

PROBLEMAS DE ELECTROMAGNETISMO Y ÓPTICA

Física II: Ingeniería Química, Ingeniería en
Alimentos y Licenciatura en Análisis Químicos y
Bromatológicos

Norah Giacosa
Jorge Maidana
Ramiro Galeano
Silvia Beck
Juan Zarza
Pamela Cuenca
Romina Coniglio
Vania Ilchuk
Walter von der Heyde

Colección: Cuadernos de Cátedra



Facultad de Ciencias Exactas,
Químicas y Naturales

Problemas de electromagnetismo y óptica: Física II: Ingeniería Química, Ingeniería en Alimentos y Licenciatura en Análisis Químicos y Bromatológicos / Norah Silvana Giacosa ... [et al.]. - 1a edición para el alumno - Posadas : Universidad Nacional de Misiones, 2024.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-950-766-233-1

1. Física. 2. Educación Universitaria. 3. Electromagnetismo. I. Giacosa, Norah Silvana
CDD 530.141

ÍNDICE

PRÓLOGO	5
CAPÍTULO 1: INTERACCIÓN ELÉCTRICA	
Introducción Teórica	7
Problemas Propuestos	10
Selección Problemas Resueltos	17
Revisión	26
CAPÍTULO 2: INTERACCIÓN MAGNÉTICA	
Introducción Teórica	31
Problemas Propuestos	34
Selección Problemas Resueltos	43
Revisión	55
CAPÍTULO 3: CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS ESTÁTICOS	
Introducción Teórica	59
Problemas Propuestos	62
Selección Problemas Resueltos	70
Revisión	81
CAPÍTULO 4: CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO	
Introducción Teórica	85
Problemas Propuestos	88
Selección Problemas Resueltos	94
Revisión	105
CAPÍTULO 5: ÓPTICA GEOMÉTRICA	
Introducción Teórica	109
Problemas Propuestos	114
Selección Problemas Resueltos	123
Revisión	139
CAPÍTULO 6: ÓPTICA FÍSICA	
Introducción Teórica	143
Problemas Propuestos	145
Selección Problemas Resueltos	149
Revisión	154

CAPÍTULO 7: AUTOEVALUACIONES	
Autoevaluación I: Interacción Eléctrica y Magnética - Ejercitación	157
Autoevaluación II: Campos electromagnéticos estáticos y dependientes del tiempo - Ejercitación	160
Autoevaluación III: Óptica Geométrica y Física - Ejercitación	162
Autoevaluación I: Interacción Eléctrica y Magnética - Corrección	164
Autoevaluación II: Campos electromagnéticos estáticos y dependientes del tiempo - Corrección	167
Autoevaluación III: Óptica Geométrica y Física - Corrección	169
CAPÍTULO 8: PROBLEMAS ADICIONALES	171
Bibliografía	189

PRÓLOGO

Presentamos un conjunto de problemas de Electromagnetismo y Óptica, especialmente seleccionados para la enseñanza de la asignatura denominada *Física II*, espacio curricular cuatrimestral obligatorio, del segundo año de las carreras de Ingeniería Química, Ingeniería en Alimentos y Licenciatura en Análisis Químicos y Bromatológicos que se desarrollan en la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales dependiente de la Universidad Nacional de Misiones. Los problemas han sido tomados/adaptados de los libros universitarios usualmente recomendados para su enseñanza; y de exámenes parciales y/o finales elaborados por los docentes de la cátedra.

Esta obra se organizó en ocho capítulos titulados: Interacción Eléctrica, Interacción Magnética, Campos Electromagnéticos Estáticos, Campos Electromagnéticos Dependientes del Tiempo, Óptica Geométrica, Óptica Física, Autoevaluación y Problemas adicionales.

Los seis primeros capítulos tienen una estructura semejante; en cada uno de ellos se presenta una concisa introducción teórica, una guía de problemas propuestos, una selección de problemas resueltos –tomados de la guía citada y reconocibles porque su numeración está subrayada– y una breve revisión, a modo de recapitulación, de nuevos problemas resueltos.

En el Capítulo 7, titulado Autoevaluación, se proponen tres instrumentos de evaluación de múltiples opciones -organizados en bloques temáticos semejantes- para “ejercitarse”. Seguidamente se muestran las respuestas esperadas, con el propósito de servir como instrumento de “corrección”.

Se cierra la obra con una colección de problemas denominados “adicionales” agrupados según los títulos de los primeros seis capítulos.

El número total de problemas propuestos en las seis guías es 297; de ellos se muestran 56 resueltos. Asimismo, los problemas de revisión resueltos totalizan 20. Las autoevaluaciones contienen 25 problemas. Finalmente; los problemas adicionales suman 113.

Esperamos que los 455 problemas elegidos en esta ocasión respondan al título seleccionado y a las expectativas que puedan generar en los posibles lectores, nuestros alumnos.

Los autores
Marzo 2024

CAPÍTULO 1: INTERACCIÓN ELÉCTRICA

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Ley de Coulomb			
$\vec{F} = k_e \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{\mu}_r$	$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$	$k_e = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

Partículas Elementales			
Partícula	Símbolo	Masa (kg)	Carga (C)
Protón	p	$1,67 \cdot 10^{-27}$	$+ 1,6 \cdot 10^{-19}$
Electrón	e	$9,11 \cdot 10^{-31}$	$- 1,6 \cdot 10^{-19}$
Neutrón	n	$1,67 \cdot 10^{-27}$	0

Campo Eléctrico	
$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$	$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \vec{\mu}_r$

Superposición de Campos Eléctricos	
$E_x = \sum_{i=1}^n E_{xi}$ $E_y = \sum_{i=1}^n E_{yi}$ $E_T = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$ $\theta = \arctg \frac{E_y}{E_x}$	

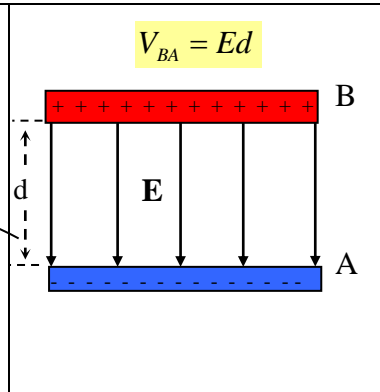
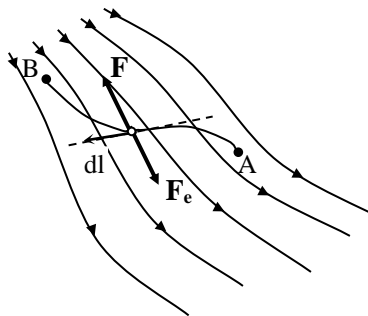
Diferencia de potencial

$$V_{BA} = V_B - V_A = W_{AB} / q_0$$

$$W_{AB} = \int_A^B F dl \quad \text{y} \quad F = -F_e = -q_0 E$$

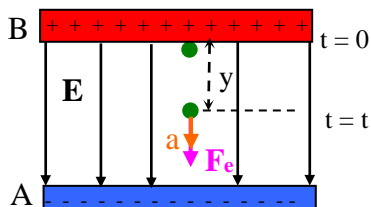
$$W_{AB} = - \int_A^B q_0 E dl = -q_0 \int_A^B E dl$$

$$V_{BA} = V_B - V_A = - \int_A^B E dl$$



Movimiento de partículas cargadas en campo eléctrico

a) Paralela al campo (con $v_0=0$, $q = +q$)



MRUA

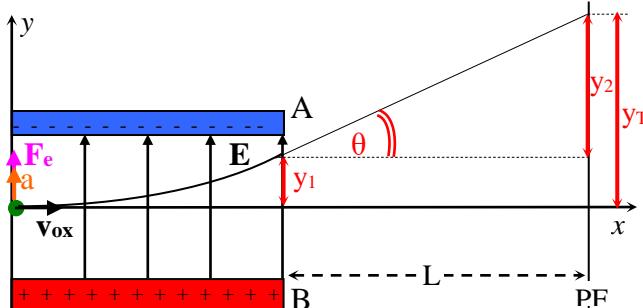
$$a = \frac{qE}{m}$$

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_f = v_0 + a t \Rightarrow v_f = a t$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2 a y \Rightarrow v_f^2 = 2 a y$$

b) Perpendicular al campo (con $q = +q$)



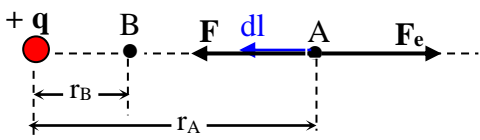
Eje x: MRU, Eje y: MRUA con $v_{oy} = 0$

$$y_1 = \frac{qEx^2}{2mv_x^2}; \quad \frac{dy_1}{dx} = \frac{qEx}{mv_x^2} = \text{tg } \theta;$$

$$\text{tg } \theta = \frac{y_2}{L}; \quad y_T = y_1 + y_2$$

Potencial debido a carga punto

$$V_B - V_A = k_e q \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

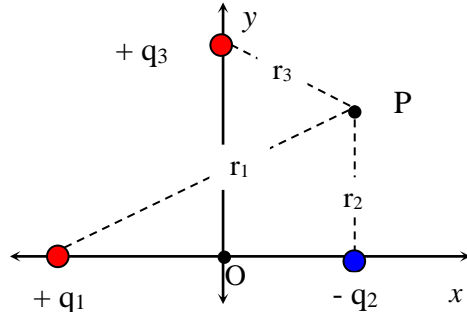


Si $A \rightarrow \infty \Rightarrow 1/r_A \rightarrow 0 \Rightarrow V_B - V_A = V_B$

$$V = k_e \frac{q}{r}$$

Superposición de potenciales

$$V_P = k_e \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$



Suma algebraica $\Rightarrow V_P = k_e \left(\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$

Energía Potencial: $E_p = q.V$

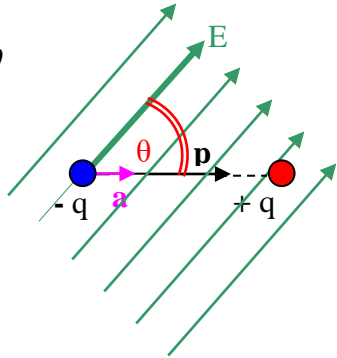
Dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo

Energía potencial

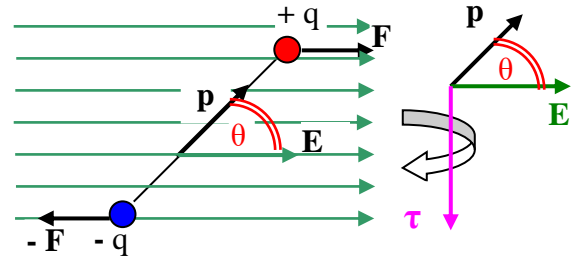
$$\vec{p} = q \cdot \vec{a}$$

$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$E_p = -|p| |E| \cos \theta$$



Torque del campo eléctrico



$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \Rightarrow |\tau| = |p| |E| \sin \theta$$

INTERACCIÓN ELÉCTRICA

PROBLEMAS PROPUESTOS

1: Dos esferas conductoras idénticas se colocan con sus centros separados por una distancia de 0,5 m. A una de ellas se le imparte una carga de $+1,2 \cdot 10^{-8}$ C y a la otra una carga de $-1,8 \cdot 10^{-18}$ C. **(a)** Determine la fuerza electrostática que una esfera ejerce sobre la otra **(b)** Se conectan las esferas por medio de un alambre conductor. Calcule la fuerza electrostática una vez que se ha establecido el equilibrio. (*Recuerde que esto último se logra una vez que la carga neta q_1+q_2 se distribuye igualmente*)

Rta: a) $7,78 \cdot 10^{-16}$ N (de atracción); b) $1,3 \cdot 10^{-6}$ N (de repulsión)

2: A un trozo de aluminio de 25 g que en un principio era eléctricamente neutro se le imparte una carga de $+2,4 \cdot 10^{-13}$ C. **(a)** ¿Cuántos electrones se le quitaron al aluminio en el proceso de carga? **(b)** ¿Qué porcentaje de electrones intervinieron en el proceso de carga? (*Recuerde que la carga fundamental es $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; el número másico del aluminio es 26,98 y su número atómico es 13*)

3: Se envía una partícula alfa (carga = $+2e$) a gran velocidad contra un núcleo de oro (carga = $+79e$); ¿Cuál es la fuerza eléctrica que actúa sobre la partícula alfa cuando la misma está a una distancia de $3 \cdot 10^{-14}$ m del núcleo? (*Recuerde que e es la carga fundamental del electrón es $|qe| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C*).

Rta: 40,45 N

4: El núcleo de ${}^8\text{Be}$, que se compone de cuatro protones y cuatro neutrones, es muy inestable y se desintegra espontáneamente en dos partículas alfa (núcleos de helio, cada uno compuesto por dos protones y dos neutrones) **(a)** ¿Cuál es la fuerza de interacción eléctrica entre las partículas alfa cuando están separadas una distancia de $3 \cdot 10^{-15}$ m? **(b)** ¿Cuál es la magnitud de la aceleración de cada partícula alfa en virtud de esa fuerza? (*Recuerde que $m_\alpha = 4 \text{ uma}$; $1 \text{ uma} = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg*).

