdida o varias. Por ejemplo una de ellas, la del control del conocimiento. Ya había vivido otra como la pérdida de control de los movimientos de los alumnos. Pero, **otro duelo se da en la pérdida de su vieja identidad de profesor**. Ahora la propuesta del Cambio Metodológico requiere la construcción de una nueva identidad docente, una construcción que haga coherente su compromiso docente explicitado en su innovación curricular con su anhelo de utilizar la matemática como un juego para facilitar el crecimiento del alumno.

Entonces se impacienta, insiste en su pedido de preguntas.

“Profesor: ¿Alguien quiere preguntar algo? Un chico consulta a otro por un ejercicio y ni siquiera escucha al profesor. El profesor pregunta tres veces lo mismo de distinta forma pero ninguno de los chicos pregunta nada, absoluto silencio” (73-75).

Reafirma esta situación señalándoles a los alumnos lo relevante de sus preguntas

El profesor comenta otra pregunta de otro grupo y dice que así se construye una clase, con las preguntas de los alumnos diciéndoles que deben preguntar lo que se les de la gana, de lo contrario él viene y tira todo lo que sabe y los alumnos no entienden nada (129).

Profesor: ¿Quieren consultar algo? No me consultaron nada, pero no me importa (308).

El discurso crítico

Teóricamente, y dissociado de las manifestaciones de aquellos sentires en la práctica, surge el discurso crítico del docente. Pero el discurso, la arena pública a la que el docente es muy afecto, encierra críticas ¿qué crítica? La enseñanza tradicional. Él considera que no ha podido crecer, atrapado en ideas y creencias del modelo conservador educativo. Se siente usado por una maquinaria racionalista donde su lugar

es el de un engranaje. Sin embargo, se esfuerza en crear, producir, en encontrar su nuevo rol, su moderno perfil de profesor en un modelo que propone participación.

Al docente le interesa revalorizar los errores que comete el alumno y su forma de trabajo es *el decir*.

“El profesor comenta con dos alumnos hablando con uno de ellos "de los errores se aprende, siempre nos enseñaron que equivocarse es feo, pero eso es una pavada, no debemos esconderlos, sino debemos corregirlos porque así aprendemos. Después si querés me comentás, deberías contarme como lo resolviste” (12).

En otras oportunidades la crítica la dirige hacia su propio trabajo, donde señala *el deber* que le cabe al docente.

“El profesor termina de explicar la pregunta al alumno y comenta: esto es lo que debería hacer el profesor, agotar todas las posibilidades al explicar, pero al final de la clase con las preguntas de los alumnos, porque así se aprende, de lo contrario no sirve de nada.

Otra pregunta y de nuevo comienza la explicación. El alumno no se conforma solo con eso.

El profesor: la enseñanza debe tener una cuota de curiosidad” (55-57).

El discurso o enfoque técnico es uno de los 'favoritos' del docente hacia donde embiste con todas sus fuerzas. Ha descubierto que ese pensamiento ha maniatado el suyo propio durante años, entonces no ahorra frases para 'ponerlo en claro'.

“El profesor dice: la gran mayoría no va a entender porque está acostumbrado de ver en una forma técnica, pero no se rajen, porque más adelante, lo van a entender cuando finalizan el curso. Necesitan tiempo” (168).

También critica *sus errores* provocados por la ansiedad que manifiesta en las clases.

El profesor se autocritica por el error debido a la ansiedad (394).

Los metaaprendizajes

El discurso crítico ha proliferado tanto que ahora el docente vuelve su mirada hacia el alumno. Y surge el análisis de *cómo aprender*. Para luego pensar en el “qué debe hacer” el alumno respecto a algunas características que aparecen en los aprendizajes.

El docente supone que aquello que a él lo motiva, que le atrae, que facilita la comprensión del tema matemático habrá de ocurrirle similarmente al alumno.

El profesor: para estudiar hay que tener ganas. Para aprender hay que buscar lo anterior (60).

9.20 El profesor dice que para entender la materia hay que relacionarla con cosas concretas (96).

Ha armado un espejo virtual. **El enseña como él ha aprendido, cree que lo que a él le resulta accesible, lo que ha facilitado o facilita su comprensión habrá de ocurrirle al alumno.**

También enfatiza en manifestarle a un alumno cómo aprende (proceso), tanto más que lo aprendido (producto).

El profesor le pregunta a un alumno (A). Vos dijiste que esta es la función y no está (291).

7º Supuesto (del cómo aprender o cómo enseñar): el docente concibe y desarrolla su enseñanza, acorde con las estrategias asociadas a sus propios aprendizajes.

¿Qué ocurre con este vaivén? De la *práctica*, nucleada alrededor de la ansiedad y los duelos del docente y su placer de trabajar con el conocimiento matemático, a la *teoría* manifiesta en el discurso crítico. De este gap teoría-práctica el docente desemboca en LA EXPLICACIÓN.

Las explicaciones

El docente recurre a ellas cuando sus percepciones de las clases se reducen a: el alumno "pregunta o no pregunta", entonces, retoma su antiguo rol, el centro de la escena, vuelve a la palabra y explica. En algunas oportunidades se acerca al pizarrón y explica sin que haya habido ninguna pregunta. Sin embargo, alcanza a exclamar: "...la clase la arman los alumnos".

"El profesor comenta: No hubo preguntas, pero igual voy a explicar, yo me adapto a ustedes, la clase la arman los alumnos" (161).

Cuando algún alumno concurre con una pregunta y manifiesta dificultad con el contenido matemático, y él no sabe cómo ayudarlo, recurre a una explicación general para todos. **Pareciera que le resulta más fácil trabajar con su conocimiento que con los obstáculos que plantean los alumnos.**

"11.15 Se acercan al profesor dos alumnos por el ejercicio uno, el profesor comienza la explicación, los alumnos no entienden nada y todos están sorprendidos por el concepto de límite. La chica que trabaja sola pide si hay una regla para resolver. Todos preguntan si hay algún método en particular para aprender más rápido" (229).

"El profesor insiste de distinta forma para que razonen. Estudien tranquilos les dijo y terminó la explicación" (230).

La transición hacia una educación participativa no se agota en la propuesta de consignas abiertas y clases flexibles, presenta la exigencia de aprender cómo piensa el alumno, y requiere que el docente aprenda a trabajar con el conocimiento del alumno. Conocimiento que los estudiantes decidieron en un espacio propio de ellos, en su zona de desarrollo y/o aproximación. El docente también explica cuando la pregunta es valiosa, singular, interesante. El placer del conocimiento también lo quiere compartir con los alumnos, pero su entusiasmo lo lleva a realizar esos desarrollos matemáticos que luego critica.

"El profesor se pierde, comete un error, al darse cuenta se autocritica, se da cuenta que cargó demasiado" (424).

El docente propone una consigna abierta a las inquietudes de los alumnos, hay una flexibilidad en la clase que permite a los alumnos moverse físicamente, tomar decisiones, buscar el conocimiento entre sus compañeros, salir del aula, preguntar al docente, pero este concluye algunas situaciones con explicaciones.

"Llegué tarde. Los alumnos están trabajando.

El profesor tiró la consigna que se sienten como les plazca (de a 1, 2 o en grupos).

La mayoría se agruparon, solo dos alumnos quedaron trabajando solos.

Consigna: analizar una función ya sea polinómica, exponencial, o trigonométrica.

Los grupos están sentados muy dispersos.

Observo que la mayoría de los alumnos están en otra cosa, no hay concentración, entran y salen.

El profesor no está. Total: 18 alumnos.

Tres de los cuatro grupos utilizan el apunte de Matemática I, solo hay un alumno que está trabajando solitario.

El profesor volvió, se lo observa tranquilo, muy pensativo, está en otra cosa.

Un grupo consulta: quieren realizar una función pero no se acuerdan que pasa con el signo negativo.

Se trata de la función $f(x) = -x^3$, se graficó $y = x^3$ y luego se le indicó que cambiando de signo a las ordenadas se podía obtener la gráfica deseada. También se agregó que representa el signo menos en matemática y esto permite modificar un gráfico, un número, un ente matemático afectado por él.

El profesor ante la pregunta toma una actitud recta, hay un ambiente tenso, explica gráficamente al grupo la función, usa gestos, pregunta: ¿me entendieron o los aturdí?

El grupo lee un párrafo del apunte que no entienden, se observa que están enganchados, nada tensos, dinámicos, con ganas de sacarse las dudas.

Profesor: está muy objetivo, la voz moderada, tranquilo, menos ansioso, sigue explicando gráficamente, les dice a los alumnos como tienen que pensar como ingenieros.

Les comenta lo importante que es ver las asignaturas relacionadas, ver las cosas globalmente.

El grupo sigue preguntando” (428-440).

También, en ocasiones en que el profesor recurre a la explicación, disfruta mucho de su trabajo matemático, pero los alumnos no comprenden (480-497).

¿Qué subyace en estas conductas oscilatorias del profesor? ¿Cómo es que se origina una propuesta innovadora, se la lleva a cabo y sin embargo finaliza con contradicciones? Hay un 'ir y venir', de la propuesta teórica a una práctica insatisfactoria, luego sigue un nuevo discurso teórico y, finalmente, una acción contradictoria con la propuesta inicial.

¿Cómo se comprende todo esto? ¿Es la **disociación teoría-práctica**?

Por un lado, la propuesta que formula la cátedra en esta innovación metodológica, es de **carácter teórico**⁴⁸, un ensayo: *con consignas abiertas, con una búsqueda del conocimiento matemático por parte del alumno y una evaluación participativa*. Había surgido de la información libresca, de la erudición y las observaciones de los no-aprendizajes en la matemática, por parte de los alumnos. Pero, el docente no había estudiado su enseñanza, ni previsto algún rol para sí mismo. Es decir sobreviene **la práctica** con los tiempos y las dificultades de los alumnos en matemática y los sentires del docente.

Hay una manifestación de ese salto, de ese hiato teoría-práctica. Las ideas de la nueva metodología, las consignas teóricas no se corresponden con algunas prácticas del aula. Esto carga de tensión el ambiente del aula. Los alumnos utilizan la libertad para aprender matemática. De acuerdo a sus posibilidades, a su desarrollo, a sus estructuras cognitivas y, también, acorde a sus sentimientos, sus intereses y creencias. El profesor, ante las acciones de los alumnos, realiza sus percepciones, sus interpretaciones, intenta comprender los signos de estas prácticas que devienen de la propuesta innovadora. Entonces, ensaya un discurso teórico que pretende superar y evolucionar desde la enseñanza tradicional. Sin embargo, él percibe que los aprendizajes de los alumnos siguen siendo deficientes. Ahí parece que olvida el espíritu de la propuesta y recurre a viejas prácticas. Y estas son tales que le producen placer, que él conoce, que está preparado, se produce una resistencia al cambio, el profesor explica y realiza una práctica opuesta a los enunciados teóricos de la propuesta.

¿Porqué el docente vuelve a prácticas anteriores? ¿Qué es tan 'fuerte' ?

En principio, algunos avances se alcanzan en tanto y en cuanto la explicación no se desarrolla por rutina. En las clases se han desarrollado otras prácticas manifestando que la explicación no es el 'único camino' de acceso al conocimiento. Pero, la nueva metodología requiere un respeto a los tiempos de los alumnos y a los propios del docente. Y surgen otros 3^{tos} tiempos: los institucionales, el cumplimiento de etapas en el logro de aprendizajes, las acreditaciones indicadas en la dimensión administrativa de la evaluación, y las propias urgencias del curriculum de la carrera a partir de las exigencias de las otras asignaturas que los alumnos cursan simultáneamente con Matemática II. Todo esto hace necesario que el profesor conozca sus supuestos educativos para referirlos a la nueva metodología y permitir tanto al alumno como al docente descubrir nuevas estrategias, gratificarse con la enseñanza de la asignatura, realizar ensayos, estudiarlos y modificarlos.

Una metodología nueva no se reduce solo a la propuesta. La educación es impredecible y requiere además el estudio simultáneo de las actividades en el aula. En realidad, ese estudio es esta investigación. Esas, **teoría y práctica, no pertenecen a las**

⁴⁸ Carácter teórico: proviene de la información de cursos de perfeccionamiento y autores. Si por el contrario, la fuente hubiese sido su propia experiencia se denominaría de carácter práctico.

mismas praxis. Por ello se contradicen. Esa teoría es extraña a la práctica desarrollada porque proviene de una fuente distinta a la práctica del aula. Todo esto no lo sabe el docente. Él se informó de las ideas que propugnan un aula más abierta, unas clases más participativas, una consideración al alumno como persona y decidió llevarlo a cabo. Pero, esas eran teorías que provenían de otras experiencias y no de la suya propia. Entonces, entran en colisión teoría y práctica. El docente decide proseguir tanto con sus ideas como con sus prácticas aunque, a medida que modifica estas últimas, se acerca a la compatibilidad entre *su discurso* y *su hacer*. Pero es esta investigación la que le ha permitido, le permite comprender esa evolución. Esta investigación convertida en un lugar reflexivo de educación.

Tesis 8ª (de la disociación teoría-práctica): “En la presentación de una propuesta metodológicamente distinta, una innovación curricular que proponga un pasaje desde una posición tradicional de la enseñanza hasta otra más participativa, se manifiesta una suerte de contradicción entre el decir teórico de tal planteo y el hacer práctico, y surgen situaciones de tensión y conflicto que derivan del hiato teoría-práctica con que trabaja el docente, generado por la intención del cambio educativo”.

Capítulo VII - *El compromiso del profesor*

Pensar en compromiso es señalar: obligación contraída, palabra dada, fe empeñada.

¿Cómo se manifiesta la obligación? ¿Con qué, con quien o a quien “le dio la palabra”, el profesor?

Estos interrogantes se estudian a partir de tres categorías:

01. El contenido matemático
02. La matemática y la ingeniería
03. La contención

El contenido matemático

La cátedra adoptó una posición singular ante el contenido matemático, indica a los alumnos que los entes matemáticos se consideran en el curso como *pretextos* para el aprendizaje. Es decir, la cátedra **prioriza los instrumentos formales por sobre los contenidos figurativos** de la asignatura. Esa posición docente ante el conocimiento genera determinadas actitudes en el profesor. Esa concepción del conocimiento: subordinar los contenidos figurativos a los formales, está vinculada, es coherente con el compromiso del profesor en el aula y el ejercicio de libertad propuesto por la cátedra y practicado por los alumnos. Pero, ¿cómo es ese compromiso?

El docente suele reiterar que el alumno debería utilizar la materia para *analizar, reflexionar* y no para *adquirir mecánicamente reglas matemáticas*, y agrega que la asignatura ocupa un lugar en el currículo, está, para *ayudarlos a pensar*.

“- El profesor les dice, mientras explica, que la materia les ayuda a pensar no a memorizar” (71).

A la mencionada postura educativa de la cátedra le corresponde la libertad dada al alumno para que este asigne un lugar al contenido según sus posibilidades. El docente toma el rol de guía, tutor, para acompañarlo ante alguna consulta del estudiante.

“El grupo de cuatro, que está cerca del de mujeres, pregunta algo y el profesor se sienta con ellos y revisan un ejercicio. El ejercicio consultado es complicado y el profesor responde que así a simple vista no sabe y que debería analizarlo, por lo tanto se ponen a analizarlo juntos.

El grupo preguntó como es la representación de la función: $3^{(x \text{ al cuadrado} + 1)}$ o sea 3 exponencial $(x^2 + 1)$. Se les indicó que por la complejidad de la función era conveniente aguardar el estudio de algunos conceptos en unidades posteriores del programa para poder abordarla. Por ejemplo conocer límites y derivadas” (119).

También ocurre una situación similar cuando el alumno plantea un ejercicio concreto y el profesor indica posibilidades de resolución y falta *el cálculo*⁴⁹ *final único* que caracteriza a la educación tradicional. El docente no reniega del cálculo. Pero, sí ha asumido una posición frente a los cálculos como rutina, las operaciones presentadas solo por la práctica misma. Por ello, no espera el cálculo final, si el alumno lo consulta o lo realiza el docente participa, pero no lo exige, no lo auspicia.

“El chico que fue el único que preguntó de este grupo ahora pregunta otra cosa y el profesor le dice: vamos a sentarnos solos, se van del grupo el profesor escucha la consulta y le explica y sugiere como ver el ejercicio”.

⁴⁹ *Calculus* en latín significa piedra, algunos pueblos antiguos realizaban operaciones matemáticas con movimientos de piedras alterando sus posiciones, las que significaban distintos valores numéricos. Desde entonces, proviene el hábito y la relevancia del cálculo matemático.

MATEMÁTICA II T.P.Nº 2

PARTE A: CONCEPTO de LÍMITE, Lenguajes gráfico, coloquial y analítico

Ejercicio Nº5

Dibuja la gráfica de una función $f(x)$ tal que verifique las siguientes cuatro condiciones:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4$$

“El alumno preguntó: ¿cómo dibujo? El profesor le hizo varios dibujos con cada una de las consignas a), b), c) y d) indicándole probabilidades. También le dijo: la ingeniería es aproximada, no es exacta” (217).

La obligación que el docente considera no es con el contenido de un programa tradicional y rígido sino con el alumno, su aprendizaje, su desarrollo.

Cuando el alumno pregunta, el profesor puede saber algún camino o no. En algunas oportunidades, recurre a la deducción, tan característica en matemática: cómo encontrar la *forma segmentaria* de la función de 1º grado (la recta). Esta expresión permite la representación gráfica a partir del conocimiento de las coordenadas al origen que aparecen explícitas en la forma analítica de la recta mencionada. El alumno que generó este tema consulta acerca de: "...si hay una ordenada al origen debería haber una abscisa al origen". Pensar en una ordenada al origen y simultáneamente en una abscisa al origen, es considerar una expresión matemática para la función de 1º grado con esos dos parámetros⁵⁰. Entonces, el docente produce el cálculo algebraico correspondiente. Luego, añade que la cátedra no incluye ese contenido específicamente por no considerarlo necesario. Pero, ante alguna curiosidad, como en el caso citado, considera muy útil desarrollarlo (721). Aunque en el momento de la clase el docente no lo consideró, desde esta investigación se comprende que *el alumno está formalizando la información* de la ordenada al origen, pensando también en una abscisa al origen. No se quedó con la clásica aplicación, o las características, o los consabidos cálculos matemáticos sino que se animó a pensar, si hay una coordenada en un eje puede existir en el otro. El docente tampoco lograba caracterizar el interrogante aunque entendía que la pregunta era valiosa.

Análogamente, cuando los alumnos necesitan comprender la relación entre los términos binomio, trinomio y polinomio se les indica los vínculos entre los términos y qué significan analíticamente (726)⁵¹.

La matemática y la ingeniería

El docente considera que el alumno ingresa a la carrera de ingeniería forestal para estudiar ingeniería. Es decir, el contenido matemático, para alumnos de una carrera no-matemática como la Ingeniería Forestal, es singularmente formal antes que figurativo, por ende, la matemática es un insumo⁵², no un objeto cognitivo considerado

⁵⁰ $(x/a + y/b) = 1$; con a : abscisa al origen, b : ordenada al origen.

⁵¹ La posición del docente ante el tema “Polinomio” es la siguiente: al estudiante de ingeniería le interesa el polinomio matemático como un instrumento (formal) que permite ponderar diferentes componentes de un valor más complejo. Para enriquecer la idea: las componentes son x e y , pero la 1ª es más importante que la 2ª, luego se la multiplica, por ejemplo por 3 a la 1ª y por 2 a la 2ª. El polinomio es: $z = 3y + 2x$. Si z fuese opinión de los alumnos, x cumplimiento de horarios e y conocimientos del profesor, el polinomio anterior sería una base matemática precaria pero, ejemplificativa, para juzgar el trabajo del docente por los alumnos. Un alumno 1 emitiría juicios x_1 e y_1 obteniéndose su opinión z_1 . Las distintas opiniones de los alumnos z_1, z_2, z_3, \dots constituyen una utilización del polinomio para elaborar un criterio considerando varias componentes.

⁵² Insumo, en economía, es el concepto que refiere a los elementos que intervienen en un proceso para favorecer, ayudar, a su desarrollo, y no se encuentran como tales en el producto final. En términos de contenidos la matemática para el ingeniero es un instrumento formal, le permite comprender algunos fenómenos propios de la ingeniería.

educativamente un fin en sí mismo, sino que es necesario para la formación del ingeniero.

Estos párrafos explicitan la concepción del lugar de la matemática en una carrera de ingeniería. En ese contexto, en esta experiencia, por ejemplo: se señala una utilización de los polinomios en problemas de ingeniería forestal y se estudia la posible función de dos variables. El docente escucha este planteo desde la consulta de un alumno y decide salir del tradicional “campo exacto” de la matemática para intentar ver un problema típico de la ingeniería: la búsqueda de una relación aproximada entre dos variables. Es un intento de ‘ver’ la matemática desde otro lugar (711). O se indican las características de la ingeniería comparativamente con la matemática pura. La una aproximada, la otra exacta (217).

Es decir, el docente considera que el espacio utilizado por la matemática en la formación del futuro ingeniero es **un lugar no-exacto**. Es frecuente en los ámbitos de la ingeniería la expresión: “el resultado es a (+,-) un 2% ”. Se suele decir que el resultado está acotado. Que no supera por exceso el mencionado resultado a más un 2% o por defecto no es inferior también en un 2%. Luego el resultado exacto, típicamente matemático no le interesa al ingeniero. Lo que importa es que no supere esos márgenes, que se denominan “de seguridad”. A veces, se indica con una cifra decimal, se dice por ejemplo: es válida hasta la 2ª cifra decimal.

El estudio de *la posición ante el conocimiento* revela al investigador la prioridad que este en su rol docente concede a distintos caminos pedagógicos para el desarrollo del alumno en sus actividades con la matemática. De este modo, el profesor recurre a “distintas didácticas” que son otras tantas manifestaciones del lugar que el docente toma para sí mismo ante la enseñanza de la matemática y de la que se desprende aquella que considera más adecuada para el estudiante.

Ante el desafío de enseñar matemática en una *carrera de ingeniería*, el docente “advierde” que sus clases preconizan la formalización del ente matemático a partir de una construcción de estrategias que coadyuvan a la formación del alumno, futuro ingeniero.

De lo anterior se desprende la siguiente Tesis:

Tesis 9ª (de la enseñanza): Se concibe la enseñanza como la consecuencia de indagaciones al conocimiento matemático, que reflejan las propias búsquedas del docente en sus vínculos históricos con esos objetos cognitivos: explicaciones con o sin deducciones, analogías, vínculos con otras disciplinas, búsquedas etimológicas, que estimulen, faciliten, favorezcan la participación del alumno.

La Contención

En los registros se observa que hay una búsqueda de aquellos alumnos que experimentan dificultades. Entre otras cosas, se les señala que vinculen lo que se está aprendiendo, estudiando con lo que ya se sabe. También se indican aspectos necesarios para estudiar y aprender

- El profesor: “Para estudiar hay que tener ganas”. “Para aprender hay que buscar lo anterior” (60).

O, en el inicio de la 2ª clase, se indica un panorama general de la asignatura y cómo estudiarla, vinculando una unidad con otra y, singularmente, con algunos ejemplos (68).

Se asigna un lugar específico al “teorizar”, es decir, a la producción propia de conocimiento por parte del alumno (815).

El docente celebra la inquietud de un alumno que participa, con la intención de valorizar esa actitud y gratificarlo (41). Se reúne a aquellos alumnos que presentan alguna dificultad en algunos momentos de la clase, para que se sientan atendidos a partir de que reciban unas ideas del docente y puedan consultar con otros compañeros.

Se sigue, en algunas clases, el proceso gradual, asignando consignas específicas a algún alumno que lo necesite (713, 724, y 728). Hay indicaciones explícitas para que los alumnos se expresen, consulten "como sea" para que cualquiera que lo necesite pueda hacerlo.

“R.A es el único que escribe y ahora ha hecho una pregunta, usó un lenguaje no técnico y el profesor recalca que el alumno debe preguntar como sea, luego se corregirá” (738).

En otras oportunidades, el profesor se autocritica con la intención de crear un clima de confianza con el alumno.

“El profe se dio cuenta que habló mucho y se lo cuenta a los alumnos, inclusive explica por qué lo hizo” (742).

Cuando algunos chicos llegan tarde o han faltado, se les indican consignas o se trata que puedan trabajar bien.

“El profe contó a la clase que la semana pasada se vieron tales temas: derivadas, concepto, cálculos, reglas. Hay chicos que no han estado la semana pasada, entonces el profe los orienta en como seguir” (772).

“El profe repitió la consigna como 5 veces, cada vez que llegó alguien lo contó” (777).

Algún alumno que se encuentra desconociendo temas que han sido vistos en clases pasadas merece una atención especial.

“El profe fue a la mesa de H y A y le propuso a ella que trate de construir algo por sí misma, que no pasa por entender lo que H dice, inclusive la llevo a otra mesa” (790).

A partir de indicios como los enumerados, se considera que, en la transición que produce un cambio educativo, el compromiso del profesor “incluye” el desarrollo y la utilización práctica de recursos que ofrezcan, a los estudiantes, una necesaria “contención”.