5: Calcular la fuerza eléctrica de interacción entre el núcleo de un átomo de helio y otro de neón situados en el vacío y separados una distancia de 10^{-9} m, siendo que sus cargas eléctricas son, respectivamente, dos y diez veces la carga fundamental. (*La carga fundamental del electrón es $|qe| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C*).

Rta: $4,61 \cdot 10^{-9}$ N (de repulsión)

6: Una carga de $+2,2 \cdot 10^{-9}$ C está sobre el eje x , en $x_1 = -1,5$ m y otra carga de $+5,4 \cdot 10^{-9}$ C está sobre el eje x en $x_2 = 2$ m. Calcule la fuerza neta sobre una carga positiva de $+3 \cdot 10^{-9}$ C situada en el origen.

7: Entre dos cargas q_1 y q_2 iguales y del mismo signo ubicadas en $P_1(0;0)$ y $P_2(0,5;0)$ respectivamente, se coloca una tercera carga q_3 en $P_3(0,2;0)$ idéntica a las anteriores. Si las distancias están dadas en metros y la carga de cada una de ellas es de $50 \mu\text{C}$; hallar: **(a)** la fuerza que ejercen q_1 y q_3 sobre q_2 y **(b)** la fuerza que ejercen las cargas situadas en los extremos sobre la que está entre medio.

Rta: a) 340N; b) 312,5 N

8: Se disponen tres cargas como se muestra en la Fig.1. Determine la magnitud y dirección de la fuerza electrostática sobre la carga que está en el origen.

9: Calcular la fuerza de interacción eléctrica resultante sobre la carga q_3 de la Fig.2 si los valores de las cargas son: $q_1 = + 2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$; $q_2 = -7 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ y $q_3 = + 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$.

Rta: $1,77 \cdot 10^{-4} \text{ N}$; $63,14^\circ$

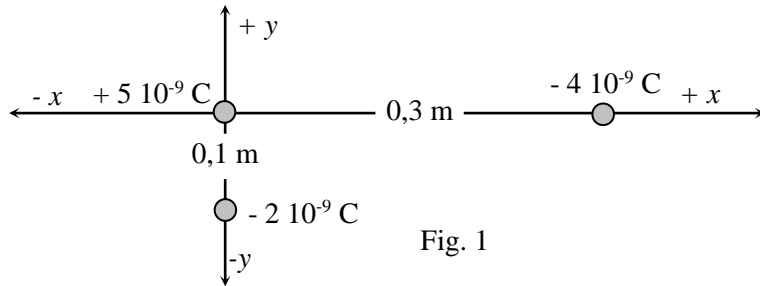


Fig. 1

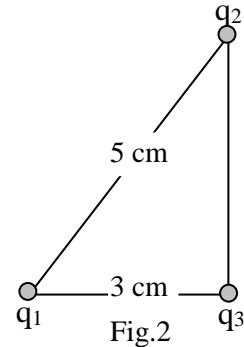


Fig.2

10: Dos esferas metálicas pequeñas, cada una con una masa de 0,3 g, están suspendidas como péndulos por medio de cuerdas ligeras, de un punto común, como muestra la Fig.3. A las esferas se les imparte la misma carga eléctrica y se encuentra que las dos alcanzan el equilibrio cuando cada cuerda, de 30 cm de longitud, forma un ángulo de 45° con la vertical. ¿Cuál es la magnitud de la carga de cada esfera?

11: Una esferita de corcho está suspendida por encima de otra que reposa sobre una mesa, con una distancia de separación igual a 0,5 m como muestra la Fig. 4. La inferior tiene una carga de $+ 2 \text{ pC}$ y una masa de $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$. ¿Cuál debe ser la carga de la esferita superior para que venciendo la fuerza peso de la inferior logre elevarla? (Recuerde que $1 \text{ pC} = 10^{-12} \text{ C}$)

Rta: negativa y en valor absoluto mayor a 34 mC

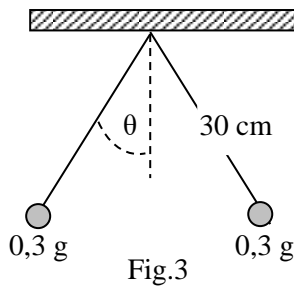
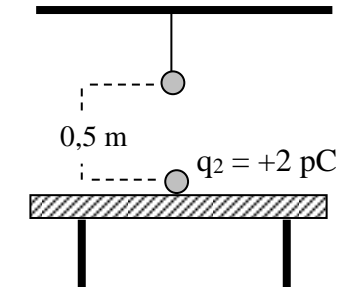


Fig.3

Fig. 4



12: Una esfera no conductora con una carga q , cuelga de un hilo de longitud l dentro de un campo eléctrico \mathbf{E} como muestra la Fig. 5. (a) ¿Cuál es el signo de la carga q ? (b) Calcule la masa de la esferita si el ángulo entre la vertical y el hilo es θ .

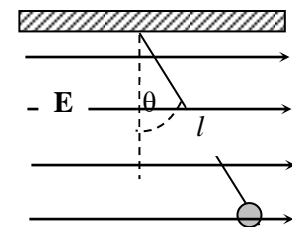


Fig.5

13: Dos esferas pequeñas, cada una con un peso de 5 dyn, se suspenden mediante hilos de seda de 5 cm de longitud desde un punto común. Cuando se suministra a las esferas una carga igual de carga negativa, cada hilo forma un ángulo de 30° con la vertical. Determinar el valor de las cargas.

Rta: $- 2,83 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

14: Dos partículas de igual masa m , están suspendidas por cuerdas de longitud l de puntos separados, una distancia d como se muestra en la Fig. 6. Calcule la magnitud de cada carga si la distancia horizontal que separa las partículas es r .

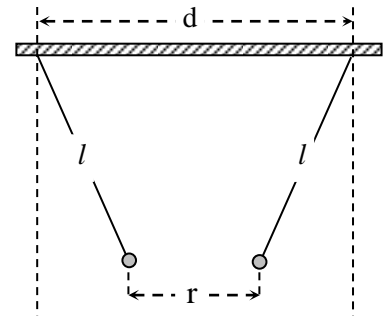


Fig.6

15: Hallar la relación entre la fuerza de interacción eléctrica y la fuerza de interacción gravitacional (F_e/F_g) y comparar el orden de magnitud entre: (a) dos electrones, (b) dos protones y (c) un protón y un electrón. (Recuerde que $F_g = \delta m_1 m_2 / r^2$; donde $\delta = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ en el sistema MKSC y en el vacío)

Rta: a) $4,16^{42}$; b) $1,24 \cdot 10^{36}$; c) $2,27 \cdot 10^{39}$

16: En un átomo de hidrógeno el electrón gira en un órbita cuyo radio es aproximadamente $5,1 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. ¿Cuáles son la magnitud y dirección del campo eléctrico que un protón establece en la posición del electrón?

17: ¿Cuál es la intensidad del campo que existe entre una carga de $+20 \mu\text{C}$ y una carga de $-5 \mu\text{C}$ en el punto medio, si están separadas 50 cm ?

Rta: $3,6 \cdot 10^6 \text{ N/C}$ (hacia la carga negativa)

18: Las cargas de dos partículas puntuales son $+10^{-9} \text{ C}$ y $-5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ y la distancia de separación es de $6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. Calcular el campo eléctrico en un punto situado a un tercio de la separación de las mismas cuando: (a) el punto es interior y próximo a la carga de menor valor absoluto (b) el punto es exterior y se halla más cercano a la carga de mayor absoluto. Graficar.

19: En un sistema de coordenadas rectangulares, dos cargas positivas puntuales de $+1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ y $+2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ se encuentran fijas en los puntos $x_1 = -0,1 \text{ m}$, $y_1 = 0$ y $x_2 = +0,1 \text{ m}$, $y_2 = 0$. Calcúlese el valor y la dirección de campo eléctrico en los siguientes puntos: (a) el origen, (b) en $x = +0,2 \text{ m}$, $y = 0$, (c) $x = +0,1 \text{ m}$, $y = 0,15 \text{ m}$. Graficar el campo en todos los puntos indicados.

Rta: a) 9000 N/C ; 180° ; b) 19000 N/C ; 0° ; c) $8938,4 \text{ N/C}$; $82,59^\circ$

20: Determine el campo eléctrico en un punto a medio camino entre dos cargas de $+50 \text{ nC}$ y (a) $+100 \text{ nC}$, separadas por una distancia de 30 cm . (b) Repita el primer punto si la segunda carga es de -100 nC y la separación es la misma. Grafique ambas situaciones. ($1 \text{ nC} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$)

21: Tres cargas están situadas en los vértices de un rectángulo como muestra la Fig 7. Determine el campo eléctrico en el cuarto vértice.

Rta: $1166,15 \text{ N/C}$; $79,4^\circ$.

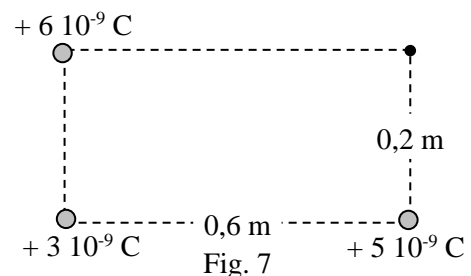


Fig. 7

22: En la Fig. 8 determine un punto sobre la recta que une ambas cargas (distinto del infinito) en el que el campo eléctrico total es cero.

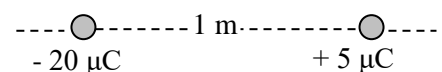


Fig. 8

23: En el modelo de Bohr correspondiente al átomo de hidrógeno, un electrón describe una órbita circular, de radio igual a $5,28 \cdot 10^{-9}$ cm, alrededor de un núcleo de un solo protón. Calcular el número de revoluciones que da el electrón por segundo. (*Recordar que la fuerza de atracción electrostática entre el protón y el electrón proporciona la fuerza centrípeta*).

Rta: $6,6 \cdot 10^{15}$ Hz.

24: Tres cargas idénticas ($q = -9 \mu\text{C}$) están en torno a un círculo de 2,5 m de radio formando ángulos de 30° , 150° y 270° con el semieje positivo x . (a) ¿Cuál es el campo eléctrico resultante en el centro? (b) Grafique.

25: En el espacio comprendido entre dos láminas planas y paralelas, separadas 2 cm, cargadas con cargas iguales y opuestas existe un campo eléctrico uniforme. Un electrón abandona la placa negativa y llega a la placa opuesta al cabo de $1,5 \cdot 10^{-8}$ segundos. Calcular: (a) la intensidad del campo eléctrico y (b) la velocidad del electrón cuando llega a la placa positiva.

Rta: a) 1012 N/C; b) $2,67 \cdot 10^6$ m/s

26: Demuéstrese que cuando una partícula de carga y masa constante es sometida a una aceleración, partiendo del reposo, por medio de un campo eléctrico, su velocidad final es proporcional a la raíz cuadrada de la diferencia de potencial a través de la cual se la acelera.

27: ¿Qué velocidad y qué energía cinética en MeV tiene un núcleo de carbono después de haber sido acelerado, partiendo del reposo, por una diferencia de potencial de 10^6 V? (*Recuerde que la masa de un núcleo de carbono es 12 una, la carga es +6 e y $1\text{MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13}$ J*)

Rta: $9,82 \cdot 10^6$ m/s; 6 MeV

28: Una partícula posee una energía cinética de 70 eV. ¿Cuál es la velocidad de esta partícula si es: (a) un electrón y (b) una partícula alfa? (*Recuerde que $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J*)

29: Se libera un electrón a partir del reposo en un campo eléctrico uniforme de intensidad igual a $3 \cdot 10^3$ N/C y demora 10^{-8} segundos para chocar con la placa positiva. Calcular: (a) la velocidad alcanzada por el electrón; (b) la distancia recorrida por él hasta llegar a la placa y (c) la energía cinética alcanzada.

Rta: a) $5,27 \cdot 10^6$ m/s; b) 2,635 cm; c) $1,2 \cdot 10^{-17}$ J

30: Un protón que inicialmente está en reposo se acelera en un campo eléctrico uniforme de 550 N/C. En un cierto momento posterior, su velocidad es de $1,7 \cdot 10^5$ m/s. (a) Determine la magnitud de la aceleración del protón. (b) ¿Cuánto tiempo le toma al protón alcanzar esta rapidez? (c) ¿Qué distancia ha recorrido en este intervalo? (d) ¿Cuál es su energía cinética en ese momento?

31: Entre dos placas paralelas se establece un campo eléctrico uniforme de intensidad igual a 30.000 N/C, dirigido hacia arriba. (a) ¿Qué fuerza se ejerce sobre un electrón colocado en esa región? (b) ¿Qué aceleración adquiere el electrón debido a esa fuerza? (c) ¿Qué energía cinética obtiene luego de avanzar 0,5 cm?

Rta: a) $4,8 \cdot 10^{-15}$ N, b) $5,27 \cdot 10^{15}$ m/s²; c) $2,41 \cdot 10^{-17}$ J

32: Cada uno de los electrones de un haz de partículas tiene una energía cinética de 100eV .
(a) ¿Cuál es la magnitud de un campo eléctrico uniforme (que apunta en la dirección del movimiento de los electrones) capaz de detener estos electrones en una distancia de 10 cm ?
(b) ¿Cuánto tiempo toma detener los electrones? **(c)** Una vez que los electrones se detienen, ¿qué hacen? Explique su respuesta.

33: Se establece una diferencia de potencial de 1600 V entre dos placas paralelas separadas una distancia de 4 cm . Un electrón se libera de la placa negativa en el mismo instante en que un protón lo hace de la positiva. Calcular: **(a)** a qué distancia de la placa positiva se cruzan.
(b) Comparar sus velocidades y sus energías cuando inciden en las placas opuestas.

Rta: $2,18 \cdot 10^{-5}\text{ m}$; b) $v_e > v_p$, $E_{ke} = E_{kp}$

34: Se lanza un protón en un campo eléctrico de 35.000 N/C dirigido hacia abajo, generado por dos placas cuadradas de 5 cm de largo separadas una distancia de 2 cm . Si la carga inicia su movimiento coincidiendo con el eje geométrico del dispositivo con una velocidad de $4 \cdot 10^5\text{ m/s}$ perpendicular a las líneas de campo eléctrico ¿qué distancia – por encima o por debajo del eje – se desplazó cuando recorrió 3 cm ?

35: Un electrón se proyecta con una velocidad inicial de 10^7 m/s hacia un campo eléctrico uniforme dirigido hacia abajo, creado por dos placas cuadradas de 2 cm de lado y separadas por una distancia de 1 cm como indica la Fig.9. ¿A qué valor de diferencia de potencial se ajustarán las placas para que el electrón, ingresando normal al campo por un punto equidistante de las mismas, pase rozando el borde superior al egresar del sistema?

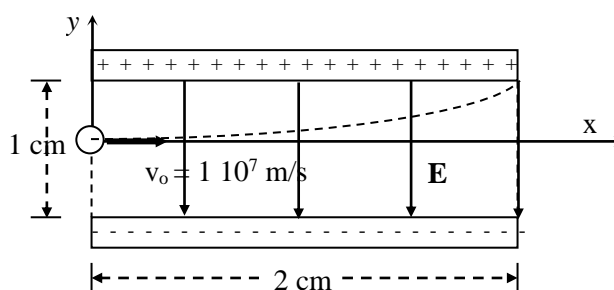


Fig.9

Rta: a) $142,34\text{ V}$

36: Se lanza un protón en un campo eléctrico de $3,1 \cdot 10^7\text{ N/C}$ dirigido hacia abajo, generado por dos placas cuadradas de 3 cm de lado y 2 cm de separación como indica la Fig.10. Si la carga inicia su trayectoria coincidiendo con el eje geométrico del dispositivo con una velocidad inicial de $1,8 \cdot 10^7\text{ m/s}$ y se desplaza hasta chocar con una pantalla fluorescente ubicada a 10 cm de las placas, determinar:

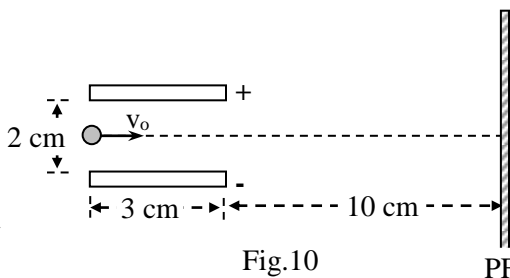


Fig.10

(a) la distancia perpendicular al eje que recorre el protón cuando pasa por el extremo de las placas; **(b)** el ángulo que forma con el eje su velocidad cuando abandona las placas y **(c)** la distancia por debajo del eje en donde se produce el choque con la pantalla fluorescente.

37: Se lanza un electrón en un campo eléctrico de 20000 N/C dirigido hacia arriba, generado por dos placas cuadradas de 4 cm de lado y 2 cm de separación. Si la carga inicia su trayectoria coincidiendo con el eje geométrico del dispositivo con una velocidad inicial de $2 \cdot 10^7\text{ m/s}$ y se desplaza hasta chocar con una pantalla fluorescente ubicada a 12 cm de las placas, determinar: **(a)** la distancia perpendicular al eje que recorre el electrón cuando pasa por el extremo de las placas; **(b)** el ángulo que forma con el eje su velocidad cuando abandona las placas y **(c)** la distancia por debajo del eje en donde se produce el choque con la pantalla fluorescente.

Rta: a) $-7,02 \cdot 10^{-3}\text{ m}$; b) $-19,35^\circ$; c) $-4,9\text{ cm}$

38: Se proyectan protones con una velocidad inicial de $1,03 \cdot 10^4$ m/s en una región en la que existe un campo eléctrico uniforme de 700 N/C dirigido hacia abajo como muestra la Fig. 11. Los protones deben incidir en un blanco que está a una distancia horizontal de 1,5 mm del punto en que se lanzan los protones. Determine (a) los dos ángulos de proyección, θ , que dan por resultado un acierto en el blanco y (b) el tiempo total de vuelo en cada una de las trayectorias.

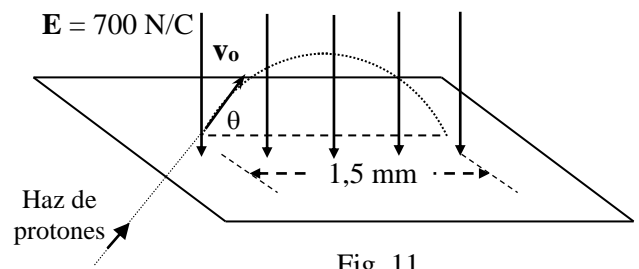


Fig. 11

[Sugerencia: una posible solución es recordar que el alcance de tiro oblicuo está dado por la ecuación $R = v_0^2 \sin 2\theta / g$; y $\cos \theta = \sin (90^\circ - \theta)$]

39: Un trozo de papel de aluminio cuya masa es de $3 \cdot 10^{-4}$ kg está suspendido por medio de una cuerda en un campo eléctrico dirigido en sentido vertical hacia arriba. Si la carga del papel metálico es de $5 \mu\text{C}$, determine la intensidad del campo capaz de reducir la tensión en la cuerda a cero.

Rta: 588 N/C.

40: Una partícula cargada permanece en reposo en un campo eléctrico vertical dirigido hacia abajo producido por dos placas paralelas cargadas igualmente. Si la separación de las placas es de 5 cm, la masa de la partícula es de $2,04 \cdot 10^{-13}$ kg y la carga $1,28 \cdot 10^{-18}$ C. Determinar: (a) el signo de la carga; (b) la diferencia de potencial entre las mismas y (c) el número de electrones en exceso o defecto que posee la partícula.

41: Se observa que una gota de aceite cargada, cuya densidad es 800 kg/m^3 , cae a través de una distancia de 1mm en 27,4 segundos en ausencia de campo eléctrico externo. La misma gota permanece estacionaria en un campo de $2,37 \cdot 10^4$ N/C. Si el aire tiene una densidad de $1,30 \text{ kg/m}^3$, una viscosidad de $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$ y una densidad igual a 800 kg/m^3 ¿cuántos electrones en exceso ha adquirido la gota?

Rta: 2

42: Una gota de aceite cargada cae 4 mm en el aire, en ausencia de un campo eléctrico, en 16 segundos a velocidad constante. Calcular: (a) el radio y la masa de la gota; (b) el cociente entre la fuerza eléctrica y gravitacional sobre la gota si esta lleva una unidad fundamental de carga eléctrica y se encuentra ahora en un campo eléctrico de $2 \cdot 10^5$ N/C. Tome la densidad del aceite 800 kg/m^3 ; la del aire $1,30 \text{ kg/m}^3$ y la viscosidad del aire $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$.

43: Dos cargas puntuales de $q_1 = +1,2 \cdot 10^{-8}$ C y $q_2 = -1,2 \cdot 10^{-8}$ C están separadas 10 cm como indica la Fig.12. (a) Hállense los potenciales en los puntos a, b y c. (b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos a y b? (c) ¿Qué trabajo sería necesario para llevar una carga puntual de $+10^{-9}$ C desde a hasta b, sin aumentar su energía cinética?

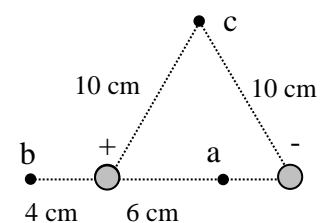


Fig. 12

Rta: a) - 900 V; 1928,57 V, 0; b) - 2828,57 V; c) $2,83 \cdot 10^{-6}$ J

44: Se tiene tres cargas de igual signo y magnitud situadas como se muestra en la figura; se mueven las cargas para ponerlas a lo largo de un eje. ¿Cuál de las dos distribuciones (Fig.13.a ó Fig.13.b) tiene mayor potencial en el punto P? Tome $q = + 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $a = 20 \text{ cm}$.

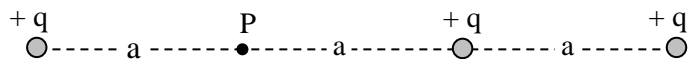
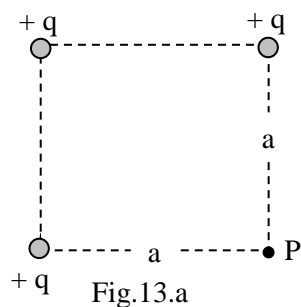


Fig. 13.b

45: Las cargas $q_1 = + 1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $q_2 = - 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $q_3 = + 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ y $q_4 = + 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ se colocan en los vértices de un cuadrado de un metro de lado. (a) Calcular el potencial eléctrico en el centro del cuadrado y (b) contestar si el potencial permanece constante en puntos interiores del cuadrado.

Rta: a) 509,19 V; b) No

46: En un átomo de hidrógeno en su estado de menor energía, también llamado estado fundamental, el electrón se mueve alrededor del protón en lo que se puede considerar una órbita circular de radio $5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Calcular: (a) la energía potencial, (b) la energía cinética y (c) la energía total.

47: Una pequeña esfera de 0,5 g cuelga por medio de una cuerda entre dos placas paralelas separadas 4 cm. La carga sobre la esfera es de + 7 nC. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas si el hilo forma un ángulo de 10° con la vertical como muestra la Fig.14?

Rta: 4937,16 V

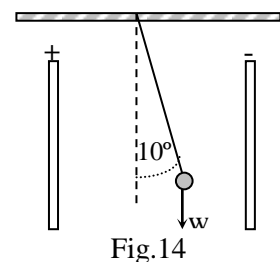


Fig.14

48: Un pequeño dipolo está constituido por dos cargas iguales y opuestas de 3 pC separadas una distancia de $6 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. (a) Calcular el campo eléctrico sobre una recta perpendicular al eje que une las cargas, en el punto medio, a una distancia de $4 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. (b) ¿Qué fuerza eléctrica experimenta una carga de $7 \cdot 10^{-12} \text{ C}$ colocada en dicho punto? (c) Hacer un esquema que muestre el dipolo, el vector campo eléctrico y el vector fuerza eléctrica.

49: Un dipolo constituido por dos cargas de $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ de magnitud y separadas por una distancia de 0,5 cm, se encuentra en un campo eléctrico uniforme externo de $2 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ formando un ángulo de 30° con la dirección de las líneas de campo. Determinar: (a) el torque que el campo ejerce sobre el dipolo; (b) el trabajo a realizar para ubicar el dipolo perpendicular a las líneas de campo, partiendo de una posición colineal con el campo.

Rta: a) $1 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$, b) $2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

50: Un dipolo, cuyas cargas $+q$ y $-q$ de magnitud igual a $1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ están separadas una distancia de 2 cm, se encuentra bajo la acción de un campo eléctrico externo de $1 \cdot 10^5 \text{ N/C}$. Hallar: (a) el torque máximo que el campo ejerce sobre el dipolo y (b) el trabajo que debe realizar un agente externo para invertir el dipolo partiendo de una posición en la que está alineado con el campo.

SELECCIÓN PROBLEMAS RESUELTOS

6: Una carga de $+ 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ está sobre el eje x , en $x_1 = - 1,5 \text{ m}$ y otra carga de $+ 5,4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ está sobre el eje x en $x_2 = 2 \text{ m}$. Calcule la fuerza neta sobre una carga positiva de $+ 3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ situada en el origen.