Capítulo VIII - *El compromiso de los alumnos*

Para estudiar el compromiso de los alumnos se indaga en las evaluaciones realizadas sobre el tema: Cálculo Diferencial, 1º Parcial, en las semanas 12ª a 15ª. Ver Apéndice III. La evaluación ha sido organizada en dos presentaciones grupales en dos semanas consecutivas. En la *Primer Semana* (Semanas 12ª o 14ª) el grupo presenta un trabajo que consiste en la elección de una función matemática en su lenguaje simbólico. Su estudio analítico y gráfico se presenta por escrito y se acompaña por una exposición oral, en horario durante la semana, elegido de común acuerdo entre el grupo y la cátedra. En la *Segunda Semana* (Semanas 13ª o 15ª) el grupo realiza un análisis crítico de alguno de los trabajos de los otros grupos. En el anexo III se indican los 22 grupos, las funciones que eligieron y la calificación a juicio de este investigador. Realizan la evaluación 53 alumnos distribuidos en grupos de la siguiente manera:

	Número de Grupos	Alumnos por grupos	Subtotal
Grupos de 3 alumnos	10	3	30
Grupos de 2 alumnos	11	2	22
Unipersonal	1	1	1
Total	22	-----	53

Las 22 evaluaciones fueron clasificadas según el criterio de la autoexigencia que se adjudica cada grupo. Surgen cuatro clases.

Clase	Grupos
<u>Polinómica</u> : se considera un polinomio de 4º grado para su estudio.	G ₁₅ a G ₂₂ (8)
<u>Racional Fraccionaria</u> : solo considera funciones con asíntotas horizontales y/o verticales.	G ₁₁ a G ₁₄ (4)
<u>La Asíntota Oblícu</u> a: se considera funciones que poseen asíntota oblícua y también puede tener horizontal y/o vertical.	G ₄ a G ₁₀ (7)
<u>La Creatividad</u> : no son solo funciones que se atienen a cumplir con contenidos matemáticos sino que aportan algo singular perteneciente al grupo.	G ₁ a G ₃ (3)
Total	22 grupos

Se consideró que los propios obstáculos podrían indicar una posible entrada para estudiar el compromiso del alumno. La consigna dada a los alumnos fue elegir una función polinómica de 4º grado o de grado mayor, o racional fraccionaria, que no fuese

una función homográfica. También podría ser una función no-algebraica o trascendente⁵³. Debían indicar el dominio, calcular raíces, asíntotas, puntos críticos y representarla gráficamente en un diagrama cartesiano.

1ª Clase: Polinómica

Se presentan ocho grupos: G₁₅ a G₂₂.

La dimensión matemática de esta primera clase se caracteriza por presentar funciones con la menor dificultad exigida por la cátedra. Son polinomios de 4º y 5º grados. Han seleccionado la función expresada factorialmente, excepto un grupo que la presenta como suma de términos. Realizan cálculos y pasos algorítmicos y, finalmente, representan gráficamente. Es *una clase que cumple*, pero, es un compromiso con lo formal⁵⁴, lo institucional y también con el compañero. No hay un compromiso con el conocimiento. Por lo menos con el conocimiento matemático. O quizás mejor, hay una obligación contraída en forma estructurada, rígida. Se observa en estos grupos que utilizan casi estrictamente el lenguaje analítico, con una conclusión gráfica. Se percibe en estos grupos una fuerte impronta de la educación tradicional.

También se observan algunas situaciones de **saberes fragmentados**, como los cálculos de derivadas para la obtención de los puntos críticos. Aquí surgen conflictos porque *al necesitar integrar esos saberes aislados esto no siempre se realiza coherentemente*.

Otro compromiso que surge como distintivo de la clase es el conocido como "**compañerismo**". Es la obligación con el compañero de estudio. Hay situaciones de grupos homogéneos o, cuanto menos, de alumnos con dificultades y conocimientos o posiciones similares ante el conocimiento. Otros ejemplos se encuentran donde algunos alumnos están más avanzados en matemática y sus compañeros de grupo, no.

En los grupos G₁₆, G₁₈ y G₂₂ se encuentran alumnos con *saberes superiores a los de su equipo*. Al G₁₆ lo componen tres alumnos, dos no presentan dificultades referentes a la función elegida, pero el 3º sí. Incluso uno de los dos primeros realizaba preguntas singulares, pertinentes y participaba activamente en las clases. El grupo priorizó el interés grupal. Algo similar ocurrió con el G₁₈. Compuesto por un alumno con solidez intelectual pero el 2º componente no. El compromiso grupal se manifestaba también en la exposición oral. Los estudiantes con más dificultad expresaban lo necesario, lo que podían. Y el resto del grupo respetaba los tiempos del compañero tanto cuando las ideas eran acertadas como si había errores o si debían pensar. En el G₁₈ ocurrió que la participación de uno de los dos alumnos fue deficiente a juicio del docente, entonces se le sugirió que en el análisis crítico de la semana siguiente llevara 'la voz cantante'.

El G₁₈ le otorgó relevancia al compromiso con el compañero pero, simultáneamente, presentó inquietudes singulares en su trabajo. La función fue presentada como suma de términos (único grupo del curso), realizó todo un relato (lenguaje coloquial) que se alternaba con los cálculos y los gráficos. La función elegida era $3x^4 + 4x^3 - 72x^2$. Cuando calcularon los puntos mínimos encontraron que uno de los dos era de menor valor, es decir "más mínimo" que el otro. Para ellos era un descubrimiento y lo enunciaron en términos teóricos: *"Nosotros sostenemos que el resultado de mayor valor indica la existencia del mínimo más mínimo, como se ve a*

⁵³ Función Trascendente, define Rey Pastor, *Análisis Matemático* Volumen I, página 363, es la función no algebraica. Esta se define, (361) como toda función que se pueda obtener efectuando sobre la variable x solamente operaciones racionales y radicaciones en número finito de veces.

⁵⁴ Formal: refiere a la acepción de expresión precisa, determinada.

continuación". Surgía una inquietud del grupo por la producción de conocimientos teóricos. Aunque el saber matemático no fuese relevante, sí lo era el planteo metodológico.

Los grupos G₁₅ y G₁₇ también manifiestan compromiso con el compañero. A diferencia de los anteriores, son grupos homogéneos. Entonces, ya no está el compañero que sabe más. Surge la necesidad mutua. En ambos hay carencias 'fuertes' de comprensión respecto al conocimiento matemático. El G₁₅ son dos alumnos activos, con ganas de aprender. Ambos se comunicaron frecuentemente con la cátedra durante el curso y cuando presentaron el trabajo estuvieron dos días 'rindiendo', dado que necesitaron que el docente los guiara para concluir el trabajo. Aquí surge la **honestidad intelectual** del grupo que prefiere presentar su trabajo incompleto, con sus dudas y errores, antes que traer un trabajo 'armado'. Esto lleva al docente a desempeñar el rol de guía, de tutor y, simultáneamente, este posicionamiento del profesor favorece esa actitud de honradez de los estudiantes. El G₁₇ no aprobó su trabajo de presentación y se les sugirió que revisen sus dificultades para el análisis crítico.

La cátedra toma estas decisiones porque supone que el desarrollo intelectual del alumno tiene una componente fuerte de tiempo, y además es grupal. Todo el curso está fuertemente motivado para estudiar. En ese ambiente aquellos que tienen dudas pueden hacerlo y lo hacen, con sus pares.

Los G₁₉ y G₂₀ presentan trabajos que son idénticos a otros dos grupos.

El G₁₉ es unipersonal. Se observa un alumno de escasos recursos materiales, muy activo durante el curso y de muy buen desempeño. Se lo observa en la evaluación muy agotado. ¿Con quien tenía el compromiso? Con **un curriculum hartamente exigente** y, quizás, con un mínimo de posibilidades para estudiar haya optado por una presentación también reducida. Sin tiempo para dedicarse a elaborar una función, optó por otras asignaturas que le imponían urgencia.

El G₂₀ está compuesto por tres alumnas mujeres. Manifiestan una impronta "por el cumplimiento". Es un compromiso con **las superestructuras, con lo instituido**. Psicológicamente es la expresión de un 'superyo' muy fuerte. Y se observa un correlato cognitivo con este tipo de compromiso. ¿Cómo es el conocimiento que elabora, maneja, este grupo? El trabajo del grupo era un trabajo "pasado en limpio". Se percibe una copia, sin comentarios personales. Sin rasgos singulares. Solo el lenguaje analítico para el cálculo, como secuencia de pasos rígidamente estructurada, sin atisbos de creatividad. La letra utilizada es perfectamente redonda para indicar que no hay errores.

Es decir: se observa que **el compromiso en tanto y en cuanto se manifiesta, con qué y con quién, es una dimensión de la tarea del alumno en el aula, que se corresponde con la dimensión cognitiva expresada por una visión de la matemática con cálculos y resultados y no con relaciones.**

El G₂₂ era un grupo que poseía recursos materiales. Presentaron un trabajo totalmente realizado con computadora, incluso con una portada en colores. En el grupo se encontraba un alumno con bastante conocimiento de la matemática y de participación prácticamente nula en las clases. El grupo era heterogéneo, desde la participación, el conocimiento o las dificultades en matemática. El trabajo lo presentaron en lenguaje analítico y la gráfica carecía de precisión. Ninguna expresión coloquial. Tuvieron que hacerlo dos veces porque la primera vez la función era de 3° grado y se consideró muy sencilla. El grupo G₂₂ solo manifestó interés en **certificar la asignatura**.

Tesis 10ª (de las dimensiones del aula): "La Investigación Educativa permite al docente investigador descubrir otras dimensiones de las actividades del alumno en el aula (además de la cognitiva) como, por ejemplo, en relación con qué "contraen vínculos" para regular sus aprendizajes ¿con la normativa curricular?, con los compañeros? con el docente? con el conocimiento?"

Corolario: Las dimensiones de las actividades del alumno en el aula, y sus distintas manifestaciones, guardan dialécticamente relaciones entre sí (están vinculadas).

2ª Clase: Racional Fraccionaria (sin asíntota oblícua)

Se presentan cuatro grupos G_{11} a G_{14} .

En esta clase se plantean funciones con dificultad, que se constituyen en verdaderos desafíos para el alumno, y tanto es así, que **tres de los cuatro grupos no pudieron terminar el gráfico, sin embargo, concurren a la presentación a discutir su trabajo**. Un elemento cognitivo, que aparece en algunos trabajos, es *la discontinuidad* en las funciones coincidentemente con las asíntotas. Surgen las verticales, y en tres grupos: las horizontales. Hay pequeñas decisiones, construcciones que toman los integrantes.

Los grupos G_{11} y G_{12} manifiestan *información técnica* en el trabajo presentado en su exposición oral. Poseen saberes del álgebra, de geometría analítica, del propio análisis matemático y de experiencias académicas anteriores. Hay una 'base de datos', en términos informáticos, que condiciona su trabajo: son sus conocimientos previos.

El G_{11} está conformado por dos alumnos egresados de escuelas técnicas. Su solidez de conocimientos en álgebra, les permitió trabajar con derivadas de cocientes engorrosas. Presentaban cálculos hasta la 3ª derivada para verificar los puntos de inflexión. Habían tomado parte del gráfico y lo habían realizado por 2ª vez en una escala amplificada. Dominaban los tres lenguajes.

El G_{12} lo integraban dos alumnos que habían cursado 1º año de ingeniería en otras facultades. Planteaban el cálculo de los límites laterales para valores donde había asíntotas verticales. Es decir como la $f(x) = x / (x^2 - 1)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

$$x \rightarrow 1^- \quad x \rightarrow 1^+$$

es decir los límites para x tendiendo a 1 por izquierda y por derecha, similarmente para -1 . Lo valioso era las decisiones que tomaban, el desafío y la posibilidad que les brindaban a los otros grupos en el análisis crítico. Dado que muchos estudiantes no habían escuchado nunca las expresiones de límites por derecha o por izquierda, ni tampoco habían leído sus correlatos analíticos o simbólicos.

El G_{13} presentó el ejercicio incompleto. Con la ayuda del docente estuvieron dos días para completarlo y comprenderlo. Armaban un esquema, lo desarrollaban y surgían obstáculos que no podían superar. Se trataba de hallar las raíces de una función de 3º grado. Habían trabajado por tanteo para encontrar una por aproximación y las otras dos, habían resultado imaginarias. Poseían saberes fragmentarios y manifestaban dificultad en la comprensión, en la integración de todo el trabajo. Es decir, cumplían consignas, pero tenían la intención de superarse. Lo habían demostrado durante el curso con múltiples consultas. A los alumnos se les presentaba como un 'salto', un 'gap' cualitativo. Por ello el profesor adoptó la actitud de prolongar el examen dos días hasta que el grupo comprendiese aquello que hacía. No se trataba de arribar a una respuesta, a un logro

materializado en un gráfico o cálculo matemático, sino en la comprensión de todo el problema.

El G_{14} eran dos alumnas que durante el curso trabajaban con el G_{20} . Ambos grupos eran alumnas mujeres. Pero, a diferencia de este último grupo, el G_{14} se planteó dificultades. El trabajo indicaba una aparente contradicción: la función poseía una asíntota horizontal y, sin embargo, la gráfica indicaba que la curva dibujada cortaba la recta horizontal. Las alumnas explicaron por qué.

Tesis 11^a (de la triada libertad, construcción del conocimiento y compromiso del alumno): "El ejercicio de libertad manifestado por los grupos en los desafíos, en las decisiones que asumen, influye sobre las construcciones de conocimientos y el compromiso del alumno en su tarea académica y, recíprocamente, estos sobre aquel y entre ellos".

3ª Clase: La Asíntota Oblícu

Aquí son siete grupos: G_4 a G_{10} .

Los grupos G_4 , G_5 y G_{10} manifiestan rasgos similares en sus componentes en cuanto a lo socioeconómico: similar ascendencia de países limítrofes y carencias en sus expresiones lingüísticas. Pero estas últimas no impedían una comunicación fluida con el docente durante el curso y en la exposición oral de la evaluación. Se observa un gran deseo de superarse y mucha solidaridad. Como si *la adversidad social que les ha "tocado vivir" les desarrollara otras competencias o habilidades.*

El G_{10} **desarrolla su trabajo escrito con preguntas.** Cada cálculo que realizan va precedido de un interrogante. Consideran la función $f(x) = (x+2).(x+1) / (x+4)$ y preguntan qué valores debe tomar el denominador y, consecuentemente, escriben el dominio de la función. También preguntan para clasificar la función. Intentan asimilarla a algún modelo o función conocida. Señalan que es una racional fraccionaria. Se manifiesta un interés por fundamentar, por superar dificultades y utilizar distintos lenguajes. El trabajo se presenta en dos columnas. A la izquierda están las preguntas y las explicaciones. A la derecha, los desarrollos típicos de matemática. Las preguntas son como: ¿dónde hay intersección con los ejes? ¿dónde tiende $f(x)$ cuando x tiende a $(+,-)\infty$? Hay expresiones analíticas que indican inquietud por generalizar: $y' (u/v) = (u'v - v'u) / v^2$ y $y' (x^n) = n.x^{n-1}$. No es el lugar de la aplicación mecanizada, no se trata de colocar una fórmula y reemplazar valores asignados a las variables, sino que la fórmula indica la expresión general y lo que ellos están haciendo es un caso particular contenido en esa expresión simbólica. Un aspecto muy especial fue que graficaron la función correctamente, sin señalar la asíntota oblícu. Cuando se les mencionó, dijeron que la iban a estudiar y volverían con la gráfica completa y la explicación teórica. Luego de unos días, presentaron el trabajo terminado.

El G_5 entregó un trabajo completo con el gráfico sin un solo error. El grupo había pasado totalmente desapercibido en el curso. Cuando se les preguntó acerca de cómo podía ser que fuese tan bueno el oral y el escrito, señalaron que llevaban dos o tres días estudiando y preparándolo. Necesitaban la instancia oral de la evaluación.

El tercer grupo G_4 era de participación irregular, buena pero inconstante. De la función primitiva "y" obtienen $y'' = (48x - 288) / (x-6)^2$, buscan la raíz y obtienen que el numerador se anula en $x = 6$. Entonces señalan: "Punto de inflexión $x = 6$ ". Pero en el gráfico no lo ponen. No habían observado que el denominador de y'' también se anula. En el oral, **en el diálogo con el docente corrigen y aprenden.**

G_8 y G_9 son dos grupos con un nivel socioeconómico medio. Son distintos los grupos pero homogéneos entre sus componentes, en cada uno.

El G_8 ha hecho todos los cálculos necesarios y está bien. Para la representación gráfica han recurrido a obtener puntos a pesar de haber encontrado los valores críticos y las asíntotas. Es como que necesitaban esa seguridad. **El pasaje de la representación punto por punto al dibujo a mano alzada requiere una madurez.**

G_9 es sólido en conocimientos matemáticos. Lo constituyen un varón y dos alumnas mujeres. El varón rechazó totalmente la metodología expresando en una clase que había retrocedido. En la evaluación el alumno demostró que conocía el tema.

El G_7 es el grupo que presenta último su trabajo. La alumna es de escasísimos recursos matemáticos. Han estado una semana con distintas funciones. Poseen dificultades para aprender. Consultaron al docente para avanzar.

Se observa que en aquellos grupos de nivel socioeconómico medio, con recursos materiales superiores al promedio, el compromiso con la nueva metodología disminuye por debajo de la media.

4ª Clase: La Creatividad

Son tres grupos: G_1 a G_3 .

Esta 4ª categoría lleva el nombre de un instrumento o contenido formal, ya no se trata de funciones simples o no, si poseen alguna característica como las asíntotas, sino que se caracteriza a estos grupos por una actitud que la cátedra espera se desarrolle en todos los alumnos. ¿Porqué la creatividad⁵⁵? Porque es el reconocimiento a los aprendizajes ante las situaciones imprevistas, es el desarrollo del pensamiento práctico que permite estudiar lo nuevo, lo desconocido. Es imposible saber con qué se va a encontrar el futuro ingeniero al graduarse e incluso cuando bastante tiempo después haya avanzado en la carrera, entonces, ¡qué mejor!, que prepararlo para enfrentar esas posibles situaciones impredecibles.

Se caracterizan por plantear desafíos, su solidaridad y respeto por los tiempos personales y pensamiento universal, se trata de un trabajo con lo heurístico⁵⁶ y también con lo holístico⁵⁷.

Los G_1 y G_2 vinieron unos días antes que venciera el plazo para presentar el trabajo. Señalaron que faltaba un sexto alumno; cada grupo era de tres alumnos, y sostenían que hasta que no llegase el sexto no iban a rendir. Era un conflicto. No se podía hacer una excepción y, tampoco, se los podía contrariar. La metodología pretendía participación grupal. Finalmente, llegó en fecha el estudiante faltante y se presentaron los dos grupos. Pero nuevamente se presentó una dificultad, indicaron que los seis constituían un solo grupo y querían rendir todos juntos. Entonces se acordó que cuando rendía un grupo el otro quedaba en silencio aunque presenciando la exposición. Se observaba una cierta independencia entre todos los miembros. Poseían los conocimientos necesarios. Los temas elegidos eran originales.

El grupo G_1 había elegido tres funciones una parábola cuadrática, una polinómica cúbica y una recta, con la condición que la recta (o segmento de recta) debía considerarse desde la intersección con la parábola hasta el punto de corte con la

⁵⁵ Acto creativo es el *descubrimiento* de algo que existe, material o no, o la *invención* de un objeto que no existe hasta ese momento.

⁵⁶ Heurístico: el arte de inventar.

⁵⁷ Holístico: proviene del prefijo holo que es un elemento compositivo que, antepuesto y con idea de totalidad, interviene en voces españolas.

polinómica cúbica. Habían planteado un objetivo: Analizar una función determinada por tres expresiones analíticas matemáticas. Sin embargo, lo diferente, lo distinto, “el toque de creatividad” o desafío lo señalaba el propósito de **estudiar para qué valor de abscisa común la parábola y la cúbica poseían rectas tangentes con la misma pendiente**. Obtienen el punto (-1,02; -1,1), y la pendiente de la recta tangente en ese punto: $y'_{1,1} = 8,2$. Ahora el grupo se propone que la recta tangente, de la que todavía no conocen su expresión simbólica, corte a la parábola cuadrática en un punto y en él sea tangente también. Antes deciden modificar la parábola. Aunque no explican con detalle como lo hacen señalan que han hecho cálculos, presumiblemente por tanteo, y arriban a una 2ª parábola que denominan “final”: $y = -3x^2 + 12x + 6,98$. Luego, proceden a buscar su derivada y escribir el punto en que la pendiente vale: $y' = 8,2$ que resulta ser (0,6; 14,5). Han hallado dos puntos, uno pertenece a la cúbica y otro a la parábola por donde pasa una recta tangente a ambas curvas. Finalmente definen su función según tres intervalos.

El G₂ había realizado un planteo de vincular la matemática con la física. Es decir, **formalizar la matemática**, que esta no sea un objeto de conocimiento *per se*, un contenido sustancial o figurativo, sino que como instrumento formal permita comprender otra asignatura, como la física y particularmente la mecánica. Para ello eligen estudiar el movimiento de un objeto a partir de conocer la posición del mismo respecto a un punto fijo, un lugar de referencia u origen de coordenadas. Se había resignificado o se le había dado un significado a la 1ª y 2ª derivadas a partir de conceptos clásicos de la mecánica como velocidad y aceleración.

Al G₃ lo componen tres varones. El grupo G₃ intentaba **la construcción de hipótesis y buscaba relaciones** y no reducía su trabajo solo al cálculo rutinario. Había presentado un desarrollo analítico. En él indicaba las expresiones simbólicas de la función elegida: $y = 2x^3 + (3 / x^2)$. Este docente escribió a continuación, en el diálogo con el grupo, una expresión equivalente: $y = (2x^5 + 3) / x^2$. La gráfica de la función la dividieron para estudiarla. Organizaron una representación auxiliar que contenía tres columnas, en la 1ª: x^3 , en la 2ª: $1 / x^2$, y en la 3ª: la f(x) que era la suma $f(x) = x^3 + 1 / x^2$. En cada fila en el cuadro que resultaba se indicaban las derivadas. Los alumnos leían el desarrollo analítico y hacían referencia a otras funciones que consideraban componentes de la función elegida. Es decir, habían concebido su función y derivadas como resultante de distintas componentes. Ponían en juego sus capacidades de analizar, leer gráficamente, entre otras. Con todos estos elementos habían procedido a dibujar la función y sus cuatro primeras derivadas. En el oral indicaron que, de sus observaciones, resultaba que al pasar de y a y' la rama de la izquierda pasaba a la derecha y recíprocamente. Al obtener y" se repetía el fenómeno entre y' e y". Entonces, **hipotetizaron** que cuando se derivaba esa función se invertían las ramas.

Se observa que el docente se emociona con estas tres experiencias. Siente placer. Acompaña y escucha. Su rol se modifica. Es una situación nueva y necesita **estudiar y formarse para dialogar con el alumno**.

A modo de conclusión de esta Parte III se señala lo siguiente:

Cuando se pensó el proyecto de investigación, la consideración de sentimientos, compromisos y obligaciones resultaba lejana. En un ámbito académico, como una Facultad de Ingeniería, con hábitos de mención a una educación de *técnicas y herramientas*, se trataba de indagar cuáles eran los sentires del aula de matemática. Pero, no se trataba solo de una visión de *interpretar* sino también de encontrar aquellos factores, *aquellas causas*, los elementos que subyacen en las clases que provocan, desde lo afectivo, que el docente enseñe así o de otro modo, que los alumnos participen así o con otras actitudes, para permitir cambiar o mejorar las prácticas malas o deficientes. Se

trata de enriquecer la teoría desde la propia práctica. De interpretar los registros con lecturas que señalen el lugar que ocupan los sentires en el aula. Cómo influyen, cómo se vinculan con el conocimiento.

En los avances iniciales de esta investigación se entrevé la fuerte impronta emocional con que el docente desarrolla las clases, ahora se trata de estudiar cómo se dan esos sentires. El profesor descubre cómo se sustenta su enseñanza, cuáles son los rasgos, o caracteres que contribuyen a su práctica. La investigación revela cuán relevante son los placeres–displaceres que experimenta el docente para el desarrollo de su trabajo.

La propuesta lleva al docente, a partir de los registros de las clases observadas y del estudio de las evaluaciones de aprendizaje de los alumnos, a encontrar que tanto para la metodología de las clases como para la concepción de enseñanza hay un gap, un salto cualitativo, una disociación entre aquello que el profesor piensa y dice en el aula y la práctica que desarrolla. Esta contradicción le permite señalar que su antigua identidad de educador está en crisis y necesita construir otra. Reconoce que debe averiguar, estudiar un nuevo rol para sí mismo en el aula. Pero esto no es inmediato y entre los elementos en ese pasaje de transición encuentra *la lectura de los signos de las clases*, aprender a conocer cómo piensan los alumnos. Simultáneamente a este proceso también sufre una crisis su supuesto de que el docente en el aula debe estar en plena actividad. Ha cedido el ejercicio con el conocimiento matemático y no sabe qué hacer. Anteriormente se identificaba con el uso de la palabra, la elección de los contenidos y la explicación en el pizarrón. Pero, ¿y ahora?

El análisis del compromiso del docente acude en ayuda de este. El profesor en su carácter de investigador, encuentra que su primitiva concepción de “pretexto para el conocimiento matemático” se vincula con el valor Libertad propuesto en las clases y la construcción del conocimiento que desarrollan los alumnos.