Datos: $q_1 = + 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$; $x_1 = - 1,5 \text{ m}$; $q_2 = + 5,4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$; $x_2 = 2 \text{ m}$; $q_3 = + 3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$; $x_3 = 0$

Incog: F_e sobre q_3

Se trata de un problema de interacción eléctrica entre tres partículas cargadas. Debemos aplicar dos veces la ley de Coulomb (entre q_1 y q_3 por ejemplo, y luego entre q_2 y q_3) y posteriormente sumar vectorialmente para obtener la fuerza neta sobre la carga que está en el origen de coordenadas.

$$\vec{F} = k_e \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{\mu}_r$$

El módulo de la fuerza será:

$$F = k_e \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \text{ y su unidad en el Sistema Internacional de Unidades:}$$

$$[F_e] = \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{\text{C} \cdot \text{C}}{\text{m}^2} \Rightarrow [F_e] = \text{N}$$

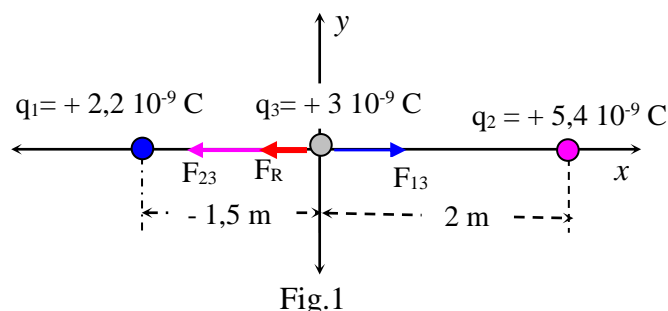


Fig.1

Para el primer par de cargas: $r = r_{13} = 1,5 \text{ m}$. Su módulo será:

$$F_{13} = k_e \frac{q_1 \cdot q_3}{r_{13}^2}$$

$$F_{13} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{2,2 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot 3 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(1,5 \text{ m})^2}$$

$$F_{13} = 2,64 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Dado que las cargas son del mismo signo, la fuerza eléctrica es de repulsión. Sobre la carga q_3 su dirección es radial hacia a la derecha. En la Fig.1, dicha fuerza se representó de color azul. Otra manera de indicar dirección y sentido es determinar el ángulo que forma la F_{13} con el eje positivo de las x . En caso sería $\theta_{13} = 0^\circ$.

Para el segundo par de cargas: $r = r_{23} = 2 \text{ m}$, el módulo de la fuerza será:

$$F_{23} = k_e \frac{q_2 \cdot q_3}{r_{23}^2}$$

$$F_{23} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{5,4 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot 3 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(2 \text{ m})^2}$$

$$F_{23} = 3,64 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Nuevamente, es una fuerza eléctrica de repulsión y sobre la carga q_3 es horizontal hacia el semieje negativo de las x , ó $\theta_{23}=180^\circ$. En la Fig.1 se pintó de color rosado. Finalmente, como se trata de fuerzas colineales de distinto sentido y el módulo de F_{23} es mayor que el de F_{13} , el módulo de la fuerza resultante se obtiene por diferencia de módulos, en tanto que su dirección y sentido serán iguales a los de la fuerza de mayor módulo. Simbólicamente: $|F_{23}| > |F_{13}| \Rightarrow |F_R| = |F_{23}| - |F_{13}|$

$$F_R = F_{23} - F_{13}$$

$$F_R = 3,64 \cdot 10^{-8} \text{ N} - 2,64 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_R = 1 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Su dirección y sentido coincide con la de F_{23} , es decir $\theta = 180^\circ$. En la Fig1. es la fuerza de color rojo.

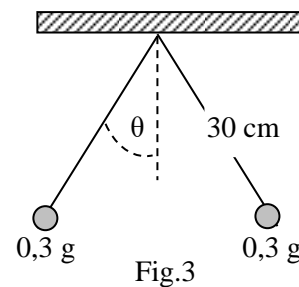
Rta: $1 \cdot 10^{-8} \text{ N}$, 180°

10: Dos esferas metálicas pequeñas, cada una con una masa de 0,3 g, están suspendidas como péndulos por medio de cuerdas ligeras, de un punto común, como muestra la Fig.3. A las esferas se les imparte la misma carga eléctrica y se encuentra que las dos alcanzan el equilibrio cuando cada cuerda, de 30 cm de longitud, forma un ángulo de 45° con la vertical. ¿Cuál es la magnitud de la carga de cada esfera?

Datos: $m = 0,3 \text{ g} = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$; $|q_1| = |q_2|$; $l = 30 \text{ cm}$; $\theta = 45^\circ$

Incog: $q_1 = q_2$?

Realizamos el diagrama del cuerpo libre (Fig.4) y analizamos las condiciones de equilibrio traslacional:



$$\sum F_x = 0 \text{ (I)}$$

$$\sum F_y = 0 \text{ (II)}$$

$$F_e - T \sin 45^\circ = 0 \Rightarrow T \sin 45^\circ = F_e \text{ (1)}$$

$$T \cos 45^\circ - w = 0 \Rightarrow T \cos 45^\circ = w \text{ (2)}$$

Dividiendo miembro a miembro las expresiones (1) y (2):

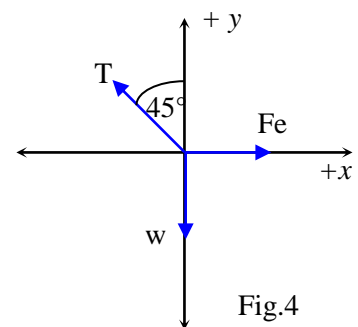
$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{F_e}{w} \Rightarrow \operatorname{tg} 45^\circ w = F_e$$

Sustituyendo la fuerza peso ($w = mg$) y la fuerza de interacción eléctrica ($F_{12} = k_e q_1 q_2 / r^2$) se obtiene:

$$\operatorname{tg} 45^\circ mg = k_e \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Recordando que las cargas son iguales ($q^2 = q_1 \cdot q_2$) y que r (Fig.5) es la distancia que las separa [$\sin 45^\circ = (r/2) / l \Rightarrow r = 2 l \sin 45^\circ = 2 \cdot 30 \text{ cm} \sin 45^\circ = 42,43 \text{ cm} = 0,4243 \text{ m}$] se tiene:

$$\operatorname{tg} 45^\circ mg = k_e \frac{q^2}{r^2}$$



$$q = \sqrt{\frac{mgr^2 \operatorname{tg} 45^\circ}{k_e}}$$

$$q = \sqrt{\frac{0,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,4243 \text{ m})^2 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}}$$

$$q = 2,43 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

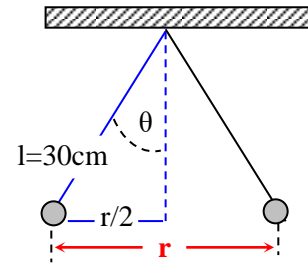


Fig.5

El valor absoluto de cada una de las esferas es igual a $2,43 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, ambas positivas o ambas negativas pues la fuerza eléctrica que separa las cargas es de repulsión.

El análisis dimensional de la carga es:

$$[q] = [\text{kg m s}^{-2} \text{ m}^2 / \text{Nm}^2 \text{ C}^{-2}]^{1/2} = [\text{kg m}^3 \text{ s}^{-2} / \text{kg m s}^{-2} \text{ m}^2 \text{ C}^{-2}]^{1/2} = [\text{kg m}^3 \text{ s}^{-2} / \text{kg m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ C}^{-2}]^{1/2}$$

$$[q] = [1 / \text{C}^{-2}]^{1/2} = [\text{C}^2]^{1/2} = \text{C}$$

Rta: $2,43 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ (del mismo signo)

19: En un sistema de coordenadas rectangulares, dos cargas positivas puntuales de $+1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ y $+2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ se encuentran fijas en los puntos $x_1 = -0,1 \text{ m}$, $y_1 = 0$ y $x_2 = +0,1 \text{ m}$, $y_2 = 0$. Calcúlese el valor y la dirección de campo eléctrico en los siguientes puntos: (a) el origen, (b) en $x = +0,2 \text{ m}$, $y = 0$, (c) $x = +0,1 \text{ m}$, $y = 0,15 \text{ m}$. Graficar el campo en todos los puntos indicados.

Datos: $q_1 = +1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $q_2 = +2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$; $P_1(-0,1 \text{ m}; 0)$; $P_2(0,1 \text{ m}; 0)$

Incog: a) E en el origen O (0,0); b) E en Q (0,2 m; 0); c) R (0,1 m; 0,15 m)

Se trata de calcular el campo eléctrico que generan dos cargas positivas en tres puntos diferentes del plano. Para ello, hay que calcular el campo eléctrico que genera cada carga en el punto y luego sumar vectorialmente.

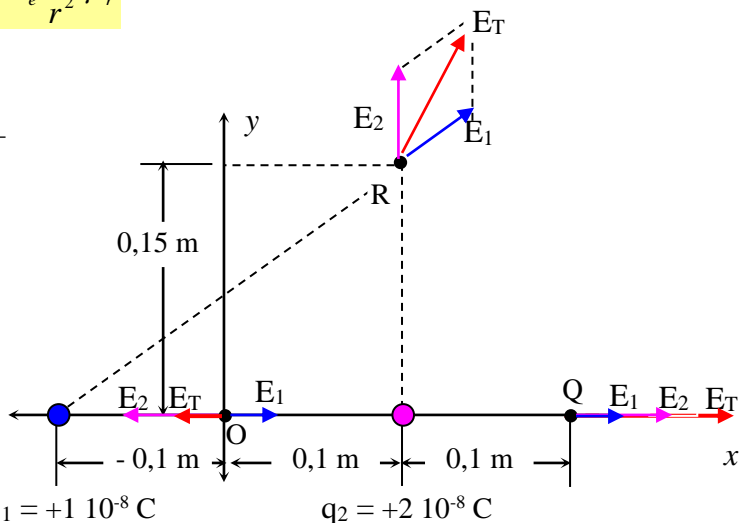
La expresión del campo eléctrico cuando se conoce la carga que lo genera (q) y la distancia desde la carga al punto en cuestión (r) es:

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \vec{\mu}_r$$

El módulo del campo eléctrico es igual a:

$$E = k_e \frac{q}{r^2}$$

Su dirección es radial alejándose de la carga, si la carga es positiva y radial acercándose si la carga es negativa.



El análisis dimensional del campo eléctrico es:

$$[E] = [\text{Nm}^2 \text{ C}^{-2} \text{ C} / \text{m}^2] = \text{N/C}$$

a) Para el punto O (0,0) se tiene:

$$E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-8} / (0,1)^2$$

$$E_1 = 9000 \text{ N/C} \text{ y } \theta_1 = 0^\circ$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8} / (0,1)^2$$

$$E_2 = 18000 \text{ N/C} \text{ y } \theta_2 = 180^\circ$$

Como son vectores colineales de distintos sentidos y como el módulo de E_2 es mayor que el módulo de E_1 , es decir $|E_2| > |E_1|$, el módulo del campo eléctrico resultante en el punto O, es igual a la diferencia entre $|E| = |E_2| - |E_1|$.

$$E_{TO} = E_2 - E_1$$

$$E_{TO} = 18000 \text{ N/C} - 9000 \text{ N/C}$$

$$E_{TO} = 9000 \text{ N/C} \text{ y } \theta = 180^\circ$$

b) Para el punto Q (0,2m; 0) se tiene que $r_1 = 0,3 \text{ m}$ y $r_2 = 0,1 \text{ m}$:

$$E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-8} / (0,3)^2$$

$$E_1 = 1000 \text{ N/C} \text{ y } \theta_1 = 0^\circ$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8} / (0,1)^2$$

$$E_2 = 18000 \text{ N/C} \text{ y } \theta_2 = 0^\circ$$

Como son vectores colineales del mismo sentido el módulo del campo eléctrico resultante en el punto Q, es igual a la suma de los módulos $|E| = |E_1| + |E_2|$.

$$E_{TQ} = E_1 + E_2$$

$$E_{TQ} = 1000 \text{ N/C} + 18000 \text{ N/C}$$

$$E_{TQ} = 19000 \text{ N/C} \text{ y } \theta = 0^\circ$$

c) Para el punto R (0,1 m; 0,15 m) se tiene que

$r_2 = 0,15 \text{ m}$ y se debe calcular r_1 . Así:

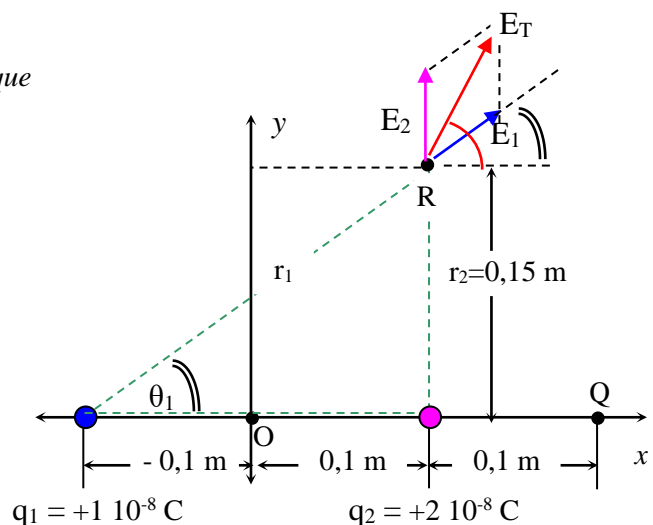
$$r_1 = (0,2^2 + 0,15^2)^{1/2} = 0,25 \text{ m}$$

$$E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-8} / (0,25)^2$$

$$E_1 = 1440 \text{ N/C} \text{ en la dirección } \theta_1$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8} / (0,15)^2$$

$$E_2 = 8000 \text{ N/C} \text{ y } \theta_2 = 90^\circ$$



Como en este caso los vectores no son colineales, calculamos la componente en cada uno de los ejes y luego aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$E_x = E_1 \cos \theta_1$$

$$E_x = 1440 \text{ N/C } (0,2/0,25) = 1440 \text{ N/C } 0,8$$

$$E_x = 1152 \text{ N/C}$$

$$E_{TR} = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2}$$

$$E_{TR} = (1152^2 + 8864)^{1/2}$$

$$E_{TR} = 8938,5 \text{ N/C}$$

$$E_y = E_1 \sin \theta_1 + E_2$$

$$E_y = 1440 \text{ N/C } (0,15/0,25) + 8000 \text{ N/C}$$

$$E_y = 1440 \text{ N/C } 0,6 + 8000 \text{ N/C}$$

$$E_y = 8864 \text{ N/C}$$

$$\theta = \text{artg } E_y/E_x \Rightarrow \theta = \text{artg } 8864/1152$$

$$\theta = 82,59^\circ$$

Rta: a) 9000 N/C; 180°; b) 19000 N/C; 0°; c) 8938,5 N/C; 82,59°

22: En la Fig. 8 determine un punto sobre la recta que une ambas cargas (distinto del infinito) en el que el campo eléctrico total es cero.