Estos expresan distintos compromisos, que surgen de la indagación de las evaluaciones que han desarrollado. En esos trabajos escritos y orales presentados por los estudiantes surge, aparece, emerge el compromiso u obligación que ellos contraen con lo institucional o formal, también con sus propios compañeros: “el compañerismo”. Estas obligaciones que contraen los estudiantes se manifiestan, están vinculadas con la construcción del conocimiento, donde utilizan el lenguaje analítico desarrollado deductivamente, desde un discurso tradicional, y en los saberes fragmentados. Se trata en esos casos de *hacer lo que el profesor pide*. Sin embargo, un grupo expresa su compañerismo que no le impide plantear una hipótesis en su trabajo.

La nueva metodología promueve la honestidad intelectual de los alumnos, que se manifiesta señalando en sus evaluaciones aquello que no saben. No les interesa ocultarlo, muy por el contrario, manifiestan curiosidad acerca de lo que no conocen. Pero, también hay dos grupos que presentan trabajos copiados. El análisis de los trabajos escritos presentados por los grupos de alumnos revela que el contenido matemático no está ahí a disposición de quien lo tome. No es algo ahistórico, carente de humanidad ni apolítico. Las clases de funciones y las correspondientes subclases están manifestando, dan cuenta que los alumnos, en un clima de participación: expresan su interés, sus posibilidades, sus vínculos ante el conocimiento. Este no es único, aquí y ahora y para siempre, sino que permite ver distintas formas, aspectos, maneras de acercarse.

Hay quienes solo lo utilizan para cumplir con lo que les indique el docente, hay quienes tienen dificultades, incluso para esto. Hay rasgos de fuerte lucha intelectual y/o social, entre estos últimos aquellos que se solidarizan, los que encuentran en el

conocimiento una forma de mayor crecimiento. Están quienes manifiestan un *status quo* que no quieren perder. Hay distintas formas de expresión matemática respecto a la utilización o no de determinados lenguajes, o diferentes construcciones, el empleo de preguntas que funcionan como guías, especiales aplicaciones, creación de hipótesis y planteos en términos de proyectos con objetivos.

PARTE CUARTA:

*El proceso
de la investigación*

Capítulo IX - *La Epistemología de la Investigación*

Esta investigación ha revelado posiciones, ideas, conceptos y supuestos del profesor a partir del estudio de las observaciones de clases y entrevistas realizadas por las auxiliares de investigación, la encuesta a los alumnos y el estudio de las evaluaciones.

Ahora, se trata *de callar esas voces* y describir este desarrollo, construcción epistemológica que refiere a la evolución de las ideas del docente acerca de: **la mirada de la práctica en el aula** y la de **su propia investigación**.

Para llevar a cabo esta tarea se han considerado la elaboración del proyecto de investigación con sus primeras aproximaciones (año 1999) y los sucesivos avances que permitirán señalar cómo fueron construyéndose los distintos temas investigados.

Se destacan los comentarios de la Directora de Tesis, su rol de tutor, que alcanza el grado de enseñanza desde la no intervención, es decir: los aportes sugeridos en forma de diálogo singular con el docente investigador.

1ª ETAPA: *El proyecto de investigación (febrero 99)*

El profesor había escrito para esa 1ª aproximación algunos títulos como: “PLANTEO del PROBLEMA”,

y señalaba lo siguiente:

“Cuando un docente toma conciencia de sus limitaciones en el ejercicio de la práctica educativa y resuelve cambiar el modelo tradicional de desarrollar las clases por otro con participación de los alumnos, abierto a sus inquietudes, escuchando y discutiendo sus críticas, ¿qué situaciones se producen?”⁵⁸.

Sin embargo no había tenido la suficiente reflexión. Se había elaborado, escrito el texto pero, desde el *lugar de la formulación* antes que el de *la necesidad de estudiarlo*. Entonces, la indicación de la Directora de Tesis se dirigía a una nueva mirada del docente investigador:

“Aquí está, a mi juicio, el PROBLEMA que será OBJETO de esta investigación”⁵⁹.

Por entonces, el docente consideraba, ingenuamente, que bastaba poseer alguna información o formulación para desarrollar qué o cuál era el problema. Sin embargo, era necesario para el trabajo de investigación enunciarlo y reflexionarlo. Aunque no se realizara precediendo la investigación, habría de surgir alguna situación donde se manifestase la necesidad de releerlo para su mejor comprensión.

Quizás, intuyendo que no había estudiado suficientemente el problema, el investigador escribía:

“La transición desde un modelo educativo a otro implica un proceso gradual en el perfeccionamiento docente y en los pequeños acuerdos docente–alumno y también una sucesión contigua de conflictos”.

La Directora agregaba a continuación:

“Argumentos como estos podrían servir para describir mejor lo que se siente como problema”.

⁵⁸ Las citas del investigador estarán señaladas en tamaño 10 y letra normal.

⁵⁹ Ídem, para la Directora de Tesis: tamaño 12 y en *letra cursiva K*.

El docente escribía desde su **pensamiento técnico**, desde donde se había formado como ingeniero y profesor de matemática y la Directora de Tesis le sugería acciones o reflexiones que posibilitaran otras posiciones de conocimiento, o también lo invitaba a reconocer sus sentires.

¿Cómo pensaba el profesor? El docente se encontraba, parapetado, escudado, refugiado en los autores y en todo aquello que le proveyese seguridad, y sin embargo todo eso lo aprisionaba, le impedía crecer. ¿Por qué? Pues no aparecían sus propias ideas, sus dudas, sus preguntas.

Por otra parte, la Directora intentaba *ayudarle a caminar*, a “desanudar” esos conflictos a partir del propio trabajo de investigación.

El docente recurría a quien reconocía como saber legitimado y lo citaba.

“La investigación surge cuando debemos dar una respuesta a una pregunta o dificultad que consideramos problemática.” (Justo Arnal y otros, Investigación Educativa, Editorial LABOR, pág. 54).

La Directora señalaba:

“Estas citas son interesantes: aún así, me parecen demasiado abundantes y generales. Podrían seleccionarse e intentar, en todo caso, una descripción ‘más particular’ de lo que se eligió como problema”.

El docente refiere a un autor. Expone la idea de este con la que adhiere. La pedagogía intenta valorizarla y lo invita a buscar caminos más vinculados al estudio de su proyecto.

Más adelante, en la propia investigación, faltaría un poco más de dos años, la asesora habría de sugerirle al docente que las citas que realice las incorpore a su texto. Por entonces, el docente consideraba, *en teoría*, que las ideas no poseen dueño, o autor, que cualquiera que comprenda se puede apropiarse de ellas. Sin embargo, *la práctica* no era así. Las ideas que él mencionaba y enunciaba le eran extrañas, ajenas a su práctica, lo que constituía un ejemplo de desconexión teoría–práctica. Pero, el profesor consideraba lógica esa disociación.

El tema siguiente, considerado en el proyecto señalaba:

“ENFOQUE METODOLÓGICO. FUNDAMENTACIÓN”, y contenía el párrafo que sigue:

“El alumno construye sus saberes^(*) a partir de descubrir los conceptos matemáticos en el ámbito del aula. Para ello se informará desde los textos y luego elaborará individual y grupalmente”.

La Directora colocó un asterisco en saberes, como se indica, y señaló:

()El proceso de APRENDIZAJE también se realiza en función de un CONTRATO implícito o explícito según los diferentes MODELOS DIDÁCTICOS.*

Se trata de develar lo que está oculto. El docente ha propuesto una innovación curricular. Pero, no la ha transparentado a los alumnos. Tampoco en su historia él mismo ha mirado sus clases, por lo que no puede contarle a sus alumnos cómo son. Entonces, el comentario intenta señalar que esa idea de aprendizaje está dada por una creencia, un supuesto que se traduce en un acuerdo, a veces explicitado y otras no y que proviene de la adopción de una suerte de concepciones o modelos. Pero, además, esos modelos se modifican en el transcurrir del proceso de cambio. Se inició desde una **posición centrada en el conocimiento** o idea cognitivista para arribar a otra que dirige su mirada al aula o **posición más de grupo o curricular**.

La presentación del *enfoque metodológico* por el docente–investigador señala una duda:

“No sé qué enfoque corresponde. Parece que puede ser el interpretativo. También se acerca al de investigación–acción. Adhiero a muchas ideas de la teoría crítica”.

La Directora respondió:

“Creo que mucho, porque hay una `intervención`, en la que, explícitamente, se somete a juicio una nueva práctica”.

¿Cuántas veces este docente leyó, estudió las distintas escuelas filosóficas? En el prólogo de la 1ª aproximación al Proyecto de Investigación hay una mención de distintos autores sobre diversos temas. Son los conocimientos eruditos y librescos. Pero, ha llegado el momento de utilizarlos y no ha podido.

La Directora de Tesis señala un prudente *“creo que mucho”* enunciado en su rol no interviniente o mejor sin dirigir. Porque se trata de **acompañar, de ayudar a descubrir** al propio docente–investigador.

Otra vez hay una mención, una observación para vincular lo escrito por el docente (lo que piensa, lo que dice) con aquello que él ha propuesto (su hacer, su práctica). El docente trabaja con una fuerte disociación teoría–práctica pero él no lo sabe. La Directora trabaja con la práctica del docente, con sus escritos. Pero también ha señalado en qué consiste el paradigma crítico. Conceptualmente señala que debe haber una intervención, una acción y le indica al docente dónde se da: es el sometimiento a juicio de una nueva práctica.

La elaboración del proyecto sigue con una referencia al equipo de investigación: “Todos ellos en la edad de 20 a 25 años. Dos de los citados indicaron otras ocupaciones y las restantes cinco alumnas aceptaron con entusiasmo”.

“La idea era integrarlos para participar en los registros y en su análisis posterior”.

Fue la indicación, de la directora, la que refiere a encontrar o mencionar por qué se habían citado cinco alumnas para integrar el equipo de investigación. Era un *toque de atención* metodológico: **los por qué de las acciones**. Pero también indicaba señalar **los significados de las acciones de los actores**. Hacer transparentes las conductas.

Se había acordado integrar a las auxiliares de investigación a todas las actividades del proceso. Pero no se había escrito.

El investigador escribía acerca de sus ideas, ensayaba. No lo hacía acerca de objetos observados, contrastando con su pensamiento o su marco teórico. Esto era nuevo para él. La Directora intentaba generar situaciones de reflexión que le permitiesen al docente mirar lo que hacía y vincular con lo que pensaba. Ahora, el desafío se dirigía a **superar el ensayo y comenzar a investigar**.

El comentario final decía así:

“ANDRÉS:

Todo esto va muy bien, con las pequeñas observaciones que he marcado para pensar y seguir trabajando.

A mí me parece interesante (y será, en algún momento, necesario) meterse más en el PROBLEMA.

Aquí estaríamos intentando:

a) IDENTIFICAR y ANALIZAR REFLEXIVAMENTE algún componente o dimensión de la práctica que al propio docente que la ha venido desarrollando ingenuamente (MODELO TRADICIONAL) le empieza a resultar insatisfactoria, ¿cuál es la “DIFICULTAD” que desconcierta al profesor?(DEWEY).

b) PROPONERSE alternativas para la resolución (ver “espiral de la investigación-acción en los autores que trabajan este enfoque: Carr y Kemmis, Elliot, etc.).

c) *CONVERTIR en OBJETO de INVESTIGACIÓN el PROCESO de TRANSICIÓN que se genera al intentar desarrollar un modelo pedagógico diferente.*

A lo mejor, convendría que caracterices mejor el modelo anterior y algunos rasgos del nuevo que pretenderías, específicamente, alcanzar. Así surgiría más claramente la descripción y fundamentación de una propuesta de acción (alguna HIPÓTESIS CRÍTICA) para analizar luego cómo juegan en su desarrollo todos los factores del campo (las expectativas de alumnos y docentes, los contenidos, el clima institucional, etc.).

Abrazos Ana”

Esos comentarios superaban la capacidad cognitiva del docente. Y habrían de *quedar olvidados* hasta que fueron “desempolvados” en este *Capítulo IX*. Sin embargo, el docente cumplía acciones puntuales: caracterizó los modelos como cumpliendo un mandato. Pero, no entendía el paradigma con el que trabajaba. La consigna a) propuesta por la directora de identificar y analizar reflexivamente no se pudo concretar. Todavía no se comprendían **las dimensiones de la práctica** (o del aula) y a partir de ahí hacía imposible estudiar el resto. Finalmente, no se podía entender el reconocimiento del objeto de investigación. Esas primeras sugerencias, comentarios de la Directora de Tesis se leían con una alta expectativa. Se buscaba aquellos fragmentos donde indicaba **un hacer**. Las dificultades surgían cuando había una invitación a la reflexión, al análisis de objetos no observables. **La historia de ingeniero y profesor de matemática hacía sentir su peso.**

En la consigna b) había una proposición de alternativas, lo que implica un paradigma, un enfoque metodológico: el emancipatorio. No solo se trataba de estudiar las dificultades que el profesor encontraba en sus prácticas sino también se pedía que el docente ofreciera propuestas. No bastaba con **leer los signos del aula**, se trataba de generar acciones que intentaran **una modificación**.

Convertir el proceso de transición en **objeto de investigación** (c) era prácticamente imposible. No se comprendían ninguna de las dos ideas, ni el objeto ni el proceso de cambio. Sin embargo, se inició la investigación en setiembre/99 tomando datos, aprendiendo en el aula con los alumnos, realizando modificaciones en la enseñanza, entrevistas y reuniones con el grupo de investigación. Pero el objeto de investigación no se tenía comprendido.

En esos tiempos se intentaba caracterizar los estados intermedios en el cambio educativo. Y se pensaba por analogía en los cambios fisicoquímicos que sufre o experimenta la materia ante perturbaciones del *medio ambiente que la rodea*. **Se pensaba físicamente**. No se había elaborado la concepción de triangulación de las variables. Y permanentemente “rondaban la mente del investigador” las imágenes geométricas a las que era tan apegado. Esto hacía concebir que las variables marchaban por andariveles paralelos y de esta forma se pensaba estudiar los estados intermedios del proceso de transición a partir de los valores ¿cuantitativos? que tomaran esas variables. *El mundo geométrico de su infancia y el físico de su juventud le impedían pensar libremente.*

Este era el pensamiento del profesor de matemática enfrentado a su propia realidad, a su historia o por lo menos parte de ella, a sus gustos y placeres, y simultáneamente, posicionado *teóricamente* en sus ideas, intereses y creencias.

En un cuarto punto la Directora de Tesis mencionaba la descripción y fundamentación de una hipótesis crítica, para luego ver la posibilidad de analizar los factores del campo. En aquellos momentos era totalmente incomprensible. Sin embargo,

volviendo la vista sobre el proceso, ahora es posible reconocer algunas hipótesis acerca de: **la disociación teoría-práctica** que acompañó las ideas del profesor en la elaboración del proyecto y **la construcción del conocimiento** que realiza un alumno en un contexto educativo de libertad.

2ª ETAPA: *La revelación del aula*

El ingreso a la investigación educativa a partir de encontrar un ámbito de reflexión de las clases permite *la Construcción* de conceptos que caracterizan este *Cambio Educativo* y simultáneamente enseñan al docente.

Llevar a cabo un proyecto de **investigación educativa de la propia práctica** significó para el docente, devenido en investigador, el desafío de *mirar como enseñaba*. Pero, cómo abordar tamaña tarea. Fue necesario encontrar *un lugar, una posición*, que permitiese simultáneamente conocer o tomar conocimiento de las situaciones del aula, tarea que se desarrollaba con las reflexiones elaboradas a partir de los registros de las auxiliares de investigación. Sin embargo, las ideas, conceptos o concepciones, como por ejemplo: *el espacio propio de los alumnos* o *el nuevo rol docente* no surgían tan fácilmente.

¿Cómo fue ese proceso de investigación?

El proyecto de investigación se presentó casi coincidentemente con la iniciación del Curso de Matemática II (Setiembre 1999). Las auxiliares comenzaron a realizar sus registros y se sucedieron las primeras reuniones de reflexión.

¿Cómo sentía el comienzo del proceso, el propio docente? Este escribía por entonces:

“El dispositivo metodológico, el grupo de auxiliares de investigación, como una superficie pulida virtual me devolvió una imagen, mi figura de profesor. En el proyecto de investigación lo pusimos con todo el ‘equipo’ como último objetivo⁶⁰. Pasé una cantidad de años *poniendo mucho* en las aulas. Cuando llegó lo de mirar la propia práctica, hacía bastante tiempo que intuitivamente buscaba averiguar cómo eran mis clases. Mis alumnos me cargaban de adjetivos, me halagaban y yo desconfiaba por eso del excesivo afecto. Observaba que no lograba verme y no podía corregirme.

Estas observaciones y entrevistas están mostrándome dónde están los núcleos que privilegio para enseñar, cómo es mi estilo, qué me interesa, qué debo corregir... Esta mirada educativa me está dando elementos para mi perfeccionamiento docente, es ‘una base de investigación para la enseñanza’⁶¹, es un *espejo stenhousiano*”. (Octubre/1999).

El docente había encontrado *su alter ego*, su reflejo, a partir de su reflexión y de *su espejo*. Descubría, al estudiar su práctica, entre otros, el impacto en los alumnos que significaba la innovación metodológica.

“Se ha producido un cambio de metodología, el docente realizó una propuesta y se produjo un shock en los alumnos pese a la charla dada en la 1ª clase preparada especialmente con las auxiliares de investigación”. (Octubre/1999).

Esos primeros registros de las observaciones de clases se llevaban a cabo en planillas donde se asentaban las horas para realizar los registros que las auxiliares consideraban más interesantes: los movimientos de los alumnos, la conformación de los grupos, las acciones del docente: diálogos con los alumnos, sus parlamentos, gestos. Pero algo caracterizó esta etapa del proceso: **la ausencia del contenido matemático**. Ni fórmulas, ni demostraciones, nada prácticamente de la temática de la asignatura se mencionaba en los registros, ni se discutía en las reuniones del equipo de investigación.

⁶⁰ Construir un dispositivo metodológico (intervención de "registradores" externos) para instalar la posibilidad de evaluación de un docente acerca de sus prácticas.

⁶¹ Stenhouse, L. (1993).

Esto facilitó la tarea de centrarse en: *temas no exactos*. Posiblemente de haber existido –los conceptos matemáticos– hubiesen captado, sustraído, monopolizado la atención impidiendo estudiar las situaciones del aula. Fue un acuerdo no explícito. Mientras se producían estos registros, el docente, personalmente, en su cuaderno, tomaba notas de ecuaciones, funciones, cálculos y gráficos que luego iban a permitir enriquecer los registros. Sin embargo, esos primitivos datos, los registros de las auxiliares de investigación, fueron difíciles de leer. Eran observaciones de **clases matemáticas sin matemática**.

Pero, ¿cómo eran las primeras interpretaciones? El docente consideraba algunos párrafos de los registros

“Uno de los chicos de la mesa B fue a consultar; hizo algo pero repitiendo su metodología de *probar con distintos números* y el profesor le reclamó que seguía haciendo lo mismo, el chico sonrió y el profesor le dijo: *es que yo no sé enseñarte...*” (838).

y agregaba comentarios personales:

“Cuando el profesor dice *no sé* a los alumnos, la clase gana en confianza.

La clase posee momentos que el profesor no conoce y los está descubriendo con la lectura de estas observaciones. Reconoce hechos aislados: cuándo un grupo o un alumno tiene un problema, cuándo hay cansancio para realizar un recreo, pero no ha reflexionado sobre estos momentos, nunca los ha visto todos escritos.

La metodología de la clase: trabajar con el conocimiento del alumno, rescatar sus intereses, considerar sus errores no como lo que tradicionalmente está mal sino como aquello inevitablemente humano. El error como emergente necesario para la enseñanza, para saber qué y cómo aprenden los alumnos.

Se destaca el valor libertad y el trabajo con el conocimiento del alumno. También los momentos de las clases. Es como si en las primeras clases se tratara de ir más lento y de explicar o acordar las reglas de juego. (Octubre/1999)”.

A medida que se fue avanzando en el trabajo y mientras se sucedían las reuniones y análisis de clases observadas con las auxiliares de investigación surge un espacio análogo al que ya se reconocía a los alumnos: el **lugar del docente**, que le permite mirar su propio trabajo en el aula, su propia práctica. Pero, esta nueva posición no se limita a la *administración y comunicación del conocimiento, no es sólo el locutor del saber*. La investigación le está enseñando que él no conoce a sus alumnos, que no ha analizado, ni reflexionado suficientemente acerca de sus prácticas en el aula, porque no comprende algunos sentimientos que experimenta, o cuáles son los conceptos o teorías que sustentan sus actividades de enseñanza para entender porqué actúa de la forma en que lo hace, o a que se deben sus actitudes o decisiones.

Es así que el docente enuncia los supuestos que él posee, son los primeros que manifiesta conscientemente.

- El alumno aprende *aquello que puede*:
 - por su condición social: con sus lenguajes, su escala de valores, sus creencias; su madurez, sus intereses;
 - y aquello que el contexto institucional le permite y quiere que aprenda.
- La *intervención del docente* en forma exclusiva no produce aprendizaje. Es decir, este (el aprendizaje) no es “líneal” con la enseñanza, existen otros elementos o factores tanto o más importantes que condicionan el aprendizaje.
- *El tiempo*, o la variable tiempo es fundamental para permitir el aprendizaje. Por ello debe evaluarse el proceso en el que se da. Tanto en lo cognitivo como en conductas o capacidades desarrolladas. No se trata de averiguar acerca del resultado (“el resultadismo”).
- El docente debe prepararse para *los emergentes* que resultan de la innovación curricular o nueva metodología introducida. Muy posible aparezcan otros elementos no esperados en el quehacer educativo. Como ser, si se promueve el valor libertad, algunos alumnos no sabrán desempeñarse en la nueva situación acostumbrados al sistema paternalista. Podrá haber abandono de clases por parte de

los alumnos, creatividad: con la consecuente opinión distinta del alumno respecto al docente. Será necesario aumentar los “andamios” o tutorías u horas de consulta.

- *Las innovaciones* en una disciplina aislada inevitablemente requieren de trabajo cooperativo con otras asignaturas. (Diciembre/1999).

Toda la etapa precitada, coincidente con el dictado de clases, está impregnada, teñida, de **fuerte emocionalidad**. En el período siguiente, las interpretaciones son menos empíricas, más abstractas. Se intentaba construir ideas, conceptos a partir de los registros pero, esto no era inmediato, conspiraban dos cosas: **inexperiencia en investigación** y una estructurada **formación técnica** que condicionaba constantemente el pensamiento del equipo de investigación.

Lo anterior permitió reflexionar que en la investigación, con o sin experiencia, hay **momentos** de aparente no-producción, de disfrazada ineficiencia. Estos a veces son muy extensos, o por lo menos lo parecen, pero son útiles pues permiten formularse preguntas, buscar, probar, intentar algún camino o algún nuevo concepto. Una investigación necesita de estas mesetas. Pero, fundamentalmente, se reconoció que **los momentos no se suceden linealmente** sino que se cruzan y entrecruzan, porque surgen ideas que se abandonan y se retoman, como ocurrió con este capítulo que una vez escrito se postergó y luego se reescribió.

El propio trabajo de investigar el aula demandó dos momentos singulares: el primero **pregnarse** del ámbito a estudiar, y el segundo **extrañar**. Esto no se lograba en un comienzo. La actividad docente posee la característica de abusar excesivamente de los afectos que *todo lo tiñen*. Sin embargo, había actividad física si se entiende por tal lo siguiente: en el conjunto de registros se aislaron un poco más de una centena de párrafos, se identificaron con números referentes a los objetivos del proyecto, se diseñó una Clave de Identificación con símbolos⁶². Se recurría a aquello que más se conocía: *el lenguaje analítico o matemático*. Todavía se estaba lejos de transitar el camino que va desde el simbolismo matemático del estudio de los objetos cognitivos aislados, al análisis de las situaciones del aula. Cuando se leían y releían los registros de las clases observadas el docente poseía la percepción de estar *asiendo el aula*. *Si se la podía pensar, debería ser en términos de realidad física*. Parecía que el aula con sus fenómenos se podía materializar. En realidad, ocurría que el aula social y humanística, la clase de matemática, se había podido pensar para estudiar las situaciones que en ella ocurrían. Era un **corrimiento del fenómeno físico al educativo**. Pero, el *gap* era muy grande. Ese desplazamiento se asociaba con sensaciones que experimentaba el docente y que luego se elaboraban en las reflexiones personales o con el grupo de investigación. Todo esto permitió dirigir una mirada a las acciones de este profesor, de larga experiencia, que pensaba el aula como **un lugar para la espontaneidad, planificando previamente e improvisando después**. También se observó que los fenómenos de las clases no se estudiaban antes de esta investigación. El profesor, pese a tantos saberes, vivencias acumuladas en su práctica educativa, no podía mirar el aula, su aula.

Las primeras concepciones que se encontraban repetidamente en los párrafos y que constituyeron los núcleos de las interpretaciones fueron: *la libertad, el respeto, los sentimientos del alumno, los del docente, el conocimiento del alumno*. Cuando se hubieron identificado esos cinco agregados se intentó reelaborarlos en ideas que diesen cuenta de lo que ocurría en las clases. Esas interpretaciones eran cuasi empíricas en tanto y en cuanto estaban muy próximas a los objetos que se estudiaban y esto generaba ansiedad y desazón.

⁶² Por ejemplo, C_d indicaba los conocimientos del docente.