Datos: $q_1 = -20 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $q_2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; y $r = 1 \text{ m}$

Incog: un punto sobre el eje en que el campo eléctrico se a nulo.

Tener presente que el módulo del campo eléctrico es directamente proporcional (\propto) a la carga e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia ($E \propto q/r^2$).

Por otro lado, dado que dos puntos determinan tres regiones sobre la recta que los contiene, se debe analizar los tres.

En la zona a la izquierda de carga q_1 , $|E_1|$ siempre será mayor que $|E_2|$ porque $|q_1| > |q_2|$ y para todos los puntos de esa región $r_1 < r_2$. La dirección de E_1 en esta región es hacia la izquierda y la de E_2 es hacia la derecha. Como $|E_T| = |E_1| - |E_2|$, luego es imposible que exista algún punto a la izquierda de q_1 donde el campo sea nulo. Esa zona se tachó con color azul.

En la zona comprendida entre ambas cargas, la dirección y sentido de E_1 y E_2 son siempre hacia la izquierda, dado que en este caso $|E_T| = |E_1| + |E_2|$ tampoco es posible para la situación planteada que el campo eléctrico sea nulo. Esa zona se tachó con color rosa.

Finalmente, en la zona a la derecha de q_2 se observa que $|q_1| > |q_2|$ y $r_1 > r_2$, por lo tanto, E_T puede ser nulo sólo a la derecha de la carga q_2 .

$$E_T = E_1 + E_2 = 0 \Rightarrow |E_1| = |E_2|$$

Si llamamos $r_1 = r + x$ y $r_2 = x$, se tiene:

$$k_e q_1 / (r + x)^2 = k_e q_2 / x^2$$

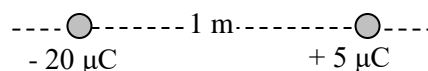
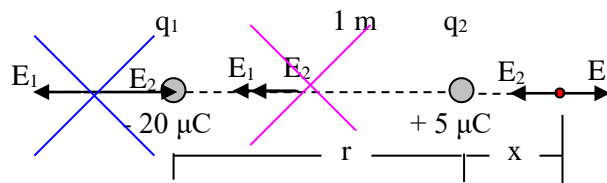


Fig. 8



Simplificando k_e y operando se obtiene:

$$q_1 x^2 = q_2 (r^2 + 2 r x + x^2)$$

$$q_1 x^2 - q_2 r^2 - 2 r q_2 x - q_2 x^2 = 0$$

$$(q_1 - q_2) x^2 - 2 r q_2 x - q_2 r^2 = 0$$

Sustituyendo valores (las cargas en valor absoluto), simplificando y resolviendo la ecuación cuadrática:

$$15 x^2 - 10 x - 5 = 0$$

Obtenemos que el valor de $x = 1 \text{ m}$ a la derecha de q_2 ; la otra respuesta $x_2 = -0,33 \text{ m}$ la descartamos porque no tiene significado físico.

El único punto donde el campo eléctrico se anula para este problema es:

$$x = 1 \text{ m}$$

Desafío para estudiantes: calcular el campo eléctrico E_1 y E_2 siendo $q_1 = -20 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $q_2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $r_1 = 2 \text{ m}$, $r_2 = 1 \text{ m}$ y comprobar que su suma vectorial es nula.

Rta: 1 m a la derecha de $5 \mu\text{C}$

30: Un protón que inicialmente está en reposo se acelera en un campo eléctrico uniforme de 550 N/C . En un cierto momento posterior, su velocidad es de $1,7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$. **(a)** Determine la magnitud de la aceleración del protón. **(b)** ¿Cuánto tiempo le toma al protón alcanzar esta rapidez? **(c)** ¿Qué distancia ha recorrido en este intervalo? **(d)** ¿Cuál es su energía cinética en ese momento?

Datos: protón ($q_p = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$); $v_0 = 0$; $E = 550 \text{ N/C}$; $v = 1,7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

Incog: a) a ; b) t ; c) x ; d) E_k

En la figura se representó un campo eléctrico uniforme generado por dos placas paralelas con cargas iguales en valor absoluto y de distintos signos. Asimismo, se representó un protón que escapa de la placa positiva con velocidad inicial nula y su posición luego de transcurrido un tiempo t .

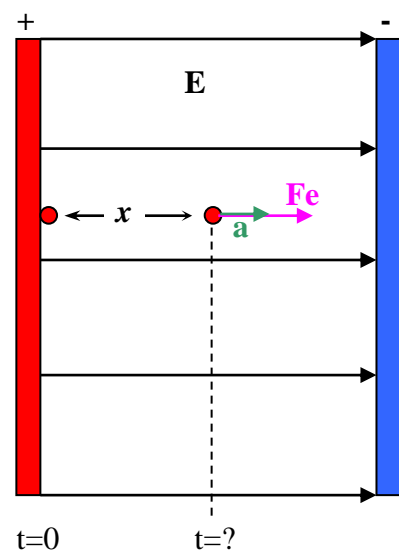
a) Para calcular la aceleración, tenemos que:

$$F_e = m a = q E \Rightarrow a = q E / m$$

$$a = (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 550 \text{ N/C}) / 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$a = 5,27 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$$

b) Para determinar el tiempo transcurrido desde que el protón se libera del reposo hasta que tiene una velocidad final igual a $v_f = 1,7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$, recurrimos a las expresiones de MRUA, donde la aceleración tiene el valor recientemente calculado



$$v_f = v_o + a t \Rightarrow t = (v_f - v_o) / a$$

$$t = 1,7 \cdot 10^5 \text{ m/s} / 5,27 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$$

$$t = 3,23 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

c) Para hallar la distancia recorrida por el protón, nuevamente recurrimos a las expresiones de cinemática:

$$v_f^2 = v_o^2 + 2a x \Rightarrow x = v_f^2 / 2 a$$

$$x = (1,7 \cdot 10^5 \text{ m/s})^2 / (2 \cdot 5,27 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2)$$

$$x = 0,274 \text{ m} = 27,4 \text{ cm}$$

d) Finalmente calculamos la energía cinética del protón:

$$E_k = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} (1,7 \cdot 10^5 \text{ m/s})^2$$

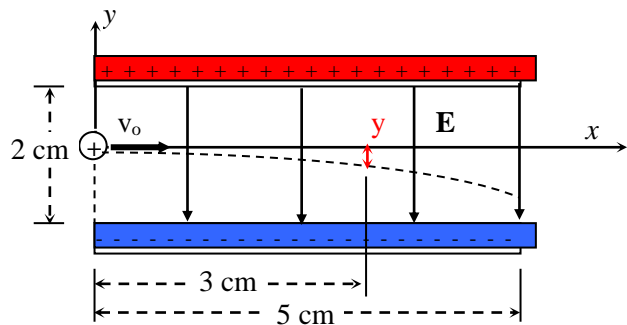
$$E_k = 2,41 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Rta: a) $5,27 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$; b) $3,23 \cdot 10^{-6} \text{ s}$; c) $27,4 \text{ cm}$; d) $2,4 \cdot 10^{-17} \text{ J}$.

34: Se lanza un protón en un campo eléctrico de 35.000 N/C dirigido hacia abajo, generado por dos placas cuadradas de 5 cm de largo separadas una distancia de 2 cm . Si la carga inicia su movimiento coincidiendo con el eje geométrico del dispositivo con una velocidad de $4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ perpendicular a las líneas de campo eléctrico ¿qué distancia – por encima o por debajo del eje – se desplazó cuando recorrió 3 cm ?

Datos: protón ($q_p = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) $E = 35000 \text{ N/C}$; $l = 5 \text{ cm}$; $d = 2 \text{ cm}$;
 $v_o = 4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

Incog: y



La trayectoria que describa el protón, se deberá a **la composición de dos movimientos**:

- Según el eje de las x el movimiento es rectilíneo uniforme (**MRU**).
- Según el eje de las y el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado (**MRUA**) con velocidad inicial nula (la aceleración constante del protón la imprime el campo eléctrico).

Por lo tanto podemos escribir:

$$v_x = \frac{x}{t} \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 \quad (2)$$

Despejando t de la ecuación (1) y sustituyendo en (2) se obtiene (3):

$$y = \frac{1}{2} a \left(\frac{x}{v_x} \right)^2 \quad (3)$$

Además como la aceleración, tal como vimos en el Problema 30, es como se indica en (4)

$$a = \frac{qE}{m} \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (3) se obtiene la ecuación de la trayectoria del protón que se numera como (5)

$$y = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} \left(\frac{x}{v_x} \right)^2 \quad (5)$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{qE}{m v_x^2} x^2$$

Cuando $x = 3 \text{ cm}$, obtenemos la distancia “por debajo” del eje que se desplazó el protón:

$$y = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 35000 (310^{-2})^2 / 2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} (4 \cdot 10^5)^2$$

$$y = 9,43 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} [y] &= [q E x^2 / 2 m v_x^2] \\ [y] &= \text{C NC}^{-1} \text{ m}^2 / \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} \\ [y] &= \text{kg m s}^{-2} / \text{kg s}^{-2} \\ [y] &= \text{m} \end{aligned}$$

Rta: $- 9,43 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ (“por debajo” del eje)

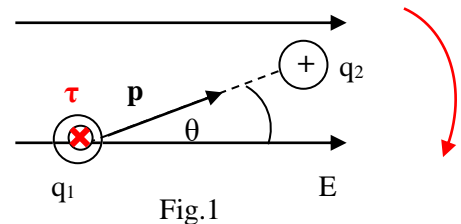
50: Un dipolo, cuyas cargas $+q$ y $-q$ de magnitud igual a $1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ están separadas una distancia de 2 cm , se encuentra bajo la acción de un campo eléctrico externo de $1 \cdot 10^5 \text{ N/C}$. Hallar: **(a)** el torque máximo que el campo ejerce sobre el dipolo y **(b)** el trabajo que debe realizar un agente externo para invertir el dipolo partiendo de una posición en la que está alineado con el campo.

Datos: $|q| = |q_1| = |q_2| = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $a = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$, $E = 1 \cdot 10^5 \text{ N/C}$

Incog: a) τ_{max} ; b) W que debe hacer un agente para invertir el dipolo

a) Cuando un dipolo se coloca en un campo eléctrico (E) experimenta un torque eléctrico (τ) o también llamado par de torsión que puede calcularse por la expresión (1).

$$\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \quad (1)$$



Donde \mathbf{p} es el vector momento dipolar eléctrico, cuya magnitud es igual $|\mathbf{p}| = q \cdot a$, donde q es el valor absoluto de la carga y \vec{a} es el vector desplazamiento orientado de la carga negativa a la positiva y cuyo módulo es el valor de la distancia que separa las cargas. El módulo del torque eléctrico es entonces:

$$|\tau| = p E \sin \theta$$

$$|\tau| = q a E \sin \theta$$

Siendo θ el ángulo entre el vector \mathbf{p} y el vector \mathbf{E} , como muestra la Fig.1 y su dirección y sentido está dado por el producto vectorial de $\mathbf{p} \times \mathbf{E}$. (en el caso representado, perpendicular a la hoja, entrando o alejándose del lector).