¿Qué ocurría en el ínterin con el docente? ¿Qué pasaba con su enseñanza? El profesor cuestionaba sus propias prácticas. Observaba que en las reuniones con las auxiliares “se enteraba” de situaciones del aula que antes no veía y no imaginaba. Se percibía a sí mismo en su **aislamiento**, pensaba en sus decisiones inconsultas, unilaterales, que tomaba en las clases, las que antes consideraba valiosas desde su propia visión y ahora miraba críticamente desde los registros y las reflexiones con el equipo de investigación. *Se estaba educando desde, con la investigación.* Estaba aprendiendo, entre otros conceptos, acerca de *los tiempos de los alumnos, sus intereses, incluso cómo circulaba el poder en el aula.*

Cuando se inició la etapa de lectura de los registros de clases se realizaron algunas acciones simultáneamente: una Reunión con la Directora de Tesis, y dos Presentaciones del Proyecto, ante alumnos del Profesorado de Biología y ante profesores de Ingeniería Forestal.

En la reunión se presentó una Profesora de Letras en calidad de Observadora Externa quien había leído el Proyecto de Investigación. Sus comentarios críticos expresaron: *Hay ausencia del sujeto informante.* Para el docente fue decisiva esa manifestación, que indicaba toda una etapa de no asumirse como sujeto de la investigación. Estaba también subyacente el **eje objetividad–subjetividad asociado a la formación profesional**. Sin embargo, con todo el equipo de auxiliares y la Directora de Tesis se había acordado escribir el proyecto en un *lenguaje objetivo, despersonalizado*, en virtud de introducir un proyecto educativo en un ámbito de ingeniería y la posible *resistencia al cambio* que se podía encontrar. El docente de matemática *se sintió entre dos fuegos*: la observación externa y la dirección de tesis. Surgía un conflicto cuyas partes en disputa eran el paradigma de la ciencia de la educación por un lado y la institución por el otro. Es decir, manifestación de la ausencia del sujeto informante *versus* la necesidad del discurso objetivo. En realidad, el enfrentamiento ya existía en el fuero íntimo del profesor y la Observadora Externa lo explicitó o develó. Esta última cumplió su rol: colocar en el centro del debate **dos discursos encubiertos** para que el docente pudiese analizarlos y superarlos. Esta era una faz más de la transición de la enseñanza tradicional a una participativa, que requiere de estados intermedios donde el docente que decide analizar sus clases debe enfrentarse a sus propias ideas o creencias implícitas o no.

Luego, sobrevinieron las dos exposiciones (presentaciones del proyecto) que perseguían las metas de: *ayudar a desestructurar al grupo, en lo interno, y salir a defender, a probar, a escuchar críticas y preguntas, a hacer conocer y defender el proyecto, en lo externo.* Más adelante habrían de realizarse otras presentaciones⁶³. Cuando se expuso ante los alumnos, uno de ellos preguntó: *¿Uds. no se propusieron ninguna hipótesis para investigar?* Se descubrió que no se sabía que **lugar ocupaba una hipótesis** en nuestra investigación, problema que fue mencionado por una auxiliar de investigación. *A posteriori* de las tres acciones precedentes, las auxiliares de investigación elaboraron un informe que señalaba, respecto a los alumnos, que *estos no cumplían la consigna de trabajar individualmente como proponía a veces el docente en las clases.* También agregaban la posibilidad de que las causas se encontraran en la carencia de hábito, sentimiento de soledad y miedo. Respecto al docente se indicaba que este **no acompañaba el cambio** que había propuesto. El propio docente escribía:

“El cambio se propuso para el alumno, no para el profesor”.

⁶³ Ver en Apéndice II: Cronograma de Actividades del Proceso de Investigación.

Las observadoras manifestaban que el profesor suponía que había *libertad y respeto* pero no era así, porque el alumno pasaba de un sistema educativo dirigido y rígido al estado de quedar solo. Al respecto el docente señalaba:

“Un velo de libertad y respeto oculta el pasaje de la rigidez autoritaria al abandono. Hay que seguir siendo profesor de todos, incluso de los que no quieren el cambio”.

Antes de iniciar el curso, las auxiliares de investigación realizaron entrevistas anónimas con los alumnos. Trabajaban en un gabinete a solas, con un grabador e indagaban acerca de las expectativas que los alumnos poseían de la asignatura y el docente. Las posteriores lecturas de esas entrevistas, donde se mantenía el anonimato, fueron muy enriquecedoras para el investigador. Este escribió:

“Las entrevistas permiten ver las opiniones de los alumnos, su pensamiento.

Fueron un antes y un después para el docente. *Así que los alumnos piensan esto, y dicen esto, yo no lo sabía.* Permitted pensar: *¡qué distancia hay entre el alumno y el profesor! ¡Cómo actúa el alumno, cómo representa la obra para ser promovido, para poder seguir creciendo en el sistema educativo.* En las entrevistas, que sugirió la directora del proyecto, las auxiliares lograron mostrar al docente que piensan los estudiantes”. (Abril/2000).

Una inquietud postergada, ya precitada, surge en una carta que una de las auxiliares dirige al docente. En ella manifiesta:

“¿Es que nosotros no estamos trabajando con hipótesis?”. (Mayo/2000).

El docente consultó con la Directora de Tesis y *a posteriori* escribió lo siguiente:

“Cuando se inicia un trabajo de investigación siempre hay hipótesis. Siempre hay si se quiere supuestos, es decir, hay ideas acerca de lo que se va a estudiar. **La diferencia de paradigmas es la que crea el lugar que se le da a la hipótesis.** En este proyecto no se pretende corroborar ni refutar hipótesis sino indagar en ellas, qué conceptos aparecen, cómo es la red que permite los vínculos entre ellos”. (Junio/2000).

Las distintas miradas

1º INFORME DE AVANCE: MAYO 26/2000

La mirada, el mirar, el observar desde las auxiliares de investigación habría de plasmarse en el primer grado de avance o la primera aproximación a la tesis. ¿Qué observaba el docente en esos registros, en esas anotaciones? A partir de los párrafos extraídos de algunos registros se podía ver que el grupo de investigación intentaba trabajar con las siguientes dimensiones de las clases: *los Valores del Aula, los Sentimientos del Alumno y los Sentimientos del Profesor.* Había reflexiones acerca de la libertad como un derecho, y también una crítica a la educación que se manifestaba desde el equipo. Se percibía **una educación rígida y técnica en el sistema educativo**, del que formaba parte este docente. La 1ª, se daba en el frecuente no discutir las actividades en el aula y aceptar las decisiones del docente como pensamiento hegemónico y la 2ª, en perseguir un fin predeterminado externo al proceso educativo. Sin embargo, a la preocupación del docente investigador de cómo mirar el aula, objeto de su investigación, la directora de tesis habría de agregar otras visiones, otras percepciones que el profesor no consideraba todavía. En el primer grado de avance el investigador había anotado un título:

“II – La experiencia de las Auxiliares de Investigación”.

Y a continuación se escribía acerca de las observaciones registradas en el aula por ellas y de las reuniones de análisis y reflexión.

El comentario de la Directora fue:

“II – La Experiencia de la MIRADA? ¿MIRAR? ¿OBSERVAR? desde los OBSERVADORES”

Se trataba de **reconocer al otro**. De comprender que existen otras posiciones ante los fenómenos sociales y educativos. Que se puede mirar a partir del otro. Pero también

el comentario se dirige a una descentración, una desestructuración del docente–investigador. Con el avance del trabajo de investigación surgen otros párrafos a los que la directora sugiere titularlos con el comentario anterior, pero ahora ya no desde los observadores sino:

“desde los estudiantes”.

¿De qué se trata? Es agregar otra mirada. El docente–investigador no lo comprende y no lo desarrolla. No puede. La pedagoga dirige el trabajo a reconocer distintas miradas de los posibles actores, el docente aguarda sugerencias más concretas.

Un comentario distinto a los anteriores refiere al subrayado de un párrafo que el docente expresa como un verdadero descubrimiento para él.

Aún falta, para la comprensión de todo esto, la descripción de esta “propuesta”.

El docente había escrito:

“Pensemos cómo es esta propuesta de enseñanza que realizó la cátedra. El docente supuso que con esa propuesta se alcanzaba un estado participativo, tanto él como los alumnos”.

El profesor intentaba referir a la evolución de un estado a otro pero, no se señalaba como era la propuesta aunque se la había mencionado. Constituía un aspecto dirigido a facilitar **el entendimiento del texto**, que el docente minimizaba atento a la producción de conocimiento, a la evolución de la investigación, a su propio avance, entonces, no prestaba atención a la sintaxis, gramática, al estilo lingüístico postergándolo para más adelante.

Había un párrafo:

“Poder ver la práctica fue un primer estado intermedio. De la reflexión surgió que la propuesta del docente era para los alumnos pero no aparecía el nuevo rol docente”.

La Directora, lo consideraba valioso, o revelador y señalaba la posibilidad de destacarlo con otra letra o subrayarlo.

Esas primeras interacciones del profesor y la directora de tesis habrían de tener un correlato. Ese planteo desde la pedagoga invitando al profesor a considerar otras ideas acerca de su aula se correspondería con el estudio de una entrevista a un estudiante del curso.

La lectura de algunos párrafos de la entrevista con un alumno permiten comprender que la lectura no puede ser reducida solo a su expresión literal.

“Una crítica al profesor, es que es más flexible con las mujeres. ¿En qué aspecto? En la mayoría, en la evaluación, por ejemplo.

Otra, si un profesor es tan abierto, ¿por qué no trata de igual a igual a un chico que no asiste a clase?

Otra, es que no le gusta repetir tanto las cosas, si a un chico le cuesta aprender, no es el mejor profesor para que le enseñe, parece que le molesta.

Otra, que preste más atención a los alumnos y no que lleve a clase otra cosa para leer, sobre todo su maestría, y el alumno se siente desplazado o no lo quiere interrumpir a pesar de que él dice que lo hagan.

Una postura. ¿Si él quiere que vengan ya informados sobre el tema o que aprendan ahí? Que no se pare en el lugar de los alumnos, él es el profesor y nosotros los alumnos, bueno diciendo: Si no entienden esto que quieren que yo haga.

Está bueno que esté abierto a las críticas, lo ideal sería que cambie”. (Entrevista).

El análisis del registro de esta entrevista constituyó un punto de inflexión. Ya no se miraba solo **la práctica del aula** sino también **la propia investigación**. La lectura y análisis de ese texto permitía entrever que el alumno decía algo más que los enojos y molestias que manifestaba. De modo que el texto citado se convertía en un doble lugar de indagación, como un **objeto de estudio** que aporta conceptos a partir de las interpretaciones para el análisis de las clases y como un **instrumento de investigación**, un cuestionador de la propuesta docente para la reflexión del proceso investigativo.

Por otro lado, aunque no se coincidía con las ideas que expresaba el alumno, o se pensaba que sus expresiones eran confusas y contradictorias, se observaba que este intentaba decir algo, que permitía **una mirada a la práctica en el aula**. Ya no se trataba de tomar las opiniones del estudiante sino, interpretar qué subyacía detrás de esos enojos, esas molestias que él manifestaba. Se pensaba que **la metodología de enseñanza**, impuesta unilateralmente, **no contiene a todos los alumnos**. También se conjeturaba, cómo se expresan, cómo se comunican los alumnos que tienen dificultades de comprensión, de lenguaje, de acceso al conocimiento académico.

Por esa época, las reuniones con las auxiliares poseían una significativa disminución de lo emocional, característica manifestada en los primeros encuentros del equipo de investigación. No existían expresiones de júbilo ni la consabida carga anecdótica. Las ideas que surgían se contrastaban con los registros para su argumentación. Entonces, se plantea la posibilidad de encontrar estados intermedios que den cuenta del pasaje o transición de los dos modelos pero el objetivo no prospera. Se indica como necesidad la búsqueda en el aula, que es la unidad de análisis del proyecto, y se señala como de interés el *interrogar, estudiar los fenómenos educativos*. Pero todavía no se sabían cuáles podían ser. Poder ver la práctica fue un 1^{er} estado intermedio en el trayecto de la transición. De la reflexión, surgió que la propuesta del docente era para los alumnos pero no surgía espontáneamente **el nuevo rol docente**, entonces se necesitaba construirlo.

Sin embargo, el profesor no lograba que esas ideas estuviesen vinculadas a los registros, **seguía ensayando**⁶⁴, **no investigaba**, entonces la pedagoga buscaba que el investigador trabajase con sus ideas a partir del **análisis** y así poder ver, por ejemplo, cómo era lo del contenido formal en juego. Y realmente así ocurría porque el docente, al pasar a otro avance, ya había olvidado ese párrafo. Claro, no se trataba de escribir ideas valiosas, se trataba de mirar el aula desde la propia práctica, a partir de los registros y eso merecía, necesitaba un análisis: era necesario preguntarse, indagar, buscar qué conceptos estaban en juego.

El docente había escrito:

“**El alumno es un sujeto**, con su esquema de percepción, con su estructura de conceptos”⁶⁵.

La Directora le señaló: “**ampliar**”. El profesor había percibido, elaborado algo. Es posible que ese párrafo escrito por el docente le haya resultado interesante para “abrir” la extensa monografía donde se toman ideas de autores en vez de tomar registros y elaborar teoría. Por el contrario, se considera una teoría prestada y luego se busca la correlación con la práctica pero no se encuentra. Entonces ese “ampliar” puede ser una invitación a la indagación, una búsqueda de encontrar alguna teoría que sustente esas ideas. Es teoría de algún autor o algo motivó al investigador para que lo escriba.

Otro párrafo que la directora sugiere subrayar es:

“Ocurría que debía construirse el ‘instrumento’ para el análisis de los datos. Esa ‘herramienta’ es el propio ser humano. Y se aprende a leer, con la propia lectura. El método, los objetos de análisis necesarios surgen con las *miradas* a lo observado, a las encuestas, a *escuchar* a los actores, a los informantes que son los alumnos”.

La directora destaca ese párrafo donde el investigador señala aquello que ocurre en el proceso. Indaga en la realidad y la expresa. Ya se observa un estilo, el investigador **puede producir trabajo cuando indaga en sus propias ideas**, su dificultad es producir ideas a partir de los párrafos escritos por las auxiliares. Sin embargo, en el final del

⁶⁴ Ensayo: es en particular, aquel trabajo que desarrolla una discusión o elaboración de ideas o problemas a partir del conocimiento del tema que tengan autores o que provenga de la bibliografía seleccionada.

⁶⁵ Langford, G. En: Carr, W. (comp.) (1993).

avance escribe algunos párrafos y los interpreta e incluso decide expresar en un recuadro aquello que considera relevante. La directora reconoce con un:

“MB, vamos bien, este estilo es el que se podría seguir”.

De mayo a setiembre/2000 el 1º grado de avance no evolucionaba. Había pequeñas modificaciones pero no se producían cambios sustanciales o saltos cualitativos. Contenía gran cantidad de párrafos de los registros anotados uno a continuación de otro pero sin teorizar o interpretar. Parecía que estaban ahí sin *agregar* nada más. La directora propone:

“A lo mejor, se podrían analizar más viendo:

- *¿cómo reaccionan los alumnos al desafío? Después lo valorizan⁶⁶, pero ¿y en el momento?*
- *¿Llegan a “reconocer” su propio proceso de aprendizaje? Ej.¿qué errores cometieron?, ¿cómo los superaron?*

Esas preguntas de la directora, posiblemente, venían a cubrir un espacio vacío dejado por el investigador. **El profesor no atinaba a cuestionarse, a formular interrogantes.**

El docente nunca pudo contestarlas. En realidad no las pudo utilizar para interrogar o cuestionar a los registros. **No se permitía formular esas preguntas.**

- *“¿expresan curiosidad efectivamente? Buscar ejemplos.*
- *La pregunta como “disparador”. Vincular 4 y VI⁶⁷”.*

Estos dos últimos comentarios se podrían utilizar, pensar como indicaciones. Sin embargo, el investigador no logra encontrar acciones.

La Directora también señala:

- *¿cómo sabe el profesor que los estudiantes piensan?*
- *¿cómo lo saben ellos?*

Se trata que el docente construya ideas, concepciones, teorías a partir de los registros. Que no surja una idea sin saber si es cierto o no. Hay una propuesta de la directora a revisar las consignas.

- *¿cuáles son las consignas que se dan para orientar el estudio? Ejemplificar.*

El docente tomará esta propuesta más adelante como una categoría de análisis, a partir de *la apertura en las consignas*. En principio constituirá un capítulo y luego se incorporará al estudio de *la flexibilidad de las clases*.

En otra aproximación, siempre en el mismo grado de avance, la directora señalaba:

“Advertimos en los registros de las situaciones de aula que son varias y flexibles las configuraciones que se fueron dando en los diferentes momentos de trabajo. Aquí se podrían analizar otras cosas, si diera el material:

la constancia o no de los agrupamientos;

la conducta frente al estudio independiente de la bibliografía;

la confianza para preguntar o intervenir;

la magnitud de la demanda al profesor;

el impacto buscado y causado con la valoración de las intervenciones de los estudiantes por parte del profesor;

⁶⁶ Se refiere a dos párrafos donde se interpreta (la directora) esa conducta.

⁶⁷ 4 y VI son dos párrafos seleccionados por el docente.

“el ‘lugar’ del profesor, tanto espacial como ‘afectivo’, ¿qué consecuencias genera?”.

Los comentarios fueron leídos en repetidas oportunidades, *infinidad de veces*. Había una doble sensación contradictoria en sí misma desde la percepción del docente. Por un lado, era gratificante porque se observaba que se podía cumplir “haciendo” y, por otro, *a posteriori* de considerar aquellas se encontraba la imposibilidad o dificultad de llevar a cabo las acciones acerca de constancias, conductas, confianza, impactos y el lugar del profesor. **Se pensaba físicamente y no se podían asir**. Eran dimensiones o fenómenos sociales del aula para el que no se estaba preparado o en condiciones de analizar o desarrollar.

3ª ETAPA: *Las Categorías de investigación*

a) Las categorías experimentales

¿Cómo investigar? El docente anhelaba aprender a hacerlo. Comprendía que debía interpretar los registros, cotejar con sus propias ideas pero, algo le impedía avanzar, lo obstaculizaba, ¿quizás sus esquemas algo rígidos o su concepción del conocimiento acerca del cual pensaba como “una afirmación con carácter definitivo”? Por eso, cuando se dirigía a los registros, intentaba hallar *verdades perennes*.

Había arribado a *una meseta*. Comenzó a realizar distintas acciones⁶⁸ buscando otras miradas sobre el trabajo por parte de colegas docentes.

¿Cómo era el diálogo Directora–Investigador? Este último comprendía la imposibilidad de avanzar, intentaba analizar su trabajo, miraba el rol de la Directora con carácter no–interviniente, que cuestionaba pero, no decía qué hacer o cuando lo enunciaba el investigador no lo interpretaba. **Faltaba madurez** en el docente.

La construcción de las primeras categorías empíricas significaron un progreso en algo que preocupaba o desvelaba al docente: *poder trabajar simultáneamente con sus ideas y los párrafos escritos de los registros*. Ensayar, pero indagando la realidad, es decir: **investigar**.

Hay un inicio respecto a lo **provisorio**, que se manifiesta en el docente en considerar *el conocimiento como un pretexto* y pensar como transitoria la pregunta, para el alumno. Esas ideas que el docente investigador atribuye a su rol en el aula son sus propias intenciones, que él comienza a manifestar respecto a su investigación. Ese mirar cómo enseña lo está educando. El estudio del aula le permite alcanzar su deseo de investigar. Todas esas primeras conjeturas guardarían el carácter de algo auxiliar aunque se creyese que eran definitivas. Esto constituyó un pensamiento distinto: **pensar provisoriamente**. *La ciencia no es un conjunto de conocimientos momificados*.

En octubre del 2000 cuando se escribe el 2º informe de avance comienzan a considerarse algunas posibles categorías de investigación, luego denominadas categorías empíricas. Estas provenían de los objetivos del proyecto de investigación, en parte y otro tanto de los conceptos elaborados, estudiados en las primeras interpretaciones de la investigación, cuando se identificaban párrafos de los registros de clases, con todo el equipo.

Las primeras categorías, de carácter experimental, se agrupan en dos áreas: la de los valores y la del conocimiento.

El docente había escrito:

“Las clases son desestructuradas”.

⁶⁸ Ver Cronograma en Apéndice II, desde abril a agosto 2000.

La directora agregó:

“Me gustaría más, para esto, una expresión como ‘flexibles’ o ‘dinámicamente flexibles’ o ‘flexibles en su proceso’, etc.”.

Además, había indicado que la sustitución podía producirse sobre las palabras “son desestructuradas”. De modo que la frase careciese de verbo, que no fuese afirmativa. Estaba enseñando a **construir una categoría** en el propio instante en que el docente la proponía, la necesitaba para estudiar las situaciones del aula.

El docente daba cuenta acerca de su interés por los contenidos formales y los figurativos. Entonces, señala una categoría como sigue:

“El contenido sustantivo está subordinado al formal”.

La directora encerró en círculos las dos palabras claves y comentó:

“Esto no lo entiendo muy bien, habría que decir qué se entiende por cada cosa”.

Intentaba que el investigador reflexione, contraste, cruce sus enunciados teóricos y sus percepciones provenientes de la intuición de modo que **la teoría se pudiera construir a partir de la propia práctica**.

b) Las categorías analíticas

La transición desde las primeras categorías a otras más abstractas resultó, si se quiere, relativamente inmediata. Del segundo informe de avance, en octubre 2000, que daba cuenta de interpretaciones bastantes descriptivas, muy próximas a los registros se progresa a las categorías analíticas en enero 2001.

Aquellas primitivas miradas eran ingenuas. La indagación a los registros contenía en general una estrategia de clasificación y de considerar variables separables o separadas. No había llegado “la hora” de la triangulación, o la reflexión acerca de aquello que se escribe.

Ahora, con las categorías analíticas se vuelve a ingresar a los registros buscando material que las contraste, las avale o las enriquezca, obligando al investigador a leer su propia escritura para corregir o ampliar. Surgen los interrogantes y las reflexiones en tanto y en cuanto aparece el texto. Es a este a quien el investigador pregunta, y de su respuesta empírica aquél la transforma en dato científico cuando asevera, cuando denuncia, o hipotetiza. Por ej. cuando se dice:

“¿Qué es flexibilidad o cómo son las clases flexibles?”.

Cuando el docente inicia el estudio de la flexibilidad de las clases decide buscar el concepto a partir del significado de un diccionario. Entonces anota:

“que se puede doblar...”.

luego lo reinterpreta:

“...o también que no es rígido. Luego, una clase flexible, es aquella sin imposiciones”.

El docente necesitaba caracterizar, definir si se quiere el concepto. Pero no lograba nada más. Todavía le resultaba difícil esto de referirse a los fenómenos sociales o educativos del aula. Entonces, a continuación del último párrafo precitado la directora agregaba:

“...previas, que puede re-estructurarse sobre la marcha, o que depende, al menos en parte, de situaciones que emergen en la dinámica de trabajo de los estudiantes”.

Se trataba de mirar el aula desde otros lugares, y de escribir esas ideas. Se aprendía a **mirar y escribir en aquellas observaciones de interés** para el propio docente. En el informe de avance siguiente en marzo 2001, la directora sugiere:

“Controlar bien qué registros corresponden. A fin de sustentar lo que dice el investigador, las citas seleccionadas se deberán incorporar al texto”. La cita refiere a un párrafo del docente–investigador escrito como:

“Así se percibe en los registros (1-135) que las clases se desarrollan con una dinámica de apertura manifestada en una recepción a: las *dificultades*, *preguntas*, y *las elecciones en las conductas* de los alumnos”.

Era el momento de la **fundamentación**. Aunque desde un inicio del proyecto y en la propia investigación se contemplaba el soporte científico de las expresiones, ideas y conceptos. Pero ahora era distinto. Ahora se trataba que no quedase ninguna concepción sin estar suficientemente legitimada. Y también señalaba la directora: *las citas deben incorporarse al texto*. Se trata de una investigación y debe manifestarse el conocimiento práctico que produce el investigador y no referencias de autores.

El docente ya miraba el aula pero descriptivamente. Se trataba ahora que encontrara relaciones, factores y conforme a ello, luego, desarrollase acciones. A esa primera mirada interpretativa, en el revelar del aula, habría de seguir la indagación, el estudio, una mirada más científica.

La Evolución de los Supuestos

Simultáneamente, con el proceso de estudio del aula, el docente poseía **creencias, o teorías implícitas**, las que condicionaban su trabajo de docente y también su nueva tarea de investigador. ¿Cuáles eran esos supuestos? Hasta aquí, al momento de empezar a estudiar el aula de matemática, el profesor nunca había mirado sus propias ideas que condicionaban su enseñanza. Cuando se inicia el proceso de investigación, considerando la tarea de la escritura del proyecto como perteneciente al mismo, se explicitan algunas consideraciones⁶⁹ que el docente posee acerca de la enseñanza. Se los reconoce como “fundamentos”, *a priori* de los trabajos de análisis y reflexión–investigación propiamente dicha, y como “supuestos iniciales” del propio profesor *a posteriori* de aquéllos. ¿Qué decían esos supuestos? ¿De dónde provenían? ¿Desde cuándo el docente suponía tales ideas? Era la mirada tradicional.

El profesor había leído los fundamentos de su proyecto de investigación, y los escribió como tales en la Introducción de esta investigación. Pero un tiempo después, el profesor percibe su propia mirada docente abonada de creencias. **Reconoce lo que él llamó supuestos que provienen de toda su experiencia docente cuando solo miraba al alumno desde sus obstáculos en el aprendizaje**. Este docente que ha leído, ha mirado los fenómenos estáticamente, quizás momificadamente, comienza a mirar el proceso, el derrotero de situaciones no con el ánimo de encontrar causas y efectos sino de reconocer la evolución de sus ideas. Extinguida la influencia anestésica de la costumbre, organizadora experta me puse a pensar, a sentir. *Tal vez las cosas a nuestro alrededor deban su inmovilidad a nuestra certidumbre de que son ellas y no otras, a la inmovilidad de nuestro pensamiento ante ellas*⁷⁰.

Esa primera concepción del aula, manifestada por el docente, está **centrada en el alumno**, en los obstáculos al aprendizaje que este expresa y dan cuenta que **el docente investigador no ve más allá de las dificultades emergentes del alumno en su trabajo matemático**. Sin embargo, hay una inquietud que se manifiesta en proponer una innovación curricular y llevar a cabo una investigación educativa. Todo ocurre como si el profesor entreviese que los problemas de la enseñanza matemática no se redujesen

⁶⁹ Estos supuestos fueron redactados, por primera vez, como fundamentos de un Curso de Perfeccionamiento Docente en mayo de 1995. Se mencionan en la Introducción de la Tesis, pág. 3 como “Algunos problemas manifestados por los alumnos son los siguientes...”.

⁷⁰ Marcel Proust.

solo al acontecer del estudiante. *¡Intuye pero no sabe cómo mirar!* Fue necesaria esta tarea de indagación del aula, para que el docente elaborase *la mirada hacia afuera*, convertida en fundamentos, *en una introspección (hacia adentro)* que le permitiese transformar los anteriores **en supuestos, en sus creencias**.

Entonces, la pedagoga anota:

Ahora bien, estos supuestos que son clásicos e impregnan, en general, el sentido común de los docentes adquieren nuevos significados cuando la mirada se amplía con el conocimiento más científico de las prácticas docentes.

Para el profesor ha sido un descubrimiento relevante. Había escrito esas concepciones en el año 1995. Consideraba esos fundamentos una producción propia y haberlos trocado en supuestos constituyeron un verdadero “insight”. Sin embargo, la pedagoga nunca había formulado un comentario al respecto a pesar de conocer esas concepciones del docente y consideró propicio el momento para escribir las frases anteriores, *cuando podría haberlo hecho mucho tiempo antes*. Pero, además **relativizó** (supuestos que son clásicos e impregnan...) **la autocrítica** del profesor cuando este indica:

“¿cuáles son los **supuestos** cuando se redacta el proyecto de investigación? La anterior es una pregunta acerca de las creencias, o teorías implícitas que gobiernan el pensamiento docente cuando este ingresa al aula, cuando propone un cambio en su enseñanza. En ese momento no se pueden señalar. Sin embargo, se rescatan aquí algunas de esas concepciones del docente, señaladas como *fundamentos* del proyecto de investigación, *a priori*, y reconocidas como supuestos iniciales, *a posteriori* de esta Tesis. Se conciben ideas centradas en el alumno, como si los obstáculos “observados” tuviesen al estudiante como *la única causa*”.

y señala la pedagoga, con sentido general, que esos supuestos pertenecen al docente, aunque no solo a él, para más adelante **formular una invitación al investigador**, a un desafío de *mirar más científicamente* las prácticas docentes. Es decir, a la mirada tradicional derivada de los supuestos y creencias, *que impregnan el sentido común de los docentes* la directora le opone otra más científica que permita iluminar las prácticas del aula.

El Objeto de Estudio y los Instrumentos

¡Estudiar el aula! Primero habrá que observarla. Pero, ¿desde donde? ¿A través de las ventanas, o desde el dintel de la puerta? Quizás deba caminar entre los bancos. Pero, ¿en qué me fijo?, ¿miro a los alumnos?, ¿qué hacen?, ¿cómo se agrupan?, ¿cómo mirar el aula?

Para este profesor de matemática estudiar sus clases era pararse al lado del pizarrón y desde ahí observar. Sin embargo, no estaba seguro de hacerlo bien. Entonces, al indagar en los registros para estudiar “La Libertad”, primero, y La Interacción docente–alumno después, el investigador reconoce a las preguntas de los alumnos *como un conjunto* de elementos propios del aula. Sí, como tal los ha reconocido. Entonces, las anota, las ordena, en una palabra, hace lo que corresponde a una colección y también **aquello que sabe: las clasifica**. *¡Que ninguna quede fuera!* Incluso hay lugar para lo distinto, lo excepcional, según su propia visión.

Si bien el investigador no reflexiona acerca de su decisión de estudiar las consultas estudiantiles, le asigna el lugar de **objeto de estudio**. Para él ha sido sumamente importante. Ha encontrado algo acerca de lo cual puede hablar, decir, indicar y hacer. Pero este hacer influye finalmente en el propio docente investigador.

Se consideran las consultas y se les asigna una primera interpretación, pero no se reconoce quien está interpretando. Inicialmente, las preguntas se eligen para revelar la flexibilidad de las clases. Entonces se busca en los registros. A poco de hacerlo se listan

los interrogantes que realizan los alumnos. Ahí, ya se olvidó o no puede recordar, ¿para qué se buscaron?

El investigador comienza a estudiar las preguntas considerandolas como objetos de estudio, es decir, analiza su naturaleza o posible caracterización: ontológica, etimológica, conceptual... En realidad, debió utilizar la pregunta para estudiar el aula, para saber si la clase es flexible, cómo es el ejercicio de la libertad pero, se convirtió en sí misma en algo de interés, cuando ella debería actuar como indicador. Se ha producido una transmutación de **los instrumentos por objetos de estudio**.

Cuando el investigador realiza la clasificación, la directora señala:

“La pregunta, en realidad indaga sobre el `que´(lo ontológico). Es el profesor el que explica desde lo etimológico”.

El profesor no reconocía cuál era **el lugar del alumno** y cuál **el del docente**. Posiblemente, en su preocupación porque el alumno comprendiese lo que hacía, el docente construía didácticas que ayudasen al estudiante pero, al no mirar su práctica, terminó considerando que cuando el alumno preguntaba lo realizaba desde el lugar que creaba el propio docente desde su respuesta y por ende, así resultaba la clasificación de las consultas estudiantiles. Sin embargo, el docente todavía no lo comprendía, no formulaba este discernimiento.

El haber caracterizado este tema, obnubila el pensamiento del investigador, tanto que denomina a un capítulo como:

“El conocimiento del alumno” o “Las preguntas del alumno”.

Cuando el docente inicia la clasificación la directora interroga:

“¿Por qué esta pregunta se considera etimológica y no ontológica? Al plantear esta clasificación, ¿se alude a las preguntas o a las respuestas que admiten?”.

Estos comentarios o interrogantes desencadenan una crisis de análisis en el docente-investigador, **el conflicto se ha instalado**. Comienza a autocuestionarse su expresión, cómo ver las cosas, creyendo, pensando que clasificar es investigar. Además, la disyuntiva planteada por la pedagoga lo lleva a pensar que la pregunta no se puede estudiar sola, aislada. Se necesita simultáneamente el análisis con la respuesta. **La investigación sufre un giro**, es una revolución copernicana. El docente investigador comienza a pergeñar la idea que el estudio de objetos del aula, como las preguntas de los alumnos, experimenta distintos momentos, o mejor, la investigación atraviesa, vive, sufre, posee diferentes momentos.

Cuando comienzan a indagarse *las consignas*, que son formuladas por el docente como invitación a la discusión, nuevamente se incurre en la estrategia anterior, surgen las preguntas de los estudiantes, que sustraen la atención e invitan al estudio de su naturaleza porque la consigna, el objeto necesario, es demasiado abstracto, muy teórico, se lo siente o percibe inasible, tiene un cierto carácter heterotópico⁷¹, difícil de pensar, de imaginar. Entonces, surgen u ocupan todo un lugar: los interrogantes estudiantiles.

Aquí también hay un corrimiento del investigador que vuelve a su antiguo rol de profesor de matemática, que intenta estudiar objetos distantes de él. Para la mirada del profesor que busca la objetividad a partir de elementos más lejanos a sus sentires, a su emocionabilidad, las preguntas pertenecen a los alumnos. Sin embargo, la primera intención consistía en indagar en las consignas. Pero ese corrimiento no es solo en la modalidad o el enfoque de investigación, también está en el docente que vuelve a su

⁷¹ Heterotópico: que es difícil de pensar, a propósito de una clasificación de animales desopilante, fantástica e inaudita de Borges, Michael Foucault opina acerca de lo heterotópico, y agrega donde solo el lenguaje puede llegar. (En las Palabras y las Cosas).

antiguo rol de considerar que el problema educativo reside en los interrogantes de sus alumnos.

Se recupera al docente con sus respuestas porque la pregunta no puede aislarse, no es una unidad de análisis legítima y es necesario el estudio de la consulta y la respuesta o intervención del docente, simultáneamente.

Se advierte que el docente actúa intuitivamente ante las preguntas, no posee método, o bien su método es primitivo o primario en el sentido que no hay indagación, especulación. Aquello que se piensa o escribe se considera con carácter definitivo. Falta el análisis producido por la investigación: el docente recurre a explicaciones tradicionales y otras veces actúa de tutor.

Como resultado del análisis se señala:

“Esto es un pasaje de la generalización, de la separación de variables para estudiar fenómenos aislados hacia otro estado donde prima la comprensión dialéctica de los fenómenos sociales del aula. (...) Sucesivas lecturas y reflexiones de esta tesis permiten pensar que un alumno formula una pregunta desde sus posibilidades y es un encuadre docente el que la clasifica y la analiza aunque sin reconocer que ese estudio está teñido de la propia subjetividad del profesor-investigador”.

Pero nada se dice acerca de la mirada a esas preguntas desde el lugar docente. Sin embargo, el estudio de las preguntas para la flexibilidad, permite comprender lo **metodológico en una investigación.**

Cuando el docente desarrolla la clasificación señala dos tipos: particulares y singulares. La sugerencia de la directora fue:

“Aclarar más la diferencia entre ambas”.

Una vez más se trataba que **el docente revisara aquello que escribía.** Que lo elaborase, que no lo pusiera solo desde lo emocional, o lo intuitivo, que le encontrara asidero. El profesor persistía en la organización estructurada de todas las intervenciones que realizaban los alumnos. Había indicado dos clases: las preguntas particulares y las preguntas singulares. La directora ya le había comentado que no se entendía a qué refería con esas dos denominaciones. Entonces, el investigador había desarrollado un análisis de ambas a partir de sus significados pero sin discriminar si constituían un medio o una meta de estudio. La directora le señalaba:

“Ahora entiendo mejor, conceptualmente, la diferencia entre ‘particular’ y ‘singular’. Aún así, en estos casos, no me queda claro por qué estos ejemplos corresponden a preguntas singulares”.

El docente no comprendía todavía que su rol en la práctica educativa consistía en hacer precisamente aquello que desarrollaba: crear distintos caminos de acceso al conocimiento cuando el alumno lo requiriera, pero luego, cuando miraba esa práctica, cuando analizaba, desde su rol de investigador, debía reconocer que la clasificación pertenecía a sus propias respuestas. Es decir, se trataba de analizar la evolución de las ideas del docente en una **mirada de la práctica en el aula** y en su **propia investigación.**

En realidad, la clasificación se extendía en demasía. ¿Qué ocurría? El docente cuando escribía simultáneamente construía expectativas y si bien se producían avances, crecimientos en el desarrollo de la investigación debían superarse algunas ideas, **eliminar algunos textos** o reemplazarlos por otros más amplios. Por otro lado, coexistían algunos caminos de indagación a las prácticas del aula, como el estudio de las preguntas y las reflexiones y análisis de esas indagaciones que el docente ya realizaba pero, **no alcanzaba a encontrarles un lugar.** En realidad, eliminarlas era un duelo, le resultaba difícil aceptar que debía desprenderse de alguna idea, suprimir algún párrafo.

La investigación no solo tiene, posee o logra **productos**, ideas, sino también es **proceso**. A medida que el docente lo percibe, lo escribe.

Se trataba de comprender que la investigación evoluciona y no se reduce a describir cada instante, puede ser también que los momentos los experimente el propio investigador y debe aceptar que las ideas, muy especialmente aquellas con carácter de primeras, a las que usualmente el docente se aferra: debe desecharlas, abandonarlas. Surgía *una oposición no muy opuesta*, proceso vs. producto.

Entonces, el estudio de la pregunta o de la consigna no se realiza para su análisis, o su naturaleza **sino como un medio que permita dar cuenta del cómo son las situaciones del aula de matemática. Que permita teorizar, abstraer su movimiento social, la formación de grupos, el lugar del conocimiento.**

Los Contenidos Formales y los Figurativos

Hay un primer enunciado respecto a considerar **al conocimiento como “un medio”**. Por esos momentos, el docente enfatiza la importancia del contenido formal en juego. Aunque sin nombrar ni conceptuar esos contenidos. “El contenido como un medio”. Mereció un recuadro y la consigna “*analizar*” por parte de la Directora.

El párrafo que seguía a ese título era:

“El ejercicio de la libertad, el respeto y la participación es propiciado por la cátedra para el desarrollo de las actividades en el aula. Esto ha permitido construir un concepto clave para la caracterización de estas prácticas educativas. Esta libertad no es solo lo señalado precedentemente sino también y fundamentalmente la posibilidad de buscar la abstracción teórica que permita que el alumno se libere del contenido concreto. Hay entonces una referencia directa a considerar el contenido como un medio y no como un fin. Esto se trasunta en una permanente búsqueda del docente enfatizando en cada acción al destacar el *contenido formal* en juego”. (Mayo 2000).

El investigador observaba en la lectura de los registros de clases que la práctica en el aula priorizaba acciones dirigidas a “la abstracción” a “liberarse del contenido concreto”, e incluso ya se lo caracterizaba “como un medio”. Sin embargo, esos pensamientos no prosperaban, todavía, en el ámbito del análisis de la investigación.

En una reflexión siguiente se citaba:

“Se valora el contenido formal más que el sustantivo. Y la enseñanza en un 1º año de ingeniería debe ser fundamentalmente formal y no sustantiva porque el ingeniero va a usar en un futuro esos contenidos formales y no los contenidos sustantivos”.

Había una evolución y un interés permanente en estos conceptos. Se los vinculaba a la propia formación del estudiante de ingeniería y al profesional. Se buscaban nombres sustitutos como contenidos operativos y figurativos que provenían de la bibliografía. Pero, estas búsquedas estaban sujetas a **la propia evolución de toda la investigación**.

¿Cómo se investigaba en el inicio, comienzo del análisis de los datos o clases observadas?

Revisando los distintos “borradores” de este trabajo de investigación se encuentran **señales de recuadros** de aquellas **ideas clasificadas** a las que además se les agregaba números que indicaban otros tantos **objetivos del proyecto**. También se intentaba **caracterizar algunos temas** como prioritarios o aglutinantes. Este era el modo, el estilo que había adoptado el investigador para cumplir o alcanzar su objetivo: producir teoría, conceptos, y educarse: mejorar la propuesta de sus clases.

De modo tal que la discriminación, el estudio de los dos contenidos anteriores (figurativo y formal) estaba *sujeta* a toda esa evolución. Porque superar esa etapa significaba alcanzar un estadio de abstracción y por ese entonces se estaba en un **período**

descriptivo por lo que mal se podía discriminar, o estudiar distinto tipo de contenidos, era una suposición anacrónica, fuera de tiempo.

Sin embargo, la insistencia de trabajar con contenidos vacíos finalmente habría de lograrse. Se produjo un *insight* cuando el docente encontró que los remanidos dos temas se encontraban en sus clases actuales, no solo en los registros sino que una mirada espontánea a las clases que dictaba le permitió vincular teoría y práctica. Ya no era el saber erudito con cita o no de autores. Ahora el docente pensaba y reconocía tales contenidos en su enseñanza y los anunciaba a los alumnos para la evaluación.

Los propios contenidos formales iban a permitir alcanzar la etapa de formalización. ¿Cuáles eran las dificultades que se manifestaron para alcanzar esa etapa? Por ejemplo, en el inicio del proceso, el profesor no hallaba los contenidos en sus clases, claro porque no podía mirar sus propias clases. Además cuando reflexionaba como investigador, acerca de los registros de observaciones tampoco podía mirar su propio pensamiento de docente investigador.

Los Autores

Cuando el docente comienza a atravesar la etapa descriptiva o de la teoría descriptiva, aquella donde se interpretan los textos seleccionados de los registros, es decir en el Análisis de Datos, donde incluso se caracterizan algunos conceptos: como el lugar de los alumnos o los mencionados tipos de contenidos, no logra una mirada suficientemente objetiva, en tanto y en cuanto le permita extrañar aquello que estudia, es decir pueda “colocarse a una distancia” para una mejor comprensión.

En esa etapa descriptiva aparecía **el conocimiento erudito y técnico**, impuesto sin construcción en la práctica. Por ejemplo y curiosamente la idea de Praxis.

En un párrafo la directora solicita una aclaración:

“¿Qué se quiere decir, exactamente con PRAXIS? ¿Es lo mismo que PRÁCTICA? ACLARAR”.

Estos comentarios eran sencillos para el docente y luego de su resolución no merecían mayor análisis. De modo que el investigador cumplía su tarea sin agregar alguna reflexión. Pero, la pregunta de la directora no era solo eso: un interrogante, merecía un indagar acerca de saber si el investigador utilizaba esos términos como pertenecientes o le eran ajenos. El docente busca por un lado en su memoria y por el otro, en un autor donde ha leído el concepto que le interesaba. La primera le aporta la comprensión, la idea, el segundo señala la expresión más clara para agregar al texto.

Los autores constituyeron una suerte de **muletas**, de andariveles para desarrollar los primeros pasos. Al promediar este desarrollo de investigación, ocupaban un lugar preponderante, se referenciaban resúmenes, citas de autores en los finales de los capítulos.

Fueron necesarios para la teorización en el momento de la producción de conocimiento pero se era consciente que la investigación habría de constituir la producción propia de conocimiento. Sin embargo, no fue fácil poder comprender que aquel momento, el de los autores se había superado, que ahora era la etapa de suprimirlos, es decir encontrarles otro lugar. Fue **un duelo** y esto indicaba que el investigador todavía no consideraba provisorio al conocimiento. Finalmente surgió la posibilidad, la decisión de poder **pensar sin autores** lo que significó poder **pensar por sí mismo**. El investigador había superado la etapa de deslumbrarse con sus propios descubrimientos y también con los conocimientos eruditos o librescos.

Ha dejado de auto-administrarse por esas verdades que poseen un cierto carácter definitivo, por la autoridad que encierran, para relativizar el conocimiento, y singularmente considerar el conocimiento producido en la práctica, en su práctica, el conocimiento que se produce en la investigación.

El Rol de la Dirección de Tesis

En el desarrollo de la investigación hubo momentos de análisis respecto al rol de la dirección de tesis. ¿Cómo ha sido ese lugar? Un primer momento en esta investigación refiere a los **conceptos**, a **aspectos cualitativos vinculados a la propia práctica**. También intercalados con los anteriores y caracterizando esta *etapa*, se presenta **lo metodológico de la investigación**. Un segundo momento se encuentra, coincide con, “suficiente cantidad de material” que justifique el trabajo. A partir de ahí se consideran aspectos de **comprensión de textos** (los escritos del trabajo de investigación), de **reorganización de las ideas**, de **explicitación de significados**. Pero, también hubo otros momentos anteriores no tan explícitos. La modificación de los registros, señalando **los aspectos matemáticos** de los que se había prescindido para realizar las primeras interpretaciones. La **invitación a escribir** las primeras ideas inmediatamente después de concluido el proyecto. La primera **reunión con las auxiliares y la directora**, luego la **reunión con la observadora externa**. Hay un eje que atraviesa la investigación, **trabajar con las inquietudes, el material** que proponía el investigador. Los momentos no fueron estrictamente en un orden sin superposición entre ellos, se puede decir que coexistieron en algunas oportunidades.

Cada intervención de la dirección de tesis *se asemeja a una estación de tren*, el docente se apea del vagón de su trabajo y ante la invitación o sugerencia de utilizar el lugar para la reflexión acerca de un tema: *la estación*, el profesor aprovecha para su propia educación, para mirar la práctica o la propia investigación desde otro lugar, del espacio sugerido por la pedagogía, se dirige una mirada *al tren detenido*.

En el nivel de información, se había leído acerca de impregnarse de los fenómenos del aula y luego extrañar, pero eran ideas que no pertenecían al investigador, sino a otros autores. Dos verbos indicaban –aparentemente– los pasos a seguir para el desarrollo de una investigación: impregnar y extrañar, pero cómo. Para este investigador extrañar significó un cambio de lugar. Pero no físico o geométrico sino de tiempo, un lugar temporal. No cronológico sino psicológico. Cada vez que se dejaba el trabajo de investigación por un período relativamente prolongado, se observaba que al reiniciar la tarea se mantenía una cierta distancia, ya no se vivenciaba los fenómenos como cuando se los escribía por primera vez. Era como si al escribirlos se relataban o se daba cuenta de ciertos fenómenos y al leerlos fuesen otros. Se había descubierto un método.

La investigación es una actividad que necesita de la comprensión de sus propios tiempos y por ello, es el investigador el que diseña sus estrategias de trabajo, sus instrumentos, el que reconoce los objetos de estudio que le interesan.

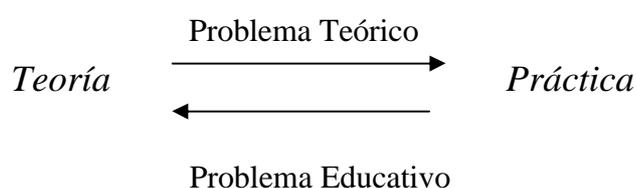
La Disociación Teoría - Práctica

Había leído en la literatura pedagógica acerca del hiato teoría–práctica. Incluso, la había reflexionado, estudiado y hasta vinculado con mi práctica en las clases. ¡Claro! pero cómo la relacionaba. La teoría en los textos, la práctica en mis clases. El gap continuaba.

En el final de esta investigación busqué nuevamente esa *teoría*, “por supuesto” en los textos, ¿por un aporte más?, o por una revancha que no conseguía desde hacía un

tiempo suficientemente largo. Lo cierto es que descubrí algo importante. Por lo menos para mí. Para este docente. En pocas palabras yo analizaba problemas teóricos, me posicionaba en mis teorías acerca del aula, planificaba una práctica y la desarrollaba. Pero, esta no se correspondía con aquellas. Y tampoco yo estudiaba esas prácticas, es decir no teorizaba y menos confrontaba con mis ideas. No comprendía qué ocurría ni en el aula ni con mis propios pensamientos acerca de mis clases.

La lectura, no solo esta, y **mi madurez**, no solo por la experiencia sino, y fundamentalmente, por las reflexiones sobre mis clases me permitió comprender. Yo había estado yendo en sentido opuesto ¿por qué?, bueno, porque en mis clases trabajaba teóricamente, había invertido la dirección adecuada, **debí haberme posicionado en la práctica** y desde esta, en esta, teorizar, construir conceptos, elaborar ideas, conjeturar, hipotetizar no para un desarrollo, no para aplicar teorías sino para iluminarla, para comprenderla. Había descubierto **los problemas educativos**.



El problema educativo surge en el no entendimiento de la práctica. El estudio de esta permite que el docente cambie lo que hace porque la comprensión de su quehacer, a partir de la teorización de la práctica, le permite entender su tarea y analizar aquello que no satisface sus expectativas. Este nuevo análisis de la disociación Teoría-Práctica a partir del concepto de los dos problemas, también me ha permitido comprender a mis colegas cuando sostienen determinadas acciones o prácticas y sus ideas o sugerencias para modificarlas.

La Explicación

Cuando surgió el concepto en el análisis del trabajo docente se derivó en el gap o salto cualitativo mencionado anteriormente y su estudio quedó oculto. Sin embargo, es de capital importancia para esta investigación. ¿Qué es la explicación? Es un discurso que no puede superar el docente tradicional, una lógica epistemológica singular de cada asignatura.

La explicación es uno de los postulados del pensamiento positivista. Se considera que la lógica de la explicación es la norma lógica que permite valorar la ciencia. Pareciese que en esta escuela de pensamiento, racional, positivista, solo el lenguaje deductivo asociado al razonamiento explicativo es válido. Solo él lleva, conduce a la certeza, a la verdad.

El docente de matemática de esta investigación fue educado en esa escuela y por tanto, recurría en sus clases a esta estrategia aunque, sin la reflexión de este trabajo, no supiese por qué.

Capítulo X - *Las auxiliares de investigación*

En la 1ª semana de Setiembre/98 se decidió investigar el aula de matemática. Para ello se invitó a ocho alumnos de la Facultad de Ciencias Forestales para actuar como observadores. Cinco aceptaron: una de ellas solo permaneció hasta diciembre de ese año. El diálogo personal con cada uno se iniciaba aproximadamente así: “*Mirá, quiero estudiar mis clases para intentar mejorarlas. Creo que si vos aceptás asistir una vez por semana, dos horas, y escribir lo que observás, después se podrá analizar y reflexionar para conocer qué pasa en el aula, cómo son mis clases. Pensalo unos días y después me contestás*”. En esa misma semana se conversó con quien sería la Directora del Proyecto quien también aceptó dirigirlo y preguntó: “*Qué participación van a tener los observadores, solo para anotar los datos o también van a acceder al análisis de los registros*”. Y respondí: “*Van a participar de todo el Proyecto*”.