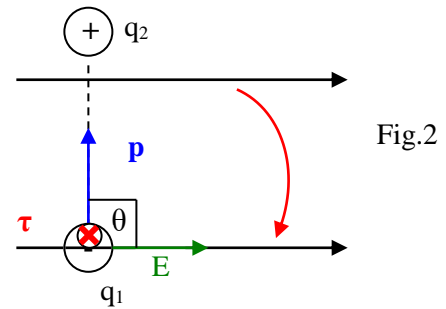
El torque será máximo cuando el dipolo se encuentre ubicado de manera que la línea que une sus cargas esté perpendicular a las líneas de campos, es decir cuando $\theta = 90^\circ$ como se muestra en la Fig.2 (y será nulo cuando p sea paralelo a E). Luego:

$$\tau_{\max} = p E \sin 90^\circ$$

$$\tau_{\max} = q a E$$

$$\tau_{\max} = 1 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 0,02 \text{ m} \cdot 1 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$\tau_{\max} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$$



b) El trabajo que realiza el campo eléctrico sobre un dipolo eléctrico es igual al cambio de energía potencial desde estado inicial (1) al estado final (2). La energía potencial es igual al opuesto del producto escalar entre p y E [$E p = - \mathbf{p} \cdot \mathbf{E} = - p E \cos \theta$]. Luego:

$$W_E = E p_1 - E p_2$$

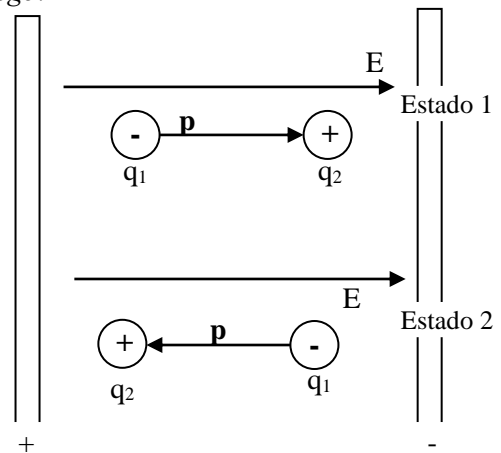
$$W_E = - p E \cos \theta - (- p E \cos \theta')$$

$$W_E = - p E \cos 0^\circ - (- p E \cos 180^\circ)$$

$$W_E = - p E - p E = - 2 p E = - 2 q a E$$

$$W_E = - 2 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 0,02 \text{ m} \cdot 1 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$W_E = - 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$



El trabajo que realice un agente exterior para invertir el dipolo será igual y opuesto al que realiza el campo eléctrico sobre el dipolo. Es decir:

$$W_{\text{agente}} = + 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Rta: a) $2 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$, b) $4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

REVISIÓN INTERACCIÓN ELÉCTRICA

1. Tres cargas de $+4 \mu\text{C}$; $-4 \mu\text{C}$ y $+6 \mu\text{C}$ se colocan en los vértices de un triángulo equilátero de 25 cm de lado. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre la carga $+6 \mu\text{C}$?

Datos: $q_1 = +4 \mu\text{C}$, $q_2 = -4 \mu\text{C}$, $q_3 = +6 \mu\text{C}$, $l = 0,25 \text{ m} = r$

Incog: F sobre q_3

Según la ley de Coulomb:

$$\vec{F} = k_e \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{\mu}_r$$

$$F = k_e \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$F_{13} = k_e \frac{q_1 \cdot q_3}{r_{13}^2}$$

$$F_{13} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{4 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \text{C}}{(0,25\text{m})^2}$$

$$F_{13} = 3,46\text{N}$$

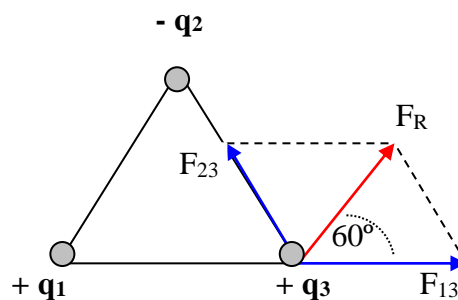


Fig. 1

Obsérvese que para el cálculo del módulo de la fuerza F_{13} se ha tomado el valor absoluto de las cargas; y como las cargas q_1 y q_2 tienen en mismo signo, la fuerza es de **repulsión**. Como los valores absolutos de las cargas q_1 y q_2 son iguales, el módulo de la fuerza $F_{23} = F_{13} = 3,46 \text{ N}$, pero ahora como las cargas son de diferentes signos, la fuerza es de **atracción**.

En la Fig.1 se han obviado las fuerzas sobre las cargas q_1 y q_2 porque estamos interesados, tal como lo solicita el problema, en averiguar la fuerza resultante sobre q_3 .

Finalmente el módulo de la fuerza resultante lo obtenemos como:

$$F_R = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13}F_{23} \cos \alpha}$$

siendo α el ángulo comprendido entre las fuerzas ($\alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$). Como las $F_{13}=F_{23}$, se puede escribir

$$F_R = \sqrt{F_{13}^2 + F_{13}^2 + 2F_{13}^2 \cos \alpha}$$

$$F_R = \sqrt{2F_{13}^2 + 2F_{13}^2 \cos \alpha}$$

$$F_R = \sqrt{2F_{13}^2 (1 + \cos \alpha)}$$

$$F_R = \sqrt{2F_{13}^2 (1 - 0,5)}$$

$$F_R = \sqrt{2F_{13}^2 \cdot 0,5}$$

$$F_R = \sqrt{F_{13}^2}$$

$$F_R = F_{13}$$

$$F_R = 3,46\text{N} \text{ y } \theta = 60^\circ$$

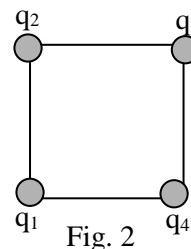
Rta: $F = 3,46 \text{ N}$, $\theta = 60^\circ$

2. El cuadrado de la Fig.2 tiene lados de 10 cm. Las cargas situadas en sus vértices son: $q_1 = +6 \mu\text{C}$; $q_2 = +9 \mu\text{C}$, $q_3 = -6 \mu\text{C}$ y $q_4 = -3 \mu\text{C}$ respectivamente. (a) Calcular y graficar el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en el centro del cuadrado. (b) Determinar el potencial eléctrico en el mismo punto.

Datos: $l = 10 \text{ cm}$, $q_1 = +6 \mu\text{C}$; $q_2 = +9 \mu\text{C}$, $q_3 = -6 \mu\text{C}$; $q_4 = -3 \mu\text{C}$

Incog: a) E, b) V

a) Debemos calcular el campo eléctrico en el centro del cuadro. Para ello hay que calcular primeramente la distancia desde cualquier carga al centro ($r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r$). Aplicando teorema de Pitágoras se tiene:



$$r = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{2} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{2l^2}}{2} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{2}}{2} l \Rightarrow r = \frac{\sqrt{2}}{2} 10 \text{ cm} \Rightarrow r \cong 7,07 \text{ cm} \Rightarrow r^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Dado que el campo eléctrico es igual a: $\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \vec{\mu}_r$, procedemos a calcular el módulo de cada uno.

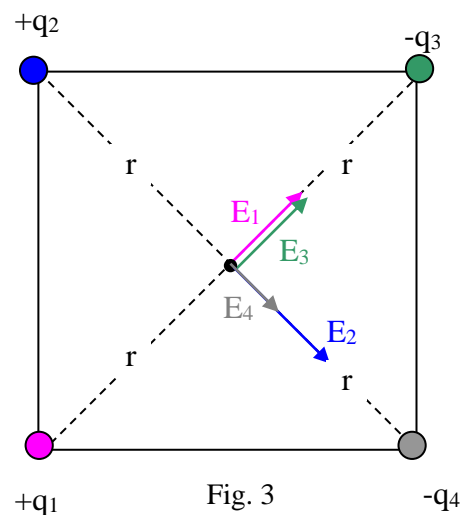
$$E = k_e \frac{q}{r^2}$$

$$E_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} \Rightarrow E_1 = 1,08 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{9 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} \Rightarrow E_2 = 1,62 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} \Rightarrow E_3 = 1,08 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_4 = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} \Rightarrow E_4 = 5,4 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



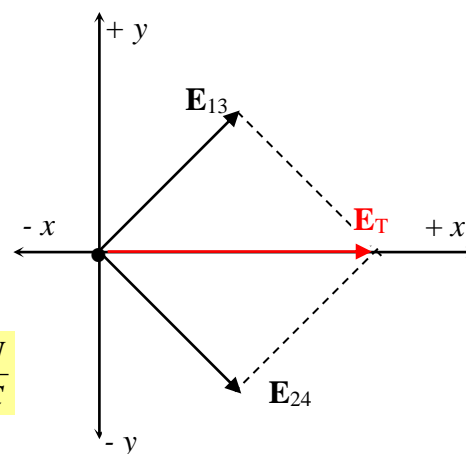
En la Fig.3 se representaron los cuatro vectores. Observe que los campos generados por cargas positivas (q_1 y q_2) son radiales alejándose de las cargas (E_1 y E_2) en tanto que los campos creados por cargas negativas (q_3 y q_4) son radiales acercándose a las cargas.

Seguidamente procedemos a sumar vectorialmente los cuatro campos eléctricos. En este caso como E_1 y E_3 son colineales del mismo sentido, al igual que E_2 y E_4 , podemos simplificar el diagrama del cuerpo libre.

$$E_{13} = E_1 + E_3 = 1,08 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}} + 1,08 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_{13} = 2,16 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_{24} = E_2 + E_4 = 1,64 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}} + 5,48 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}} \Rightarrow E_{24} = 2,16 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



$$E_x = E_{13} \cos 45^\circ + E_{24} \cos 45^\circ$$

$$E_x = 2,16 \cdot 10^7 \frac{N}{C} \cos 45^\circ + 2,16 \cdot 10^7 \frac{N}{C} \cos 45^\circ$$

$$E_x = 3,05 \cdot 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_y = E_{13} \sin 45^\circ - E_{24} \sin 45^\circ$$

$$E_y = 2,16 \cdot 10^7 \frac{N}{C} \sin 45^\circ - 2,16 \cdot 10^7 \frac{N}{C} \sin 45^\circ$$

$$E_y = 0$$

$$E_T = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$E_T = E_x = 3,05 \cdot 10^7 \frac{N}{C} \text{ y } \theta = 0^\circ$$

b) Finalmente, calculamos el potencial eléctrico en centro del cuadro.

$$V_C = k_e \sum_{i=1}^{i=n} \frac{q_i}{r_i} \Rightarrow V_C = k_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} - \frac{q_3}{r_3} - \frac{q_4}{r_4} \right)$$

Suma algebraica,
cada carga con su
respectivo signo.

Como todos los radios son iguales:

$$V_C = k_e \left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r} - \frac{q_3}{r} - \frac{q_4}{r} \right) \Rightarrow V_C = \frac{k_e}{r} (q_1 + q_2 - q_3 - q_4)$$

$$V_c = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}}{7,07 \cdot 10^{-2} m} (6 \cdot 10^{-9} C + 9 \cdot 10^{-9} C - 6 \cdot 10^{-9} C - 3 \cdot 10^{-9} C)$$

$$V_c = 7,64 \cdot 10^5 V$$

Rta: a) $E_T = 3,05 \cdot 10^7 \text{ N/C}$, $\theta = 0^\circ$, b) $V = 7,64 \cdot 10^5 \text{ V}$

3. Un electrón penetra en un campo eléctrico uniforme, creado por dos placas paralelas de 30 cm de longitud, con una velocidad de $5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ perpendicular a las líneas de campo. Cuando egresa de las placas se observa que la velocidad del electrón forma un ángulo de 26° con una línea paralela a las placas. Calcular: (a) la intensidad del campo eléctrico en el interior de las placas y (b) la energía cinética del electrón cuando egresa de las placas paralelas.

Datos: electrón ($q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$), $l = 30 \text{ cm}$, $v^x = 5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$, $\theta = 26^\circ$

Incog: a) E , b) E_k

a) Tal como vimos en el problema 34, el electrón describirá dentro del campo eléctrico una trayectoria semi-parabólica debida a **la composición de dos movimientos:**

- Según el eje de las x el movimiento es rectilíneo uniforme (**MRU**).
- Según el eje de las y el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado (**MRUA**) con velocidad inicial nula (la aceleración constante del protón la imprime el campo eléctrico).