¿Cómo se organizó y seleccionó el equipo?

Para responder en este informe lo anterior, se invitó también a dos de las “registradoras” a elaborar un documento que diese cuenta de su experiencia en el proyecto de investigación.

Para la organización del grupo se consideró a aquellos alumnos que se hubiesen destacado en las clases, por su criterio personal para desarrollar o estudiar los temas matemáticos, o que hubiesen tenido participación singular en el aula. Los alumnos que se invitaron habían colaborado o poseían inquietudes en tareas extracurriculares como política estudiantil, intervención en ciclos de cine, y otros.

“Para mí, haber sido seleccionada para formar parte del grupo que ayudaría a realizar una investigación fue muy especial, ya que luego de haber cursado con el `profe´ y hecho un trabajo de transcripción de encuestas (1996), y habiendo además entablado una relación particular en donde él ya conocía mi “gusto por enseñar” y no se si era manifiesta mi curiosidad por hacer cosas nuevas y en donde INVESTIGAR, sonaba muy interesante. Fue así que acepté sin dudarle un segundo.” (Rosana).

¿Cómo se prepararon las auxiliares?

En un **contexto de libertad**, en la **práctica**, aprendieron en el hacer, en la **participación del proyecto** tanto en su construcción como en su desarrollo, mantuvieron una **relación de mutua confianza con el docente y entre ellas**, recibieron un aporte de información a partir de algunos textos seleccionados y en **diálogo periódico con la Directora y, a posteriori, con la Observadora Externa** también.

Durante el curso de 1998 las auxiliares ingresaron al aula para aprender a observar. Prácticamente sin consignas rígidas, con la intención de familiarizarse con los movimientos de los alumnos, del profesor, las consultas de los primeros, las decisiones, conductas del docente y los estudiantes, y el trabajo o construcción de los conocimientos matemáticos. La posibilidad de elección que tenían en sus horarios, sus estilos y formas de textos así como el respeto de todo el equipo para con sus núcleos de interés, permitieron realizar primero sus propias observaciones y, luego, sus reflexiones personales lo que a la postre redundó en su formación personal.

“En el 98, cuando hicimos nuestras primeras observaciones, creo que fue la etapa de mayor ansiedad que viví, porque primero no me dijeron ni qué ni cómo anotar lo que observara, sino que era libre, lo que me llamaba la atención y segundo porque no sabía como lo estaban haciendo mis compañeras, ya que fue como una restricción que hubo de no mostrarnos nuestras observaciones y en lo posible no conversar sobre ellas. Esto último fue positivo para entender que todos podríamos ver al mismo sujeto u objeto de maneras totalmente distintas...” (Rosana).

Junto con esas observaciones se realizaban reuniones semanales del docente con las auxiliares. En esas primeras charlas se intercambiaban opiniones, se comentaban algunas situaciones del aula. Había bastante movilización. Les solía sorprender que ante un hecho del aula, las percepciones de cada una fuesen distintas. Estaban **descubriendo al otro** y posiblemente **a sí mismas**.

“Cuando compartimos nuestros registros y experiencias esa ansiedad disminuyó y le dio lugar a la curiosidad de saber porqué cada una lo hizo de tal o cual manera y también de ver que estaba sucediendo dentro del aula. Entonces, surgieron puntos de charla como los prejuicios, evolución del profesor, tiempos y grupos”. (Rosana).

El docente, con alguna percepción o inclinación erudita, también consideró que algunos textos⁷², que habían sido valiosos para él, podía ser de interés que los leyese los miembros del grupo y procedió a hacérselos conocer. Hubo distintas reacciones. Aunque la lectura no era obligatoria, se le entregaba a cada auxiliar algunos párrafos de textos con la intención que tuviesen acceso a nivel informativo a algunas ideas o conceptos de distintos modelos, de la investigación en el aula, y luego una introducción a la epistemología de la ciencia. Pero además el docente-investigador consideraba que esas lecturas no solo ayudaban al perfeccionamiento de las auxiliares sino también permitirían instalar temas alternativos a la propia "vida del aula", que se había transformado en una materia muy absorbente y donde las observaciones recogidas en ella impregnaban a las auxiliares, al profesor y a sus encuentros. De todos modos, aunque estas eran las intenciones en la etapa de registros de 1998 no se logró debatir sobre los temas propuestos a partir de los textos.

“Cuando comenzó a darnos los primeros textos, no se si era para ayudarnos o *hundirnos más*, porque realmente no entendíamos nada y digo no entendíamos porque yo buscando apoyo en las chicas les preguntaba y estaban igual que yo”. (Carmen).

Pero, ¿cómo vivenciaban, cómo sentían las auxiliares esas experiencias de estar mirando y anotando las situaciones del aula? Las percepciones, los sentimientos, o sus sentires fueron de una gran sobrecarga, de fuerte presión, de enorme responsabilidad, *creían que debían, querían anotar todo* y se daban cuenta que no podían.

“La duda era: qué es lo más importante para el profesor, o para la investigación, de lo que pasa en el aula. Las primeras observaciones, del año 98 fueron aun más cargadas que las del año siguiente, porque queríamos, o por lo menos yo quería, anotar todo y que no se me escapara nada de lo que pasaba en el aula. Entonces anotaba por ahí una cantidad de cosas que no servían de mucho”. (Carmen).

Pero, si bien existía una autoexigencia que las desestabilizaba, también es cierto que había un sustento o soporte en la construcción del grupo a partir de la elección personalizada que realizaba el profesor y de los vínculos de afinidad que permitían tolerar esos primeros momentos de *zozobra, de tensión*, esperando que con el avance del proyecto se trabajase más tranquilamente.

“Sentía una gran presión a pesar de que se nos dijo que cada una elija la forma de registrar, lo único que me tranquilizaba es estar trabajando con un profesor en el cual confiaba mucho y con quien sabía que iba a aprender, seguro, *un montón*.”

Las primeras observaciones nos sirvieron únicamente para aprender a observar y a saber qué es lo que se quería investigar en realidad. También, las primeras reuniones para debatir temas fueron muy valiosas porque es como que nos fue formando de a poco sin presión alguna de parte del profesor-investigador, a pesar de su ansiedad. Pero, también fuimos asumiendo ciertas responsabilidades dentro del proyecto y a descubrir también de a poco nuestro rol de auxiliares de investigación; esto ya en el 99. Si bien el profesor siempre nos dio mucha libertad en el trabajo; es el que marcaba el rumbo, sirviéndose de algunas consignas que nos iba dando y de las charlas que solíamos tener para que esto sea serio y viable”. (Carmen).

⁷² Carr, W. y Kemmis, S. (1990).
Taylor, S.J. y Bogdan, R.

Había una gran dificultad para “extrañar”, para no quedar tan involucrado que tornara imposible *objetivar*. Las auxiliares estaban suficientemente consustanciadas con el ámbito educativo del aula como para registrar aquello que observaban, pero luego surgían interferencias a la hora de analizar y reflexionar. A pesar de haber conversado todo el grupo con la Directora y que el mismo profesor subrayara que debía intentarse olvidar o postergar **el rol de alumna y asumir el de observadora**, no se logró esto inmediatamente. El contexto institucional, el propio aislamiento geográfico, donde se inserta la facultad, que no permiten el desarrollo de distintas percepciones sobre un mismo objeto social, conspiraba contra el proyecto y, por ende, contra el desempeño adecuado de las observadoras.

“Este fue para mí el momento más importante del grupo y también el más difícil, para tomar distancia de lo que se observaba, tanto en las clases porque personalmente me involucraba en ellas prestando atención a lo que decía el profesor y por momentos cambiaba el rol de observadora por el de alumna, y en las reuniones donde cada una contaba sus propias anécdotas de las clases, totalmente vinculadas a nuestra vida como alumnas de la Facultad.

Quizás no estábamos viendo la transición o el cambio que emergía del aula de Matemática II sino la forma de cambiar el rumbo de la Facultad o del sistema impuesto de reforzar y repetir”. (Rosana).

En el inicio del año 1999 se acordó iniciar la elaboración del Proyecto de Investigación. El Profesor presentó algunas ideas para la consideración de todo el equipo. Esta etapa permitió consolidarse al grupo, expresar las ideas de cada una de las auxiliares, quienes colaboraron *mucho* con el profesor en el diseño y escritura del proyecto. Pero, ese mucho no solo fue cuantitativo, significó también apoyarlo en una tarea nueva, de creación.

“Esta fue una etapa de mucha fuerza, reflexión y mucho trabajo, porque llegó a nuestras manos el proyecto o preproyecto: “La Construcción de un Cambio Educativo” donde junto al “profe” pudimos opinar desde la elección del título, el planteo del problema y los objetivos, y quedó claro que constituíamos una forma de toma de datos, llena de subjetividades que luego pasaría por filtros para llegar a obtener o hacer abstracciones”. (Rosana).

En julio de 1999, con el proyecto prácticamente concluido, se realizó la 1ª reunión de las auxiliares con la Directora. Fue un encuentro muy significativo para las “registradoras” ¿Cuáles eran esos significados? Permitted, para las observadoras, encontrar otro referente, otro discurso, otra autoridad acerca del conocimiento y también un vínculo afectivo. Finalmente, se les sugirió a las observadoras que realizasen entrevistas con los alumnos, que en setiembre 99 iban a cursar Matemática II.

“Con la reunión con la asesora Ana, logramos ver cómo dentro de una situación áulica hay puntos que están tapados o subyacen detrás de otros menos importantes. Aparte, para el grupo, creo que fue una apertura de ideas muy grande y la *pisada inicial* para lograr o mejor dicho empezar a abstraerse de lo subjetivo e ir en busca de lo objetivo de las observaciones (hacer la famosa *limpieza*)”. (Rosana).

Se producía una maduración que las auxiliares reconocían después del encuentro mencionado anteriormente. Señalaban también algunos conceptos interesantes del proceso de investigación como: **el instrumento de observación**.

“A partir de ahí tuvimos acceso a alguna bibliografía que nos vino bárbaro ya que ahora sí estábamos en condiciones de leerlas y entenderlas.

Ya manejábamos algunas cosas o bastante como para entrar nuevamente al aula pero esta vez con otra visión totalmente distinta, sabíamos lo que queríamos observar y la importancia de poder hacerlo para la investigación y lo más importante aun es que nos sentíamos parte de ella.

También aprendimos que a diferencia de otras experiencias, en esta nosotras éramos los *instrumentos de medición* por decirlo de alguna forma, por lo tanto teníamos que tener mucho cuidado en no mezclar los sentimientos para no *sesgar* los datos de la investigación.

El hecho de haber comenzado la primera observación “sin recetas”, nos sirvió para que cada una desarrolle su propio estilo de observación, lo cual hizo que el material fuera único y rico en datos para analizar y no una copia, una de la otra.

Cada vez que nos reuníamos aprendíamos uno del otro y podíamos discutir con mucha libertad, y más aun aprendimos a criticar nuestros propios trabajos y a reconocer nuestros errores.

Respecto al aula aprendimos que el profesor no es la "estrella del curso" y "dueño del conocimiento", como en la enseñanza tradicional, sino que es un ir y venir del conocimiento o las ideas, donde el profesor también aprende de los alumnos y viceversa.

Las etapas que se iban superando en el transcurso del tiempo en el curso, también sucedían en el grupo, donde aprendimos a soltar más cosas y analizar las distintas situaciones de trabajo (para mejorar por supuesto).

Hubo un avance respecto a las observaciones (99) y un enriquecimiento con entrevistas previas a la cursada (las observaciones dentro del curso), durante la cursada y post cursada, para mejorar la calidad de las observaciones". (Carmen).

A fines del año 1999 las auxiliares asistieron a un taller de Formación de Investigadores de Nivel Terciario. La experiencia fue enriquecedora. Al encontrarse con profesionales de la educación y poder compartir con ellos el taller, lograron revalidar su trabajo de observadoras, sus saberes, fue muy valioso para ellas. Tanto, que mucho tiempo después reflexionaban y comentaban pasajes del Taller. Incluso les permitió acuñar algunas ideas acerca de conceptos, por ejemplo: como positivismo y ciencia.

"A fines del 99 crecimos "exponencialmente" respecto a nuestra formación, Participamos de una charla con Ana sobre Investigación Educativa para docentes, a la cual fuimos invitadas y en la que nos dimos cuenta que lo que estábamos haciendo tenía muchísimo valor, en cuanto a la práctica de investigación se refería y algo de manejo de teoría. Nos sirvió para reafirmar y aprender conceptos de ciencia e investigación en los distintos ámbitos de la enseñanza y a definir posturas en la misma". (Carmen).

En el inicio del año 2000 se comenzó con los análisis y reflexiones de los datos. Aunque fue muy difícil, las auxiliares construyeron sus primeras interpretaciones. Este período, expresado simplifícadamente, consistía en transformar los datos empíricos en científicos. Se trataba de abstraer a partir de la realidad concreta, registrada por las auxiliares. Y también, de intentar escribir, de construir teoría, lo que las observadoras expresaban como nada fácil. Pero, significaba algo más todavía. Debía producirse el "despegue", del docente-investigador, quien hasta ahí había compartido todo el trabajo con el equipo de auxiliares. Este último iba a acompañar al profesor durante todo el año hasta que este escribiese sus primeras categorías.

"En el 2000 la tarea era más compleja, ahora comenzaba una etapa más difícil a pesar de que habíamos mejorado y crecido bastante en el 99, otra vez todo parecía poco, la responsabilidad era demasiado grande para nosotros que antes nos limitábamos simplemente a observar, entrevistar, etc., en otras palabras a juntar datos, ahora esos datos tenían que ser procesados y nosotras otra vez éramos parte de ese proceso". (Carmen).

A las auxiliares les preocupaba, cuando se sucedieron las primeras interpretaciones de los registros que estas estuviesen teñidas de subjetividad. A menudo señalaban: "pero, ¿yo puedo escribir lo que quiera?" A lo que el profesor respondía: "el grupo le diría que no es válido".

"Nuestra tranquilidad como lo decía siempre el profesor era el grupo, cualquier 'bolazo' que nos mandáramos se podía descartar, el trabajo no era fácil, debíamos analizar los datos, pero era, según el profesor, la etapa más linda donde se debería recoger los frutos de tanto esfuerzo.

A pesar de lo difícil que nos parecía esta etapa lentamente comenzamos a entrar en ella y sin darnos cuenta pudimos superar nuevamente la misma. Con la ayuda por supuesto de todo el grupo. Comenzamos con mucha libertad en la tarea como siempre. También hubo ayuda bibliográfica, pero después de haber hecho ya el primer paso para no condicionarnos por supuesto.

En el transcurso del análisis aprendimos cómo visualizar los datos y los distintos puntos de vista desde los cuales se podían analizar, con la ayuda del profesor y la directora del proyecto.

Aprendimos a valorar y categorizar cada dato, así estos sean a favor o en contra de la nueva metodología de enseñanza, todo era útil en la investigación ya que en la práctica, no todo cambia cae bien, menos en una institución tan estructurada como la nuestra. Aunque suene raro, en esta etapa, aprendimos a "leer" los registros y a ubicarnos en el aula verdaderamente, para poder ver el rol del profesor y los alumnos dentro de la misma". (Carmen).

“En el 2000 llegaron las *asociaciones libres* es decir, realizar una nueva lectura de las observaciones y entrevistas y asociar. También tuvimos en nuestras manos una nueva lectura ‘El trabajo con los datos’. Análisis de los datos en la investigación cualitativa de Bogdan⁷³”. (Rosana).

En Abril del 2000 se realiza una reunión con la Directora y la Observadora Externa y todo el equipo. Fue también de mucho enriquecimiento para las auxiliares de investigación. Así como unos meses antes el encuentro con la directora permitió *mirar al otro* y *mirarse*, ahora ocurría algo similar en la reunión con la Observadora Externa.

“Hubo una reunión con Ana y Alejandra que fue espectacular porque había una persona ajena a nosotros que no solo oía sino que vivía nuestro trabajo, eso le dio más fuerza al grupo”. (Rosana).

Otras experiencias valiosas para el grupo las constituyeron las dos presentaciones del proyecto que realizaron las auxiliares ante un grupo de alumnos, primero y luego, de profesores.

"También sabíamos que si se nos diera la oportunidad de tener un público delante, ellos podrían (el público) no aceptar nuestras ideas. ¡Bueno!, salimos como grupo ante alumnos y profesores donde explicábamos cómo habíamos hecho todo hasta ese momento. Yo creo que al grupo le sirvió para desarrollar una habilidad más y mostramos que se puede investigar no solo cosas biológicas o forestales”. (Rosana).

¿Qué habían logrado, aprendido en todo el proceso?

Construcciones teóricas, aprender a opinar, a manejar o soportar los tiempos, desarrollar sus propios estilos, aceptar roles, reflexionar y trabajar en grupo.

“¿Qué logré? Con la bibliografía: marco teórico. Libertad de opinión (hasta cuando me enojaba). Aumentar mi paciencia. Tener un estilo propio. Madurar (o por lo menos es lo que creo yo de mí). Aceptar roles. Reflexionar. Comprender, que trabajar con personas es muy complicado, pero que nada es imposible, y no soy nada organizada”. (Rosana).

⁷³ Taylor, S. J. y Bogdan, R.

PARTE QUINTA:

Conclusiones

Capítulo XI - *La Construcción de un Cambio Educativo*

Las Tesis de un Profesor de Matemática

La Innovación Curricular planteada por la Cátedra de Matemática II y la Investigación Educativa dirigida a estudiar las situaciones que se producen en ese proceso de transición, en las clases de esa asignatura, permiten enunciar algunas ideas que, al configurarse, tomaron, en este trabajo, la forma de sucesivas tesis. Acerca de ellas, cabe destacar que sus enunciados podrían no ser, en absoluto, originales. Al fin, puede haber ya bibliografía pedagógica sobre el tema. Aquí, lo importante es la descripción del propio proceso de aprendizaje del docente, que nos provee de elementos suficientes como para advertir que un enunciado teórico, aun declarado o recitado, no es, de ninguna manera todavía, un conocimiento construido. Las tesis aquí presentadas resultan, en cambio, de los descubrimientos y elaboraciones que fue, efectivamente capaz de realizar el docente al enfrentarse críticamente con sus supuestos, por un lado y con sus prácticas por el otro.

El docente descubre, toma conciencia que sus clases han estado inmersas en un modelo hegemónico, único de educación al que señala y caracteriza como una epistemología tradicional de la enseñanza de la matemática. Reconoce en ella **los roles del docente**: como trasmisor del conocimiento, **el alumno**: en un lugar, o posición pasiva de prestar atención y acumular conocimiento, y **el propio lugar del conocimiento**: señalado como un objeto cognitivo, estructurado, rígido ya definido antes de la clase.

El estudio del *cambio de metodología* en las clases revela que el docente no encuentra en sus primeras clases qué rol desarrollar y se posiciona en la explicación clásica que, simultáneamente, critica. Las sucesivas reflexiones con el equipo de auxiliares de investigación (dispositivo metodológico) permiten una toma de conciencia del lugar que el docente ocupa en el cambio propuesto, a partir de comprender sus sentires, de estudiar sus prácticas.

La indagación a las clases señala que la innovación curricular presentada por la cátedra, genera una nueva epistemología de la enseñanza de la matemática, donde el profesor y los alumnos adoptan distintas estrategias para la enseñanza y la participación respectivamente. El docente-investigador lo expresa en:

Tesis 1^a (de las conductas estudiantiles en el aula): “La elección de qué hacer en el aula por parte de los alumnos promueve la coexistencia de clases simultáneas, paralelas”.

En la propuesta educativa surge nítidamente la Libertad como un valor del aula en esta metodología que le permite al alumno distintas elaboraciones de conceptos e ideas, señalado en:

Tesis 2^a (del vínculo alumno-conocimiento): “En el aula puede surgir un vínculo dialéctico entre el alumno y el conocimiento si media, como contexto, la libertad”.

Coherente con lo anteriormente enunciado, el docente descubre nuevos roles para el alumno, manifestados en *las elecciones de tiempos, estrategias de trabajo, contenidos y otros*; y también para el docente: su nuevo rol educativo, que surge desde las reflexiones elaboradas en el ámbito o *lugar de la investigación*. Entonces se enuncia la:

Tesis 3ª (acerca del pensar del alumno): “La Construcción de un Cambio Educativo permite, requiere al docente aprender a conocer qué piensan, o qué hacen los alumnos e interpretar esas manifestaciones. Es un rol nuevo que caracteriza, o enriquece el pasaje de la enseñanza tradicional a otra más participativa”.

La investigación educativa permite una evolución del docente en sus concepciones y supuestos educativos, que percibe en su indagación al aula a partir de una toma de conciencia, de reconocer primero que no sabe cuál es su nuevo rol ante la nueva propuesta metodológica de las clases. Reconoce la necesidad de *aprender a decodificar los signos de las clases*, de prestar *más atención al conocimiento del alumno* que al suyo propio y, fundamentalmente, comprender que esto no es ni fácil, ni inmediato. Que, por el contrario, requiere de una firme voluntad de estudio y superación de conductas exageradamente acuñadas.

Se observa que la propuesta metodológica está asentada en dos postulados: el primero: *trabajar con el pensamiento del alumno*, que genera movimientos espaciales, los que encuentran un correlato en el corrimiento de roles del docente y los alumnos, en la calidad de las interacciones y modifica las posiciones ante el conocimiento; el segundo: *la práctica educativa se concibe como una praxis*.

El análisis de las consignas y de las preguntas o consultas que surgen como resultado de aquellas, permite reconocer que los alumnos pueden expresar sus dificultades de comprensión, la exposición de sus dudas, la selección de medios de comunicación con el docente y manifestar las propias exigencias. Así se llega a la comprensión que permite los enunciados de:

Tesis 4ª (de las consignas): “La amplitud de las consignas en una clase genera un espacio propio de los alumnos, construido por ellos, donde se da un estallido, una ruptura de su propio conocimiento.”

Tesis 5ª (inversión de los roles): “El cambio educativo, el pasaje del modelo tradicional a otro participativo se manifiesta con inversión de los roles del docente y el alumno. Este elige el camino para analizar cada tema, el lenguaje para expresarlo (y otras elecciones ya mencionadas) y el docente se esfuerza por comprender, o por aprender nuevas tareas en su ‘metier’”.

Se considera a la matemática como una ciencia dirigida a enseñar a formalizar, a vaciar de contenido las distintas asignaturas. La conciencia que se adquiere sobre este hecho, al volver reflexivamente la mirada sobre los acontecimientos del aula, permite la formulación de:

Tesis 6ª (de los contenidos formales y figurativos): “Existe una relación dialéctica entre un contenido operativo (instrumento formal) y uno figurativo (representación). La enseñanza de ambos debe llevarse a cabo necesariamente al unísono, en simultaneidad”.

Es decir, las experiencias elaboradas en la carrera profesional de este docente le permiten pensar que los fracasos en los aprendizajes, están asociados **al no desarrollo, a la no apropiación de los instrumentos formales**. Luego, si se encuentran obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas debería favorecerse **la subordinación** de los contenidos figurativos a los primeros. Se atribuye una necesidad insustituible de los primeros y una utilización de los segundos como un material, o escenario que permite el desarrollo de aquellos.

La enseñanza del docente, o el docente enseña, según su propia historia y sus sentires. Las referencias a los placeres y displaceres del profesor permite sostener lo siguiente:

Tesis 7ª (de los sentires del docente): "La enseñanza que plantea el docente se sustenta sobre sus placeres displaceres, el juego, y su historia de aprendizajes.

El profesor llega a reconocer una contradicción fuerte teórico-práctica. Las sucesivas reflexiones de los registros de clases y las lecturas de autores permiten comprender su propia contradicción y encontrar las raíces de ese abismo para diseñar acciones que la superen. El estudio de la disociación teoría-práctica me permitió **comprender, estudiar, iluminar la práctica docente y teorizar acerca de ella para modificarla.** Estas concepciones se expresan en:

Tesis 8ª (de la disociación teoría-práctica) : "En la presentación de una propuesta metodológicamente distinta, una innovación curricular que proponga un pasaje desde una posición tradicional de la enseñanza hasta otra más participativa, se manifiesta una suerte de contradicción entre el decir teórico de tal planteo y el hacer práctico, y surgen situaciones de tensión y conflicto que derivan del hiato teoría-práctica con que trabaja el docente, generado por la intención del cambio educativo".

El profesor considera que su **compromiso** no es con el contenido matemático de un programa tradicional y rígido sino con el alumno, su aprendizaje, su desarrollo. Su **posición ante el conocimiento**, la priorización de los instrumentos formales respecto a los contenidos figurativos conlleva otro lugar: la matemática es *un lugar no exacto* en una carrera de ingeniería. Lo anterior permite enunciar:

Tesis 9ª (de la enseñanza): Se concibe la enseñanza como la consecuencia de indagaciones al conocimiento matemático, que reflejan las propias búsquedas del docente en sus vínculos históricos con esos objetos cognitivos: explicaciones con o sin deducciones, analogías, vínculos con otras disciplinas, búsquedas etimológicas, que estimulen, faciliten, favorezcan el aprendizaje y el desarrollo del alumno.

A partir del estudio de las evaluaciones escritas de los alumnos se reconocen otras dimensiones del aula como la dimensión socio-política, además de la cognitiva, que señala una característica de las actividades del alumno. De lo anterior se sostiene la siguiente tesis:

Tesis 10ª (de las dimensiones del aula): "La Investigación Educativa permite al docente investigador descubrir otras dimensiones de las actividades del alumno en el aula (además de la cognitiva) como, por ejemplo, en relación con qué "contraen vínculos" para regular sus aprendizajes ¿con la normativa curricular?, ¿con los compañeros? ¿con el docente? ¿con el conocimiento?".

El análisis de las evaluaciones permite también conocer cómo son los vínculos entre los conocimientos matemáticos utilizados por los alumnos en sus presentaciones orales y escritas, y el compromiso del alumno en sus actividades en el aula en el contextos de libertad formulado por la cátedra. Se enuncia la siguiente tesis:

Tesis 11ª (de la triada libertad, construcción del conocimiento y compromiso del alumno): "El ejercicio de libertad manifestado por los grupos en los desafíos, en las decisiones que asumen, influye sobre las

construcciones de conocimientos y el compromiso del alumno en su tarea académica y, recíprocamente, estos sobre aquel y entre ellos.

El autor reflexiona acerca de la investigación y reconoce dos cosas: **las categorías, como lugares parciales**, que contribuyen a la construcción del concepto, y tales ideas, concepciones, que son **provisorias**. Hay una expresa mención a la concepción de investigar para la producción de teoría que ilumine la práctica, como en el análisis previo a la disociación teoría-práctica que derivó en la Tesis 8ª correspondiente. Es una maduración de la posición ante el conocimiento.

Este trabajo ha señalado un lugar desde el cual el investigador docente se ha posicionado para mirar, para describir sus prácticas: *la autocrítica*. A veces exageradamente exhaustiva, estricta, exigente, otras no tanto. El profesor ha deseado tomar distancia de sus hábitos que le producían insatisfacciones, de los velos que le ocultaban los autosignificados que él atribuía a sus clases, de los valores que estaban en juego en el aula entre otros. Sin embargo, comprende que en el final de este estudio ese lugar ya no le es necesario. Como si las metáforas se hubiesen trocado en instrumentos de investigación y al haberse *extinguido la influencia anestésica de la costumbre del docente se hubiese puesto a pensar, y a sentir. Y por ende, tal vez las cosas hayan recobrado su movilidad natural, al recuperar él la movilidad de su pensamiento ante ellas*. Ha abandonado su lugar tradicional docente y estático para ocupar una posición dinámica, de indagación de su propia práctica.

La investigación de la Construcción de un Cambio Educativo concluye con:

Una pregunta: ¿cuál es la opinión, la mirada de los estudiantes a este cambio de metodología de estudio?; y,

una reflexión: el interrogante anterior indica que **la investigación continuada** antes que **los resultados acumulados** proporcionan la sangre vital de la ciencia⁷⁴. La pregunta señala otra categoría u otra posible cuestión a indagar la que puede ser considerada para otra investigación.

⁷⁴ Carr, W. (1990).

Apéndice

Apéndice I - La Historia del Profesor de Matemática

Los Vínculos Iniciales con la Matemática y la Enseñanza

Mis primeros encuentros con la matemática refieren a mi primera niñez, cuatro o cinco años de edad. A partir del juego y el afecto, mi padre, con su ex-escuela secundaria incompleta, compartía conmigo los problemas que publicaba la revista Billiken en la mitad del siglo pasado, en Buenos Aires.

La matemática constituyó desde el inicio un desafío, pero también un divertimento, un espacio de entretenimiento y de libertad, donde las leyes, teoremas y el lenguaje simbólico llegarían más tarde. Pero el aprendizaje matemático no solo provenía de los problemas, en el hogar paterno había juegos de naipes, dados y otros similares, con cálculos numéricos y estimación de posibilidades.

La adolescencia deparó otro vínculo. En el último curso de la escuela 2^{ria}, recuerdo, “enseñaba” química orgánica inventando analogías. Como los compuestos se clasificaban en familias, yo les explicaba a mis compañeros acerca del *nombre* y *apellido* de cada sustancia para facilitar la comprensión.

Simultáneamente con el comienzo de la Carrera de Ingeniería ingresé como Ayudante de Clases Prácticas en un Colegio Comercial. En los momentos libres solía enseñar Álgebra a los alumnos. Por aquella época había comenzado a dar clases particulares de las ciencias exactas.

Estaba descubriendo que me gustaba enseñar, ¡y mucho!

La Ingeniería y la Educación

En 1974 me gradué de Ingeniero Químico en la Facultad de Ingeniería de Buenos Aires. Comencé a enseñar como ayudante ad-honorem en Química del nivel Ingreso. Luego fui seleccionado para integrar la cátedra de matemática de primer año. Ese año habría de ser muy rico en experiencias pedagógicas. Accedí a distintos cursos con docentes de la Facultad de Filosofía y Letras (UBA) uno de ellos con el Dr. Rolando García sobre Epistemología de las Ciencias que habría de recordar toda mi vida. También, las reuniones con los psicólogos acerca de la dinámica grupal, y con los pedagogos, que me mostraban otras formas de trabajar en las clases.

Colaboré como Jefe de Trabajos Prácticos, en la Facultad de Ciencias Exactas de la UNaM, durante los años 1976-77 y 1980-81 con una dedicación muy reducida y, me alejé de la actividad docente hasta el año 1982.

La Escuela Secundaria

Ese año, y durante tres años más, comencé a enseñar en la escuela media en un pequeño pueblo del norte misionero. Por las mañanas daba las clases y por las tardes me dedicaba a la preparación. Como mis alumnos no aprendían las materias que yo dictaba, comencé a estudiar la Carrera del Profesorado en la Universidad (1984) pero no encontré aquello que buscaba y resolví abandonar.

Seguí enseñando, hasta 1988 en la escuela secundaria y también en el nivel terciario, Didáctica para los maestros. Cuando accedí a este nivel le comenté a la Coordinadora de la Carrera: “*¡Mirá!, me gustaría enseñar esta materia para poder aprender*”.

En 1985 ingresé a la Fac.de Ciencias Forestales como Jefe de Trabajos Prácticos de Física y en 1987 accedí como titular a la cátedra de Análisis Matemático primero por concurso interino y en 1989 por concurso regular.

La Pedagogía y el Perfeccionamiento Docente

Tanta insatisfacción, tanta autocrítica, tanto ver que mis alumnos no aprendían como yo esperaba me llevaron a estudiar. Comencé en 1988 con uno de los Cursos del CONICET (La Enseñanza de la Matemática). Me llevó dos años y medio, hasta mediados del año 1990.

Tanto estudio a distancia, en soledad, me motivó a organizar cursos y asistir a congresos y talleres para compartir con otros docentes mis inquietudes. Paralelamente a esto último, desde el año 1992 participé durante cuatro o cinco años de un Proyecto de Integración Universidad Escuela Secundaria (PIU). Dos aspectos fueron relevantes: el uno, los nueve escritos o ensayos de mis experiencias áulicas y segundo, el inicio de una relación profesional con la Pedagoga Ana M. Zoppi. Observé que había encontrado una interlocutora válida. Los cursos que dictaba, los que yo tomaba, los talleres o congresos y, fundamentalmente, mis dudas y mis ideas pasé a analizarlos con Ana.

Por esa época asistí a congresos de la Unión Matemática Argentina (UMA), y de la Universidad del CAECE, Bs.As., (presenté trabajos en 1992 y 1994) y otros.

En los años 1993 y 1994 realicé dos cursos simultáneos, anuales, con orientación psicológica uno (Pre-Maestría en Docencia Universitaria) y el otro de carácter pedagógico con una docente investigadora de la Facultad de Filosofía y Letras, UBA.

Nuevamente necesité salir a compartir aquello que había estudiado.

En 1997 inicio la Maestría en Docencia Universitaria y concluyo en 1999 los seminarios.

La Cátedra de Análisis Matemático (Matemática II)

Estuvo integrada por un profesor y un ayudante hasta 1999. Aunque durante un año (entre 1992 y 1993) se ensayó trabajar con tres ayudantes ad-honorem, el proyecto no prosperó. Se inició con entusiasmo, pero se interrumpió antes de concluir el curso. Había intentado durante varios meses reflexionar con los ayudantes acerca de las prácticas que compartíamos. Pero, no se logró. Por aquella época no lograba *mirar mis clases*, ni superar el enfoque tradicional de enseñanza encerrado en un listado de ejercicios y evaluaciones con puntaje. De modo que tampoco podía “ocuparme” de la formación de mis ayudantes.

La cátedra inicia sus innovaciones en 1995. Los cambios educativos refieren a mi enseñanza: luego de la evaluación tradicional escrita, llamaba a cada alumno, incluso aquellos que habían aprobado, para interrogarlos con dos objetivos: que el alumno aprenda la materia y que yo aprenda qué hace, qué piensa él. Percibía que los alumnos se prestaban con gusto sin interesarles si estaba en juego alguna calificación.

En el año 1996 introduje una modificación en la metodología de las clases: propuse a los alumnos que fuesen a los libros a buscar determinados conceptos. Esto permitió una observación: *descubrir el tiempo de los alumnos, descubrir al otro*. Este cambio me resultó muy difícil. Abandonar la explicación, el pizarrón, sin saber qué hacer me exigió un esfuerzo.

Durante los años 1997 y 1998 se propuso a los alumnos que realizaran informes de cómo estudiaban, cómo desarrollaban las consignas o los ejercicios y las charlas en grupo cuando estudiaban. Se buscaba reflexionar sobre sus aprendizajes. No se logró ninguna presentación.

LA SOCIEDAD ARGENTINA de EDUCACIÓN de la MATEMÁTICA

En Octubre de 1999 se asiste a la Reunión de Fundación de la SOAREM. A partir de esa fecha se recibe la designación de Socio Fundador y Delegado ante la Comisión Directiva por la Provincia de Misiones.

Apéndice II - *Cronograma de las actividades del Proceso de Investigación*

Fecha	Actividad
Mayo 15 / 1999	Presentación "Abstracts" del Proyecto de Investigación. Congreso de la Sociedad Argentina de Educación de la Matemática. Bs.As.
Agosto / 1999	Presentación Proyecto de Investigación ante autoridades Maestría.
Octubre / 1999	Presentación Proyecto de Investigación. Congreso de Investigación de la Educación. Fac.Cs.Educ. Univ.Nac.del Comahue. Cipolletti.
Octubre - Diciembre /1999	Interpretaciones a partir de los registros por parte del docente y auxiliares de investigación.
Febrero - Octubre / 2000	Interpretaciones a partir de los registros por parte del docente y auxiliares de investigación.
Abril / 2000	Reunión Extraordinaria del equipo con la Directora de Tesis y la Observadora Externa (presentación de esta).
Abril / 2000	Presentaciones del Proyecto de Investigación ante Alumnos de 2º año del Profesorado de Cs.Biológicas y Profesores de 1º año de la Carrera de Cs.Forestales respectivamente.
Mayo / 2000	Críticas y comentarios de la Directora de Tesis y la Observadora Externa.
Mayo / 2000	Presentación del Proyecto de Investigación en el VI Taller de Profesores de Matemática de Facultades de Agronomía, Veterinaria, Zootecnia, Cs.Forestales y Afines. Facultad de Agronomía. U.N.L.de Z. Lomas de Zamora.
Mayo / 2000	1º Grado de Avance.
Junio / 2000	Presentación del Proyecto de Investigación ante profesores de Matemática de Carreras de Ingeniería. Fac.Ingeniería. UNaM.Oberá. Misiones.
Agosto / 2000	Presentaciones del Proyecto de Investigación ante profesores de Matemática de Carreras de Ingeniería Agronómica. Fac.Ing.Agr. Mendoza y Salta.
Octubre - Noviembre 2000	2º Grado de Avance- Las categorías empíricas.
Diciembre / 2000	Reunión Extraordinaria del equipo con la Directora de Tesis y la Observadora Externa.
Enero - Febrero 2001	3º Grado de Avance - Las categorías analíticas.
Marzo / 2001 a Julio / 2002	4º a 9º Grado de Avance.
Setiembre / 2002	Trabajo Final de Tesis.
Setiembre / 2002	Presentación de la Tesis en el VII Taller de Profesores de Matemática de Facultades de Agronomía, Veterinaria, Zootecnia, Cs. Forestales y Afines. Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional de Catamarca.

Apéndice III

Año 1999

SEMANA	DÍA	Temas de Clases
1 ^a a 11 ^a	20 de setiembre - 3 de diciembre	<u>Cálculo Diferencial</u> : Funciones (introducción), Límites, Derivadas y Estudio de Función.
12 ^a a 13 ^a	6 de diciembre - 17 de diciembre	1° Parcial (Cálculo Diferencial) y Temas de <u>Cálculo Integral</u> .

Año 2000

14 ^a a 15 ^a	7 - 18 de febrero	1° Parcial y Temas de Cálculo Integral.
16 ^a a 17 ^a	21 de febrero - 3 de marzo	2° Parcial

Apéndice IV - *Las Preguntas de los Alumnos.*

Las preguntas en el aula han sido motivo de interés, de estudio de distintos autores. En algunos de esos estudios se considera la pregunta:

- a modo de sugerencia, con carácter didáctico y en parte predictivo, a realizar por el docente,⁷⁵ hasta lograr que el alumno *comprenda* la consigna;
- desde el lugar etimológico y señalándola como la característica del problema que se estudia para ser resuelto sin referencia ni al docente, ni al alumno⁷⁶;
- como una estrategia docente y, especialmente, de *recuperación* de la pregunta. Es decir desde la interacción alumno-profesor⁷⁷.

La recuperación de la pregunta se considera a partir de la concepción de Buena Pregunta, que se inserta en otra de mayor orden: la Buena Enseñanza. Esta se considera cuando favorece *el desarrollo de procesos de comprensión*; considera las *imágenes mentales previas* que tiene el alumno sobre el tema en cuestión; reconoce la importancia de la *resolución de problemas*; tiene en cuenta un *nivel de comprensión epistemológica* (cómo se formulan las explicaciones y justificaciones en ese marco disciplinar); genera *ideas potentes*, fuertes. La enseñanza es buena cuando genera procesos de reconstrucción, reflexivos y críticos. Las *buenas preguntas* son aquellas que tienen que ver con estos atributos en el contexto de la disciplina en cuestión. Se dan cuando las formula el alumno y las recupera, y contextualiza el docente.

Esta investigación se plantea estudiar, observar, interpretar cómo son las preguntas que formulan los alumnos.

* Algunas poseen un carácter ontológico.

Por ejemplo, un alumno preguntó qué es el seno (100). Aquí cabe destacar cuatro aspectos:

01. el ente matemático $\sin \alpha$ ⁷⁸ es, como toda la disciplina, no semántico⁷⁹. Luego, su aprendizaje no goza de *los beneficios* de las realidades concretas de otros saberes. El **nombre**, en matemática, puede constituirse -como artificio didáctico- en lo único, inmediato, *vinculado a lo concreto, a alguna otra realidad*.

¿Por qué esto de relacionar con otro contexto, no abstracto, no formal, no matemático? La matemática es una ciencia formal, es pura sintaxis, posee una estructura sintáctica y sus objetos cognitivos son vacíos de contenido. Su estructura sustancial es muy singular. ¿Cómo se originó esta disciplina tan conflictiva para los alumnos del sistema educativo? Nació bajo el mandato de las necesidades de los pueblos primitivos de darle respuesta a algunos problemas de *predicción y control* en sus culturas, sus economías. Una consulta a la historia⁸⁰ a partir de los documentos legados por los pueblos prehelénicos, como los papiros y tablillas cerámicas, nos permite conocer algunas creaciones. Se considera el siguiente ejemplo: los números fraccionarios fueron utilizados por los egipcios, para medir sus terrenos cultivados y conocer los resultados de las cosechas que permitiesen a los "recaudadores del faraón" poder cobrar los tributos. Luego quedó como tema de una ciencia: el conjunto de aquellos números que

⁷⁵ Polya, G. (1965).

⁷⁶ Palacios, A. y otros (1989).

⁷⁷ Perkins, D. en Litwin, E. (1993).

⁷⁸ Que se lee: "seno del ángulo alfa".

⁷⁹ Klimovsky, G.

⁸⁰ Ver en Notas de El Estudio de las Preguntas de los Alumnos, en 5. La necesidad matemática.

se expresan como razón de otros dos. A saber, los que hoy se denominan los números fraccionarios. Pero, hay una historia acumulada en esos símbolos: desde la palabra *fractionis*, del latín romper o quebrar, hasta la propia raya o segmento que separa los dos componentes. Esta comenzó siendo una f y los números se expresaban como a f b que luego se fue convirtiendo en un segmento inclinado a / b hasta llegar la clásica representación horizontal:

a

b

La matemática, entonces, se fue constituyendo solo de objetos cognitivos que **no hacían referencia a su origen, a su contexto**, dificultando la comprensión para aquel novel lector, el estudiante del sistema educativo. La última fórmula escrita:

$A = \pi \cdot (D / 2)^2$ no da cuenta de la construcción histórica. Pero se refiere a un resultado acumulado por distintos pueblos que lo utilizaron, lo buscaron, que formaba parte de su cultura.

02. la pregunta denota carencia de información. No recuerda o nunca operó con ese concepto;
03. también denota desconocimiento de la estructura matemática, lo sintáctico. Si bien la pregunta estaba bien formulada (dado que no se puede trabajar bien en matemática sino se conocen las definiciones) guardaba el no saber del *dónde, cómo* averiguar o saber;
04. cabe rescatar, simultáneamente, la actitud de preguntar: era relevante, valiosa. Tanto para él como para la clase, incluido el docente. Permitía saber que ese alumno había aceptado la propuesta docente y la utilizaba para aprender.

Otra pregunta similar:

“Un chico preguntó: “qué es el lenguaje analítico”.

En el texto había encontrado 1R, se le indicó que significaba 90°, que señalaba el valor numérico de un ángulo recto. Él había preguntado: ¿qué es 1R?, y se le dijo que estaba escrito en lenguaje analítico (686).

* Lo etimológico⁸¹ surge cuando un alumno realiza una consulta.

“Hubo un alumno que preguntó qué significa trigonometría.

El profesor repregunta: ¿Qué es gono? Viene de gonio, de ángulo. Se le indicó acerca de los estilos de cómo aprender y cómo enseñar, por ejemplo, buscando la etimología de la palabra. Finalmente, se señaló que la trigonometría trata o estudia el tema de las medidas de tres ángulos (y también los lados) de un triángulo” (682).

* Un tercer tipo de preguntas se pueden denominar conceptuales.

“Consulta: alumno está distendido, le explica al profesor, este no interpreta al alumno, realiza muchos gestos, la voz alta, pregunta al alumno.

El alumno preguntó la diferencia entre función y ecuación” (386).

* Una alumna, aunque no lo formula explícitamente, se dirige al cómo estudiar (713). La función no tenía un carácter particular, no se trataba de una rutina de aplicar fórmulas sino que era una experiencia general que requería un estudio en el nivel de dificultad de un alumno de 1° año de ingeniería.

⁸¹ Hay un autor argentino, profesor de matemática, que ha publicado un texto-diccionario, ya precitado, de nombres matemáticos y su origen etimológico.

Algunos alumnos plantean preguntas que señalan dificultades en la comprensión de un lenguaje y también en los pasajes entre ellos. En este grado de elaboración (avance) de la investigación se presenta una recopilación descriptiva.

Las preguntas son:

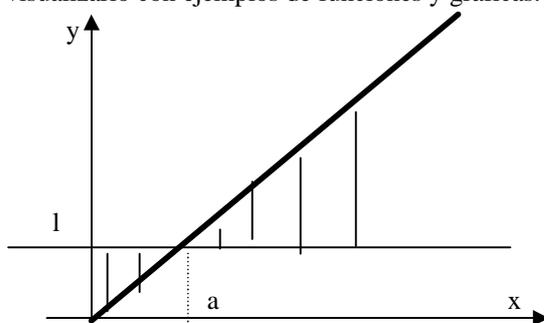
- * Dificultad en comprender lo analítico. Ejemplo $f(x)$, “f de x”. Seguro el alumno lo mencionó en varias clases desde hacía algunos años, pero *no sabía*, no lo comprendía (126).

“El grupo de cuatro (4) consulta, es la misma función y el profesor hizo lo mismo que con el chico anterior pero no pudieron responder, por lo tanto les contó más que al anterior pero quedaron reflexionando sobre el ejercicio.

El alumno estaba preocupado, “sufría”, con los valores de $f(x) + y -$, incluso creía que era su culpa. Se le explicó que había aprendido mal o no había aprendido. El ejercicio consultado era: Ejercicio N°1 del T.P. N° 2 LÍMITES (Anexo I)” (204).

El concepto de límite suele presentar dificultades a los alumnos. La cátedra plantea su estudio a partir de la utilización o presentación del tema en distintos lenguajes. Aparecen, surgen preguntas vinculadas a la comprensión de ese concepto.

“Este alumno (primer clase) pregunta y el profesor se sienta con él y le explica el concepto de límite y cómo visualizarlo con ejemplos de funciones y gráficas.



Se indicó la diferencia de ordenadas entre la $f(x)$ y el límite l para que el alumno observe gráficamente como disminuía cuando se consideraban valores de x cercanos a “ $x = a$ ”. Luego se indicaron dos ejemplos: uno cuando existe un “hueco” y otro cuando hay un “salto” en la $f(x)$ para $x = a$. Se señaló que puede existir el límite pero no la función y también que puede no haber límite. Se le señaló que eso era un contraejemplo”. (208).

Otro alumno preguntó: ¿cómo dibujo? (dificultad gráfica).

“El chico que fue el único que preguntó de este grupo ahora pregunta otra cosa y el profesor le dice: vamos a sentarnos solos, se van del grupo. El profesor escucha la consulta y le explica y sugiere cómo ver el ejercicio.

El ejercicio consultado era: ejercicio N°5 del T.P. N° 2 LÍMITES”. El alumno preguntó: “¿cómo dibujo? El profesor le hizo varios dibujos con cada una de las consignas a), b), c) y d) indicándole probabilidades. También le dijo: “la ingeniería es aproximada, no es exacta” (217).

Un alumno manifiesta un: ¿está bien?, respecto a un gráfico con su expresión analítica.

“Un alumno consulta (otros dos se acercan y aprovechan lo que el profesor dice).

El alumno preguntó si la pendiente de la recta $y = - (3/2) x - (5/2)$ está bien construida geoméricamente en su diagrama cartesiano” (377).

Una alumna consulta acerca de una consigna, qué indica esta cuando señala:

¿con qué la asociás?

“J. preguntó también sobre lenguaje y un chico de la otra mesa aprovecha la explicación.

Querían saber acerca de la consigna, ¿con qué la asociás? Se les mencionó algunos fenómenos de física que poseen un tratamiento matemático y también que a esos fenómenos con el lenguaje matemático los “van a ver” en la asignatura física” (690).

Una pregunta retórica. Un alumno había obtenido todos los elementos necesarios para el estudio de una función. Deseaba representarla gráficamente. Y preguntaba qué

significaba la representación. Se puede ver la pregunta como de síntesis. O corroborar si lo que hizo estaba bien.

“Uno de los chicos de la mesa B fue a consultar, hizo algo pero repitiendo su metodología de ‘probar con distintos números’ y el profe le reclamó que seguía haciendo lo mismo, el chico sonrió y el profe le dijo “es que yo no sé enseñarte”, el chico volvió a reír y luego hubo un ir y venir de preguntas y respuestas entre los dos.

El alumno intentaba estudiar la función: $3^x / x^2$ a partir de construir una tabla $f(x)$ vs x . El docente intentaba que superara esa etapa tradicional y concreta sugiriéndole que buscara cuáles eran las raíces y si tenía asíntotas. Que simultáneamente que obtenía esos datos los volcase en un gráfico para ir visualizando la función. Pero el alumno insistía en trabajar punto por punto como había aprendido en el nivel secundario” (838).

* Quedan dos grupos más de preguntas que ex profeso se dejaron para el final: preguntas particulares y preguntas singulares.

¿Qué se entiende por uno y otro?

Los dos términos suelen utilizarse indistintamente como sinónimos en literatura, en otras disciplinas y en el propio habla cotidiano. Incluso en referencias a la matemática y a su enseñanza. Pero en este trabajo se ha deseado discriminar esos dos términos para revelar dos conceptos que no son comunes. Se consulta el diccionario de la Real Academia Española que dice así: *Particular: propio, peculiar, privativo de una cosa. Singular: único, solo y sin par. Extraordinario, raro o excelente.* Sin embargo, antes cabe decir también que el mismo diccionario atribuye a ambos y a cada uno en una 2ª acepción, aquella con que se asigna al otro. Si analizamos las oposiciones, gramaticalmente los antónimos, **particular se opone a general** y **singular a plural**. Y estas últimas ideas se acercan a la búsqueda de caracterizar uno y otro nombre. Pero, algo los define en sentido estricto: particular está asociado a **pertenencia**. Cuando se dice algo particular acerca de una cosa se da a entender una pertenencia a un conjunto y a una regla. Se está generalizando. A diferencia de lo anterior singular señala algo **irrepetible**, personal.

¿Y cómo son las preguntas particulares de los alumnos?