Por lo tanto podemos escribir:

$$v_{0x} = \frac{x}{t} \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 \quad (2)$$

Despejando t de la ecuación (1) y sustituyendo en (2) se obtiene (3):

$$y = \frac{1}{2} a \left(\frac{x}{v_{0,x}} \right)^2 \quad (3)$$

La aceleración debida al campo eléctrico es como se indica en (4)

$$a = \frac{qE}{m} \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (3) se obtiene la ecuación de la trayectoria del electrón que se numera como (5)

$$y = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} \left(\frac{x}{v_{0,x}} \right)^2$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{qE}{m v_{0,x}^2} x^2 \quad (5)$$

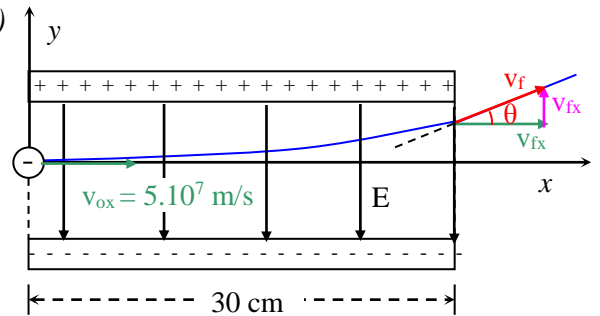


Fig.4

Derivando la expresión (5) con respecto a x se obtiene la ecuación (6)

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_P = \frac{qE}{m v_{0,x}^2} x = \text{tg } \theta \quad (6)$$

Del segundo y tercer miembro de la igualdad, se puede obtener la magnitud del campo eléctrico, tal como se indica en (7):

$$E = \frac{\text{tg } \theta \cdot m \cdot v_{0,x}^2}{q \cdot x} \quad (7)$$

$$E = \frac{\text{tg } 26^\circ \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (5 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \text{C} \cdot 0,30 \text{ m}}$$

$$E = 23141,9 \text{ N/C}$$

b) Para calcular la energía cinética del electrón, debemos conocer cuál es la velocidad final del electrón. Recordar que $v_{fx} = v_{ox}$. En la Fig.4 se dibujó de color azul la trayectoria del electrón (semiparabólica en el interior de las placas y rectilínea cuando egresa), y se muestran las componentes de la velocidad final (v_{fx} y v_{fy}) y la velocidad final (v_f) en el instante en el que el electrón egresa del campo eléctrico. En ella puede verse que el ángulo dado como dato (26°) posibilita establecer la relación trigonométrica entre las componentes de la velocidad final:

$$\text{tg } \theta = \frac{v_{f,y}}{v_{f,x}} \Rightarrow v_{f,y} = \text{tg } \theta \cdot v_{f,x} \Rightarrow v_{f,y} = \text{tg } 26^\circ \cdot 5 \cdot 10^7 \text{ m/s} \Rightarrow v_{f,y} = 2,44 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$v_f = \sqrt{(v_{f,x})^2 + (v_{f,y})^2}$$

$$v_f = \sqrt{(5 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2 + (2,44 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2}$$

$$v_f = 5,56 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Finalmente:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2$$

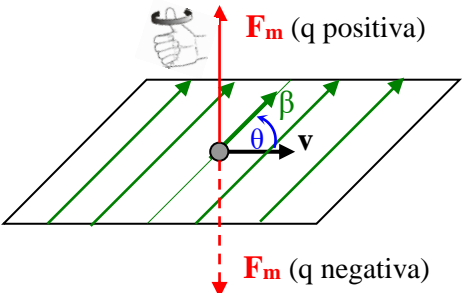
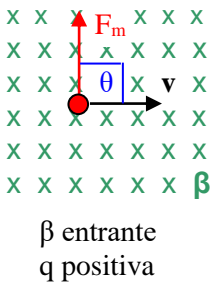
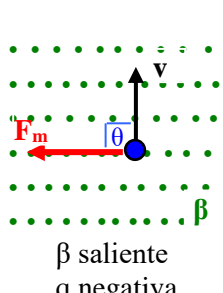
$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (5,56 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2$$

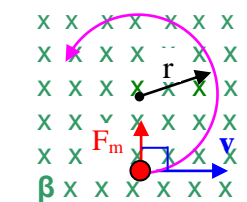
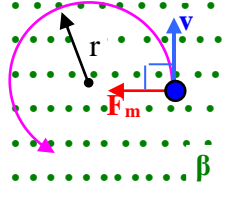
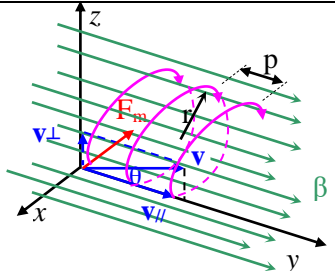
$$E_k = 1,41 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

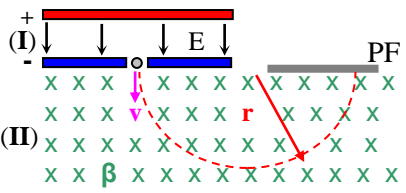
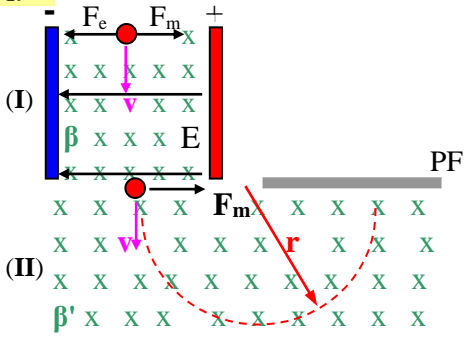
Rta: a) $E = 23141,9 \text{ N/C}$, b) $E_k = 1,41 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

CAPÍTULO 2: INTERACCIÓN MAGNÉTICA

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Fuerza magnética sobre una carga en movimiento en un campo magnético			
$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{\beta}$	$ F_m = q v \beta \text{sen}\theta$	$[\beta] = \left[\frac{F}{q \cdot v} \right] = T$	$T = \frac{N}{C \frac{m}{s}} = \frac{kg}{C \cdot s}$
 <p style="text-align: center;">F_m (q positiva) F_m (q negativa)</p>	 <p style="text-align: center;">β entrante q positiva</p>	 <p style="text-align: center;">β saliente q negativa</p>	

Movimiento de una carga en un campo magnético			
$r = \frac{mv}{q\beta}$	$\omega = \frac{q}{m} \beta$	$v_{paralela} = v \cdot \cos\theta \Rightarrow$ Movimiento de traslación (MRU)	$v_{perpendicular} = v \cdot \text{sen}\theta \Rightarrow$ Movimiento de rotación (MCU)
 <p style="text-align: center;">β entrante; q positiva $v \perp \beta$</p>	 <p style="text-align: center;">β saliente; q negativa $v \perp \beta$</p>	 <p style="text-align: center;">La velocidad de +q no es \perp a β</p>	

Espectrómetros Masas	
<p>Dempster</p> $\sum E_{ko} + E_{po} = \sum E_{kf} + E_{pf}$ $qV_{ab} = \frac{1}{2}mv_f^2 \text{ (I)}$ $r = \frac{mv}{q\beta} \text{ (II)}$ <div style="text-align: center; padding: 10px;">  </div>	<p>Bainbridge</p> $F_e = F_m$ $qE = qv\beta \Rightarrow v = \frac{E}{\beta} \text{ (I)}$ $r = \frac{mv}{q\beta} \text{ (II)}$ <div style="text-align: center; padding: 10px;">  </div>

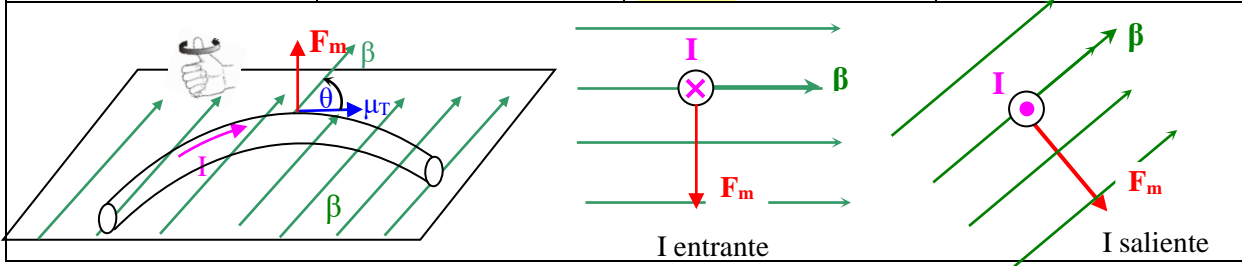
Fuerza magnética sobre una corriente eléctrica

$$\vec{F}_m = IL\vec{\mu}_T \times \vec{\beta}$$

$$|F_m| = I.L.|\beta|\text{sen}\theta$$

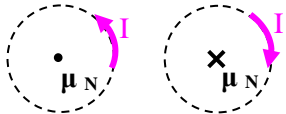
$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$[I] = \frac{C}{s} = A$$



Torque magnético sobre una corriente eléctrica

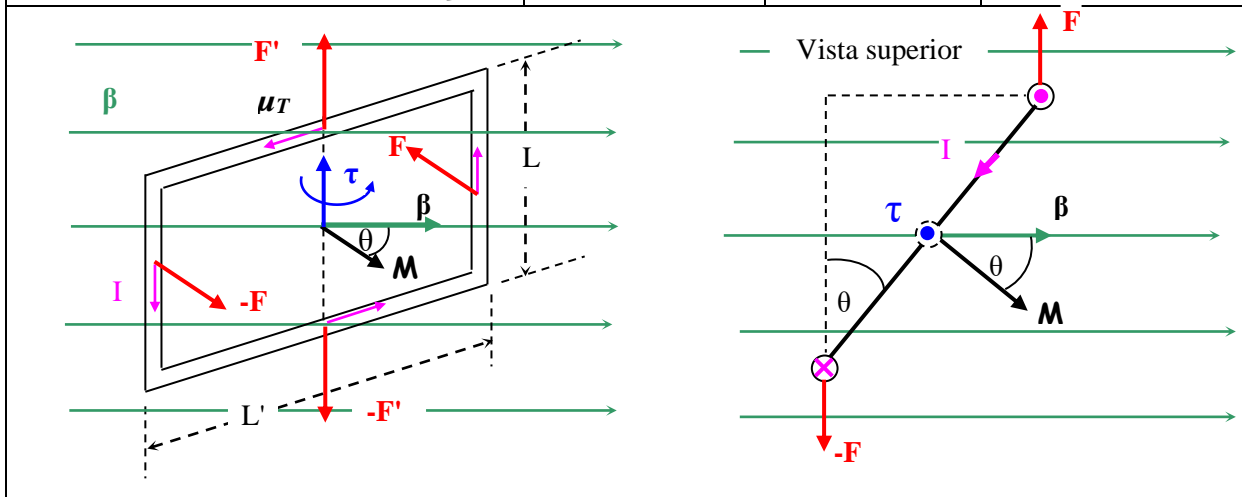
$$M = IS\vec{\mu}_N$$



$$\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{\beta}$$

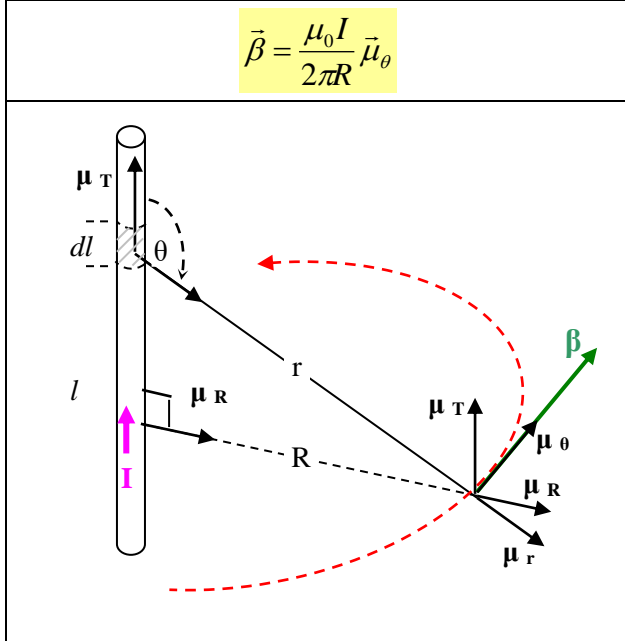
$$\vec{\tau} = IS\vec{\mu}_N \times \vec{\beta}$$

$$|\tau| = IS|\beta|\text{sen}\theta$$

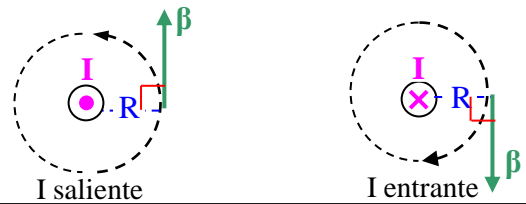


Campo magnético de una corriente rectilínea

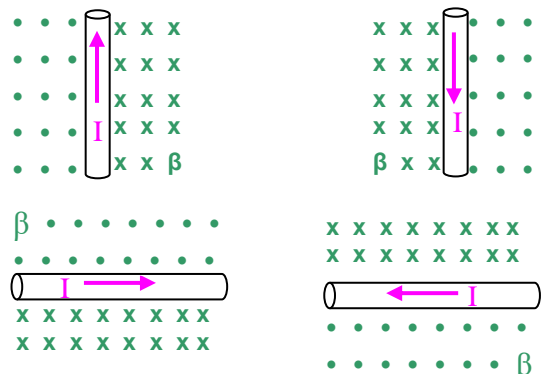
$$\vec{\beta} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{\mu}_\theta$$