Poseen un carácter puntual y se las concibe intuitivamente como elementos de un conjunto más general. Hay una suerte de búsqueda implícita de la regla que caracteriza al conjunto. En estas preguntas el alumno suele utilizar un adverbio: siempre, en “tono” de pregunta. Cuando se refiere a un paso de un algoritmo matemático, como la utilización de las primeras derivadas: y' , y'' .

“Un alumno del grupo de tres pregunta y el profesor explica lo más claro posible haciendo una serie de preguntas que debería hacerse el alumno.

El alumno pregunta: “¿siempre se usa la y' y la y'' ?” (242).

O también, si se refieren a la existencia de alguna característica: ¿puede haber función sin máximo ni mínimo?, ¿puede haber puntos de inflexión y no haber máximos o mínimos?

Otra pregunta y el profesor contesta en el pizarrón.

Otras preguntas fueron:

¿Puede haber funciones sin máximo o mínimo?

¿Puede haber puntos de inflexión y no haber máximo o mínimo? Se le indicó el ejemplo de la cúbica $y = x^3$ (246).

Otra manifestación similar ocurre cuando el alumno posee ya un hábito de cálculo y desea corroborar si se repite algún elemento: como el cálculo de “una ordenada al origen”

“Un chico pregunta y el profesor comenta: ‘Si empezamos a razonar es mejor de cualquier manera, no es una obligación, pueden quedarse sin hacerlo’. ‘Acá no se trabaja en forma exacta, la ingeniería trabaja con aproximaciones’”.

El alumno había realizado la siguiente pregunta: “Cuando uno está graficando una función, si quiere dar el valor exacto por donde pasa la gráfica, ¿se puede ver dónde corta al eje y?” (244).

O también cómo hallar máximos y mínimos.

“Un chico pregunta, ¿los máximos y mínimos se hallan siempre en la primer derivada?” (279).

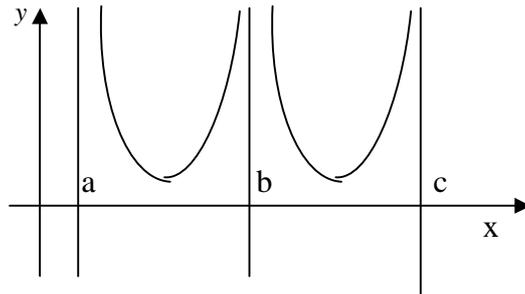
Otro grupo de preguntas se puede denominar singulares, cuando tratan acerca de la existencia de dos mínimos sin ningún máximo.

Un alumno pregunta: ¿pueden existir dos mínimos sin que exista un máximo?

El profesor sonrío y dice: “cuando me sonrío es porque me pongo nervioso”. Y comienza la explicación dibujando en el pizarrón.

Se indica que en una función puede haber tres asíntotas como $x=a$, $x=b$,

$x=c$ y la función tener dos mínimos y no haber ningún máximo (283).



Hay una inquietud de un alumno respecto a la utilización o aplicación de los polinomios de grado superior.

Otra consulta refiere a algunas rectas especiales: por ejemplo: pendiente infinita

“L vino y preguntó sobre rectas o una en particular donde $m=\infty$ (infinito), donde $x=\text{constante}$ y el “profe” le contestó lo que ella quería saber” (716).

La simetría en ciertas funciones:

“El chico que está sentado solo vino, habla muy despacio, se acercó bien al docente, preguntó sobre simetrías. Su carpeta es un completo ‘rayerío’” (717).

Un grupo pregunta el vínculo entre polinomio, binomio y monomio.

“A la mesa de Em se sumó F y los chicos automáticamente le consultan, en vez de recurrir al ‘profe’, bueno, luego de una charla F pregunta al profe sobre una duda en el grupo y se produjo un ir y venir entre los alumnos y el profe sobre terminologías ‘polinomios’, ‘mono’, ‘bi’, ‘trinomio’, ‘polinomio de un binomio’” (726).

Otra pregunta específica es la referida a la recta segmentaria. El alumno preguntó si no habría una abscisa al origen, dado que se habla de una ordenada al origen.

Otras inquietudes señalaban una reflexión. Dos alumnos consultaban indicando que entendían los algoritmos matemáticos pero no comprendían porqué. Es decir qué teoría sustentaba lo que hacían.

“Ez escribe, pero, por instantes mira hacia fuera y de golpe ha golpeado la mesa y fue a verlo al profe, fue como si hubiera descubierto algo, se dio cuenta que la parte mecánica de la consigna ya la ha alcanzado pero le dice al profe que le falta la parte teórica.

El alumno estaba resolviendo un ejercicio del texto de Análisis Matemático Tomo I de Celina Repetto. Pero no sabía porqué. Seguía los pasos de cálculos analíticos para las derivadas primera y segunda y luego la obtención de los puntos máximo y mínimo pero no sabía porqué debía ser cero la derivada 1ª ” (824).

“H fue a consultar, habla de querer saber todos los conceptos; que hizo todo para comprobar lo teórico, el ‘profe’ le habla de que debe haber equilibrio, porque cuando sea profesional no va ir siempre a buscar la teoría.

Se intentó indicarle que los ejercicios permiten construir la teoría. Que debía estudiar reflexionando acerca de los conceptos que ayudan a comprender porque se hacen determinados pasos en matemática” (825).

NOTAS de El Estudio de las Preguntas de los Alumnos

1. La pregunta como sugerencia

POLYA, G. *Cómo plantear y resolver problemas*

“Al tratar de ayudar al alumno en forma efectiva y natural, sin imponérsele, el maestro puede hacer la misma pregunta e indicar el mismo camino una y otra vez. Así, en innumerables problemas, tenemos que hacer la pregunta: *¿cuál es la incógnita?* Podemos cambiar el vocabulario y hacer la misma pregunta en diferentes formas: *¿qué se requiere?*; *¿qué quiere usted determinar?*, *¿qué se le pide a usted que encuentre?* El propósito de estas preguntas es concentrar la atención del alumno sobre la incógnita. A veces se obtiene el mismo resultado de modo más natural sugiriendo: *mire atentamente la incógnita*. Preguntas y sugerencias tienen el mismo fin; tienden a provocar la misma operación intelectual”.

Ontológico: perteneciente o relativo a la parte de la metafísica, que trata del ser en general y de sus propiedades esenciales.

2. La pregunta como característica de un problema

PALACIOS, A. y otros. *Léxico Matemático Fundamental. El niño, las palabras, el aprendizaje*.

“Encarar el problema significa enfrentarse a él, analizarlo y buscar la manera de eliminarlo. Esta actitud intelectual se resume en la **pregunta** (...) Pregunta es un sustantivo derivado del verbo ‘preguntar’ que, a su vez, proviene del latín percuncto, formado por **per** (a través de) y **cunctus** (todo), es decir ‘explorarlo’, ‘todo’, ‘inquirir’, ‘indagar’, ‘investigar’”.

3. La recuperación de la pregunta del alumno

PERKINS, D. en LITWIN, E. *Curso de Propuesta Didáctica para la Enseñanza en la Universidad*.

“La Buena Pregunta la hace el alumno, la tiene que reconocer el docente y este le tiene que dar el marco de la Buena Pregunta en el contexto de la disciplina. O sea no es un problema aislado, porque el alumno puede hacer una Buena Pregunta y el docente *seguir de largo*, contestada o no, pero no transformada en Buena Pregunta como cuando se le muestra centralmente el problema en cuestión. Es decir, el alumno puede no tener claro que está *apuntando al centro de la clase*, entonces el docente la transforma en Buena Pregunta.

4. El objeto cognitivo matemático

KLIMOVSKY, G. *Las desventuras del conocimiento científico*.

“...el discurso matemático es, en último término, algo similar a un cálculo: está compuesto por signos para los cuales hay reglas de manipulación y de construcción de expresiones, pero tanto en los signos como en las expresiones *el componente semántico se halla ausente*. Como dicen los lingüistas, estaríamos ante un fenómeno puramente sintáctico. Para emplear la terminología de lógicos como Peirce y Morris, se reserva la palabra “sintaxis” para todo aquello que involucre signos y sus combinaciones, y la palabra “semántica” para el caso en que se contemple el significado y la referencia dirigida hacia entidades externas al lenguaje”.

5. La necesidad matemática

Un segundo ejemplo: el cálculo de la longitud de la circunferencia de una rueda de carro llevó al vínculo de aquella -la longitud- con el diámetro. Pero cuando se hubo encontrado la fórmula $L = \pi \cdot D$, otras culturas la utilizaron, por ejemplo, para calcular el área, por cuadratura del círculo. Por sucesivas particiones del círculo se puede llegar a infinitos sectores que conforman un rectángulo cuyos lados son la mitad de la longitud de la circunferencia y la mitad del diámetro.

El producto de esos segmentos resulta ser el área del círculo:

$$A = \pi \cdot (D / 2) \cdot (D / 2) = \pi \cdot (D / 2)^2$$

$$\pi \cdot D / 2$$

D / 2



Anexo

ANEXO I - TRABAJO PRÁCTICO N° 2

LÍMITES

PARTE A: CONCEPTO de LÍMITE, Lenguajes gráfico, coloquial y analítico

1-

a) Dibuja la gráfica de una función $f(x)$ tal que:

$$f(x) = \begin{cases} f(x) < 0 & \text{si } x < 2 \\ f(x) > 0 & \text{si } x > 2 \\ \text{existe } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \end{cases}$$

b) Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$;

c) Justifica tu respuesta

2-a) Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} x^2$

b) A partir de un valor de x se verifica que $|f(x) - L| < 1$. Interpreta gráfica y analíticamente.

3- Aplica propiedades de límites y calcula $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ de las siguientes $f(x)$:

a) $x^2 - 2x + 3$; b) $(x - 3)^{-1}$; c) $(x - 3)^{x-1}$; d) $(x - 3)^{1/2}$

4-a) Calcula el valor de la función $f(x) = (x + 1) / x$, para $x = 100; 1000; 10000$.

b) Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ para $x \rightarrow \infty$

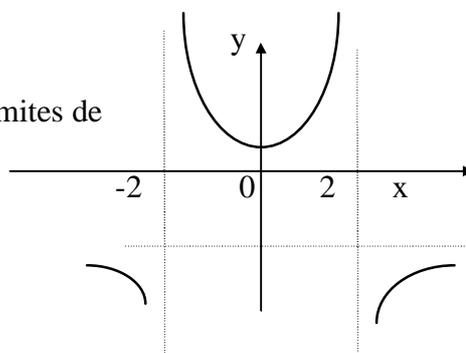
c) Verifica a partir de que valor de x se cumple $|f(x) - L| < 0,01$

5-a) Dibuja la gráfica de una función $f(x)$ tal que verifique las siguientes cuatro condiciones:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \infty \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4$$

6- Dada la gráfica de la función $f(x)$, calcula los sgtes. límites de $f(x)$ cuando x tiende a :

a) $-\infty$; b) -2 ; c) 0 ; d) 2 ; e) ∞



7- Calcular los límites para x tendiendo a $+\infty$ y $-\infty$ respectivamente. Observa que ocurre con las funciones para valores de x muy positivos y muy negativos.

a) $x^3 - x^2$; b) $(x + 5)^{1/2}$; c) x^{-1} ; d) 2^x

PARTE B: CÁLCULO de LÍMITES

1- Calcular los siguientes límites para x “tendiendo a ∞ ” de las siguientes funciones:

$$\frac{3x^7 + 8x^3 - 2}{2x^2 - 6x + 1} ; \quad \frac{4x^3 + 6x^2 - 2x + 18}{2x^2 - 3x + 1} ; \quad \frac{8x^3 - 9x^2 + 3x - 1}{3x^4 + x^3 + x^2 + x + 15} ; \quad \frac{-2x^2 + 3x + 6}{x^2 - 9x + 8}$$

$$\frac{(x^2 - 1)^2 \cdot (4x^3 - 1)}{(3x^4 - 1) \cdot (2x^3 - 7)}$$

2- Calcular los siguientes límites para x “tendiendo a un valor finito” de las siguientes funciones:

$$\frac{x^2 - 1}{(x + 6)^{1/2} - (9 + 2x)^{1/2}} \xrightarrow{x \rightarrow -3} ; \quad \frac{(2x + 6)^{1/2}}{x^3 - x^2 - 4x + 4} \xrightarrow{x \rightarrow 1}$$

$$(x^2 - 2x - 3) \cdot \frac{(x + 3)^{1/4}}{(x - 3)^{1/4}} \xrightarrow{x \rightarrow 3} ; \quad \frac{x}{(x - 3)^2} - \frac{1}{(x^4 - 81)^{1/2}} \xrightarrow{x \rightarrow 3}$$

$$(x^2 - 1) \cdot \frac{(x^2)^{1/3}}{(x^4 - 1)^{1/3}} \xrightarrow{x \rightarrow 1}$$

PARTE C: APLICACIÓN de LÍMITES, Asíntotas y Continuidad

1- Hallar el dominio y las asíntotas de las siguientes funciones:

$$\frac{2x^2 - x}{x^2 - 1} ; \quad \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 4} ; \quad \frac{2x - 1}{x^2 - 4} ; \quad (x^2 - 3x - 2)^{1/2}$$

2- Analizar en las siguientes funciones la existencia de discontinuidad:

$\text{sen } x$; $-4/x$; $x^2 - 2x + 3$; $4/(x^2 - 4)$

ANEXO II - TRABAJO PRÁCTICO N° 3

DERIVADAS

PARTE A: APLICACIÓN DE LA DEFINICIÓN

1- Calcular las siguientes derivadas por definición:

$$y = -4x^2 ; y = (x + 2)^{1/2} ; y = \cos x$$

$$y = (x)^{1/3} ; y = 8/x^3 ; y = \operatorname{tg} x$$

PARTE B: Reglas de Derivadas

2- Aplicando las reglas de derivación, calcular las derivadas de las siguientes funciones:

$$5x - 2x ; \frac{x-5}{x} ; (5x+1) \cdot (2x-1) ; \frac{(x+2)}{x-1}$$

$$\operatorname{sen}(5x + 3x) ; \cos(3x - \ln 5x) ; \sec 3x ; \frac{e^x + e^x}{e^x}$$

$$\operatorname{arcsen} x \cdot (\operatorname{arctg} x) ; \operatorname{sen} \left\{ \ln(x^3 - 2)^{1/2} \right\}$$

3- Derivar las funciones $y = f(x)$ definidas implícitamente:

$$2x - 3xy + y^2 = 5 ; x - xy + y ; \ln \operatorname{sen}(x + 2) = (2x + 5)$$

PARTE C: Derivadas sucesivas, func. inversa, deriv. paramétricas, diferencial

4- Hallar la 2ª y 3ª derivada de las funciones del ejercicio nº1.

5- Sea $f(x)$ una función biyectiva y $h(x)$ su función inversa, dados los siguientes valores:

$$f(1)=-4; f(0)=9; h(6)=10; h'(-4)=2; h'(6)=4; f'(0)=3$$

hallar $f'(1)$; $f'(10)$; $h'(9)$

6- Hallar $y'(x)$; $y''(x)$ de las siguientes funciones definidas paramétricamente:

$$6.1) x = \operatorname{arcsen} t ; y = t$$

$$6.2) x = 3 \operatorname{sen} 2t ; y = t + 5$$

7- Calcular la diferencial de la función: $f(x) = x + 3x$, para $x=1, \Delta x=0,2$

8- Calcular la diferencial de la función $u, u = a \cos 2t$

9- Representar $y = x$, y su diferencial para: a) $x=1, \Delta x=1/2$; b) $x=1, \Delta x=-1/2$

ANEXO III - *Tabla de Derivadas*

FUNCIONES

1- $D(x^n) = n \cdot x^{n-1}$ siendo "n" una constante, que puede tomar valores naturales, negativos o fraccionario.

2- $D(\sin x) = \cos x$

3- $D(\cos x) = -\sin x$

4- $D(\operatorname{tg} x) = \sec^2 x$

5- $D(\log_b x) = (\log_b e) \cdot (1/x)$ siendo "b" una constante

6- $D(\ln x) = (1/x)$

7- $D(a^x) = (\ln a) \cdot a^x$ siendo "a" una constante

8- $D(e^x) = e^x$

OPERACIONES

Las letras u , v , w indican funciones igual que como suele hacerlo la letra y. Además todas son funciones de x.

9- $D(u + v + w) = u' + v' + w'$ (suma o resta)

10- $D(u \cdot v) = u' \cdot v + v' \cdot u$ (producto)

11- $D(K \cdot u) = K \cdot u'$ (es un caso particular del ítem 10 donde una de las funciones es una constante)

12- $D(u/v) = (u' \cdot v - v' \cdot u) / v^2$ (cociente)

Función de función

13- $D\{f[w \{v(x)\}]\} = f'[w \{v(x)\}] \cdot w' \{v(x)\} \cdot v'(x)$

ANEXO IV - ARCHIVOS

“El profesor está sentado en su escritorio y comenta que dentro de 10` se realiza un alto para resolver los ejercicios” (125).

“11:00 - El profesor se para y da una práctica y una copia sobre la evaluación.

11:20 - Entramos, el profesor ya estaba hablando sobre la evaluación con los pocos alumnos (14) que quedaban.

Sigue la clase, algunos chicos siguen leyendo sobre la evaluación.

Un chico lee en voz alta sobre dicho tema para los componentes de su grupo, los demás lo escuchan atentamente. También llama la atención del resto del curso.

11:25 - De a poco llegan los alumnos del recreo.

Aparentemente todos están enganchados leyendo sobre la evaluación.

11:30 - El profesor interrumpe y pide la opinión de los alumnos, una chica pregunta: ¿cuál es el objetivo y cómo se controla la evaluación? La propuesta es que dos o tres armen un parcial.

La segunda etapa es de análisis, socializar la información.

La idea es que se planteen problemas concretos, sociales, económicos, etc.

El profesor dice: “Nosotros tenemos que aprender a opinar”.

Como tercer paso se pone la nota.

11:40- Terminó la clase”. (183–194).

“Este alumno (primera clase) pregunta y el profesor se sienta con él y le explica el concepto de límite y como visualizarlo con ejemplos de funciones y gráficas” (208).

“Un chico pregunta cómo se hace para saber el máximo y el mínimo, el profesor transfiere la pregunta al resto de los alumnos. Otro chico contesta y el profesor le pregunta al anterior si entendió, este contesta ‘más o menos’ Entonces el profesor le dice ‘No entendiste nada eso es un bolazo, lo del más o menos, no entendiste’. Entonces le explica él” (245).

El mismo alumno sigue preguntando, el profesor contesta y dice: “quien más quiere preguntar algo”.

Nadie pregunta entonces va al pizarrón, lo borra, y se dispone a dar algunas consignas.

El mismo alumno pregunta de nuevo y el profesor vuelve al pizarrón para contestar la pregunta.

Profesor: “vieron que preguntas como esas ayudan a que diga un montón de cosas, es lo que estuvimos tratando de hacer durante dos meses”. “Las preguntas sirven para aprender, no para saber si saben o no”.

El alumno que estaba solo es la segunda vez que se va afuera.

9:10 - Llega un alumno.

El profesor: “si siguen preguntando la clase sigue bárbaro, el que pregunta es porque entiende y entonces le sirve para ajustar algunas cosas de paso ayuda a los demás. Esta es la forma de estudiar”. “El que no pregunta es porque no sabe ni por donde empezar” (250-256).

“El profesor arma la clase con las dudas que cada grupo consultó.
Hay teatro y mucho humor.
El grupo está muy atento a la clase.
El profesor pone énfasis en que miren las cosas de otra manera, les comenta que van a reunir los conocimientos.
Les dice hacia donde van y que pretende él con las clases.
El profesor contextualiza, se ve a sí mismo, se AUTOPREGUNTA, trata de ponerse en el lugar del alumno.
El profesor se enamora un poco del pizarrón.
Los Alumnos comienzan a fruncir las cejas, algunos no captan nada, miran para afuera, y la mayoría está observando el pizarrón.
El Profesor pregunta: ¿hablo solo o me entienden?
GRUPOS: ¡no nada!
El profesor borra todo y empieza de vuelta la explicación.
El profesor juega y trabaja con varios gráficos y usa muchos colores.
El profesor trata que el curso participe.
Observo por las caras que no todos los grupos comprenden.
El profesor pregunta: ¿alguien quiere realizar alguna pregunta?
Hay caras de susto, muchas dudas. Nadie realiza ninguna consulta.
El profesor está contento y se autocritica. Hace una AUTOEVALUACIÓN
Los grupos avanzaron muy heterogéneamente. Finaliza la clase (480-497).

“F. es el único que no tiene libro, salió un buen rato y volvió, ahora está delante del pizarrón leyendo la consigna con el doc. Y va a desarrollar el tema sin libro” (684).

“J. preguntó también sobre lenguaje y un chico de la otra mesa aprovecha la explicación.

Querían saber acerca de la consigna. ¿Con qué la asociás? Se le mencionó algunos fenómenos de física que poseen un tratamiento matemático y también que esos fenómenos con el lenguaje matemático lo `van a ver` en la asignatura de física” (690).

“F. volvió solo y sacó el libro de A. Y se lo llevó a su mesa” (694).

“L vino y preguntó sobre rectas o una en particular donde $m = \infty$, donde $X = cte.$, y el profe le contestó lo que ella quería saber” (716).

“El chico que está sentado solo vino, habla muy despacio, se acercó bien al docente, preguntó sobre “simetrías”. Su carpeta es un completo ‘rayerío’” (717).

BIBLIOGRAFÍA

- CARR, W. *Una teoría para la educación. Hacia una investigación educativa crítica*. Madrid. Morata / PAIDEIA. (1996). (Versión original en Inglés, 1995). 173 p.
- CARR, W. y KEMMIS, S. *Teoría Crítica de la Enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado*. Barcelona. Martínez Roca. (1988). (Ed. Ingl.1986). 245 p.
- CARR, W. *Hacia una Ciencia Crítica de la Educación*. Barcelona. Laertes. (1990). 160 p.
- CELMAN, S. en/ CAMILLONI, A., LITWIN, E., MATE, M. y otros. *La Evaluación d/ los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*. Buenos Aires. Paidós (1998). 176 p.
- CLARK, B. *El sistema de educación superior*. México. Nueva Imagen-Universidad Futura-UAM. (1991).
- DATRI, E. *Geometría y realidad física. De Euclides a Rieman*. Buenos Aires. EUDEBA-EDUCO. (1998).
- ELLIOT, J. *La investigación-acción en educación*. Madrid. MORATA. (1994) (1ª Edición, 1990). 334 p.
- ELLIOT, J. *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid. MORATA. (1996). (1ª Edición 1993). 190 p.
- FOUCAULT, M. *Las palabras y las cosas*. Madrid. Siglo XXI. (1997). (1ª Edición Francés, 1966). (1ª Edición Castellano 1968). 25ª Ed. 375 p.
- FRIGERIO, G. POGGI, M. y TIRAMONTI, G. *Las instituciones educativas. Cara y Seca. Elementos para su comprensión*. Buenos Aires. TROQUEL. Serie FLACSO-Acción. (1992).
- GARDNER, H. en LITWIN, E. *Curso de Propuesta Didáctica para la Enseñanza en la Universidad*. Eldorado. Fac.Cs.Forestales. UNAM. (1993).
- KLIMOVSKY, G. *Las desventuras del conocimiento científico. Una introducción a la epistemología*. Buenos Aires. AZ Editora. 2ª Ed. (1995). 418 p.
- LANGFORD, G. e/ CARR, W. (Compilador). *Calidad de la enseñanza e investigación-acción*. Sevilla. Editorial Diada. (1993). 177 p.
- PALACIOS, A. y otros. *Léxico Matemático Fundamental. El niño, las palabras, el aprendizaje*. Buenos Aires. Ediciones La Obra. (1989). 59 p.

- PERKINS, D. *La escuela inteligente: del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. Barcelona. Gedisa. (1ª Edición Castellano 1995). (Ed. Ingl. 1992). 262 p.
- PERKINS, D. en LITWIN, E. *Curso de Propuesta Didáctica para la Enseñanza en la Universidad*. Eldorado. Fac.Cs.Forestales. UNaM. (1993).
- POLYA, G. *Como plantear y resolver problemas*. México. TRILLAS. (1990). (1ª Edición Castellano 1965). (1ªEd. Ingl. 1944). 215 p.
- PROUST, M. *En busca del tiempo perdido. Por la Parte de Swann*. Barcelona. Editorial Lumen. Volumen I. (Trad.1999). 457 p.
- REY PASTOR, J. Pi Calleja, Pedro y Trejo, César. *Análisis Matemático Volumen I*. Buenos Aires. Ed.Kapelusz. (1952). 836 p.
- SACRISTÁN, J.G.; PÉREZ GÓMEZ, A. I. *Comprender y Transformar la enseñanza*. Madrid. Morata. (1998). (1ª Ed. 1992). (Bibliografía 430-411). 445 p.
- STENHOUSE, L. *La investigación como base de la enseñanza*. Madrid. Morata. (2ª Editorial 1993). (1ªEd. Inglés.1985). 183 p.
- TAYLOR, S.J. y BOGDAN, R. *Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados*. Barcelona. Paidós. (1992). (1ª Edición Inglés 1984). 342 p.
- VYGOTSKY, L. *Pensamiento y Lenguaje. Comentarios Críticos de Jean Piaget*. Buenos Aires. Editorial Fausto. (1995). 219 p.