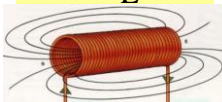
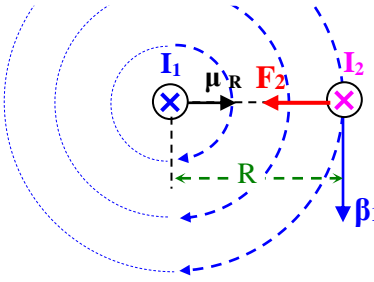
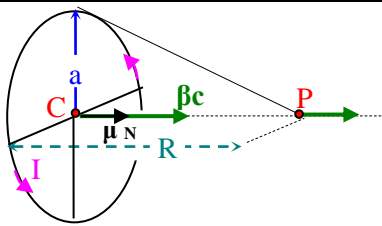
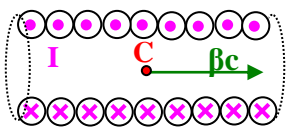
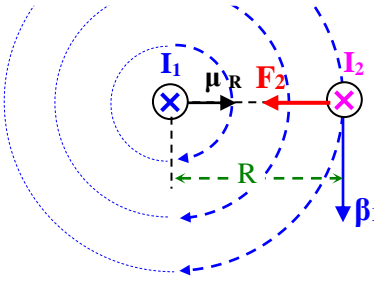


Corte transversal del conductor



Vistas laterales



Campo magnético de una corriente circular	Campo magnético de un solenoide	Fuerza entre corrientes
$\vec{\beta}_P = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + R^2)^{3/2}} \vec{\mu}_N$ <p>si $R = 0 \Rightarrow \vec{\beta}_C = \frac{\mu_0 I}{2a} \vec{\mu}_N$</p>	$\vec{\beta}_C = \frac{N\mu_0 I}{L} \vec{\mu}_N$ 	$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi R} (-\vec{\mu}_R)$ 
	 <p>Corte transversal</p>	

INTERACCIÓN MAGNÉTICA

PROBLEMAS PROPUESTOS

1: (a) Determine la dirección de la fuerza que se ejerce sobre un protón que se desplaza en un campo magnético para cada situación representada en la Fig.1 (b) Repetir el problema si la partícula es un electrón.

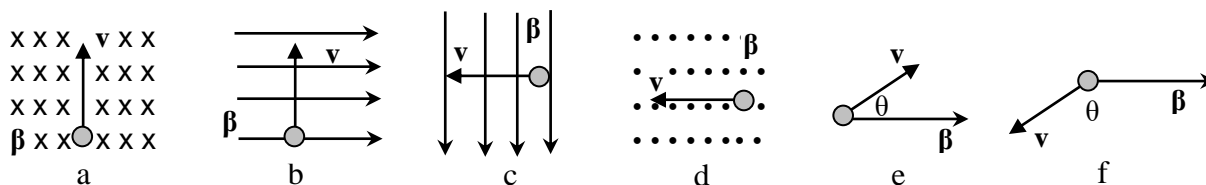


Fig.1

Rta: a) horizontal hacia la izquierda; b) perpendicular al papel, alejándose del lector; c) perpendicular al papel, acercándose al lector; d) vertical hacia arriba; e) perpendicular al papel, alejándose del lector; f) perpendicular al papel, acercándose al lector.

2: Determine la dirección del campo magnético que actúa sobre una partícula con carga positiva que se desplaza en las diferentes situaciones que se muestran en la Fig.2, si la dirección de la fuerza magnética que se ejerce sobre ella es como se indica.

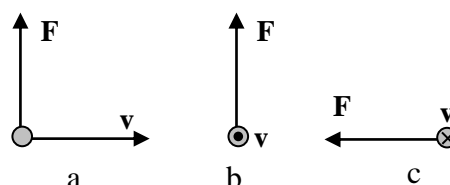


Fig.2

3: Un protón ingresa perpendicularmente a un campo magnético terrestre de intensidad igual a $1,3 \cdot 10^{-7}$ T. ¿Cuál es la fuerza que soporta el protón si la velocidad con que se traslada es de $6,2 \cdot 10^5$ m/s?

Rta: $1,29 \cdot 10^{-20}$ N, perpendicular al plano formado por el vector velocidad y el vector campo magnético en el sentido del producto vectorial: $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\beta}$

4: Un protón viaja con una velocidad de $3 \cdot 10^6$ m/s formando un ángulo de 38° respecto a la dirección de un campo magnético de 0,3 T. (a) ¿Cuáles es la magnitud de la fuerza magnética sobre el protón? y (b) ¿Qué aceleración experimenta el protón?

5: Un electrón que inicialmente está en reposo se acelera a través de una diferencia de potencial de 240 V y después entra en una región donde hay un campo magnético uniforme de 1,7 T. (a) ¿Cuál es la máxima magnitud de la fuerza magnética que esta carga puede experimentar? (b) ¿Y la mínima?

Rta: a) $2,5 \cdot 10^{-12}$ N; b) 0

6: (a) ¿Qué fuerza magnética experimenta un electrón que se mueve con una velocidad de 1,5 m/s en un campo magnético uniforme cuya intensidad es de 0,5 T, si la velocidad es perpendicular al campo? (b) ¿Cuál es la aceleración que adquiere debido a esa fuerza? (c) ¿Cuál es el valor de la órbita circular que describe el electrón bajo esas condiciones? (d) Grafique los vectores \mathbf{v} , $\boldsymbol{\beta}$, \mathbf{F}_m , \mathbf{a} , e indique el sentido de giro.

7: Un protón ingresa a un campo magnético uniforme de 1,5 T con un ángulo de 30° y una velocidad de $1 \cdot 10^7$ m/s. Calcular: (a) el radio de la hélice descripta. (b) la distancia que avanza por revolución o paso de la hélice y (c) la frecuencia de rotación en el campo.

Rta: a) $3,47 \cdot 10^{-2}$ m; b) $3,78 \cdot 10^{-1}$ m; c) $2,29 \cdot 10^7$ Hz

8: Se dispara una partícula cargada perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0,01 T. Si la carga es $+2 \mu\text{C}$, la energía cinética es de 0,08 J y describe una trayectoria circular de 3 m de radio en el campo magnético, ¿cuál es su masa?

9: Un deuterón (núcleo del isótopo del hidrógeno de masa muy cercana a 2 uma) describe una órbita circular de 40 cm de radio en un campo magnético de intensidad igual a 1,5 T. Calcular: (a) la velocidad del deuterón; (b) el tiempo que tarda en dar media revolución y (c) la diferencia de potencial a la que se debería acelerar para que el deuterón adquiriera la velocidad del apartado (a).

Rta: a) $2,89 \cdot 10^7$ m/s; b) $4,35 \cdot 10^{-8}$ s; c) $8,67 \cdot 10^6$ V

10: Un núcleo de tritio, isótopo del hidrógeno de masa muy cercana a 3 uma, describe una órbita circular de 50 cm de radio en un campo magnético de intensidad igual a 1,25 T. Calcular: (a) la velocidad del tritón; (b) el tiempo que tarda en dar media revolución y (c) la diferencia de potencial a la que se debería acelerar para que el tritón adquiriera la velocidad del apartado (a).

11: Un electrón que ingresa perpendicularmente a un campo magnético por un punto A con una velocidad de $1 \cdot 10^8$ m/s sigue una trayectoria circular hasta B como indica la Fig.3. Si la distancia entre estos dos puntos es de 10 cm determinar: (a) la magnitud y la dirección del campo magnético β y (b) el tiempo que emplea el electrón en recorrer el arco AB.

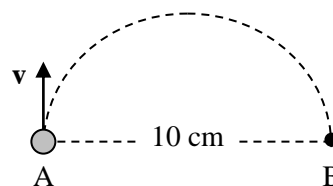


Fig.3

Rta: a) $1,14 \cdot 10^{-2}$ T; b) $1,57 \cdot 10^{-9}$ s

12: Un ciclotrón cuyo radio de las "D" es de 0,53 m tiene una frecuencia de oscilación de $12 \cdot 10^6$ ciclos/s. Determinar: (a) el valor del campo magnético β para acelerar deuterones y (b) la energía final que adquieren.

13: Un ion positivo con una sola carga tiene una masa de $2,5 \cdot 10^{-26}$ kg. Después de acelerarse a través de una diferencia de potencial de 200 V, el ion entra en un campo magnético de 0,5 T, en dirección perpendicular al campo como muestra la Fig.4. Calcule el radio de la trayectoria del ion en el campo.

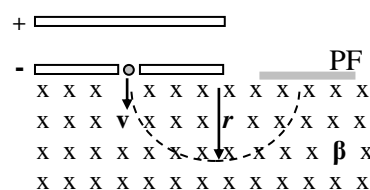


Fig.4

Rta: $1,58 \cdot 10^{-2}$ m

14: Se aceleran protones a través de una diferencia de potencial de $1,5 \cdot 10^5$ V partiendo del reposo. Luego se los inyecta, perpendicularmente, a una región donde hay un campo magnético uniforme de 0,95 T. (a) Calcular el radio de la trayectoria circular en la segunda región. (b) ¿Cuál es la velocidad angular de los protones?

15: En un espectrómetro de masas de Dempster, una diferencia de potencial de 1000 V hace que los iones de Mg^{24} con carga $+e$ describan una trayectoria circular de radio r , como muestra la Fig. 5. (a) ¿Cuál será el radio de los iones Mg^{25} (en función del radio de Mg^{24}) si se los acelera con el mismo potencial? (b) ¿Qué diferencia de potencial haría que los iones de Mg^{25} describieran una trayectoria del mismo radio?

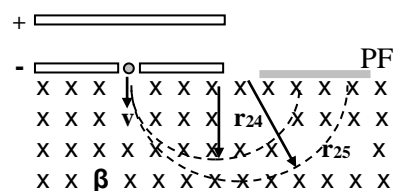


Fig.5

(Suponer que las masas son iguales en una al número másico indicado como superíndice a la derecha del símbolo químico)

Rta: a) $r_{25} = 1,02 r_{24}$; b) 959 V

16: Un ión, con carga $+e$, que parte del reposo en el vacío es acelerado por dos placas paralelas entre las que existe una diferencia de potencial de 1200 V. Al salir de la segunda placa, el ión se mueve bajo la acción de un campo magnético de 0,1 T, perpendicular a su trayectoria de 0,3 m de radio. ¿Cuál será la masa del ión si su carga es la de un electrón?

17: Se disparan partículas cargadas dentro de una región donde hay dos campos cruzados perpendiculares; uno magnético de 0,1 T y otro eléctrico generado por dos placas paralelas separadas una distancia de 2 cm, como muestra la Fig.6.

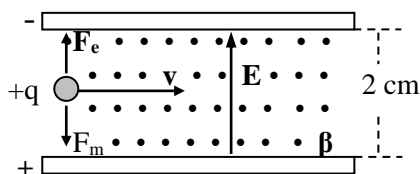


Fig. 6

¿Cuál es la velocidad de la partícula de incidencia normal al plano de los dos campos que no sufre desviación cuando entre sus placas existe una tensión de 300 V?

Rta: $1,5 \cdot 10^5$ m/s

18: (a) ¿Cuál es la velocidad de un haz de electrones cuando la influencia simultánea de un campo eléctrico de $3,4 \cdot 10^5$ V/m y de un campo magnético de 2 T perpendicular a él y al haz, no produce desviación alguna de los electrones? (b) ¿Cuál es la órbita electrónica cuando se suprime el campo eléctrico? (c) Grafique y muestre en un gráfico el radio y los vectores F_e , F_m , E , B y v .

19: Considere el espectrómetro de masas de Bainbridge que se muestra esquematizado en la Fig.7. El campo eléctrico entre las placas del selector de velocidades es de 950 N/C y los campos magnéticos (tanto en el selector de velocidades como en la cámara de desviación) tienen la misma magnitud de 0,95 T. Calcule el radio de la trayectoria en el sistema para un ion cargado ($+e$) con masa $2,18 \cdot 10^{-26}$ kg.

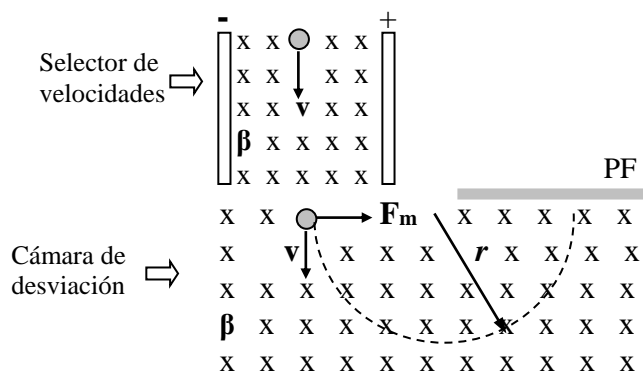


Fig. 7

Rta: $1,43 \cdot 10^{-4}$ m

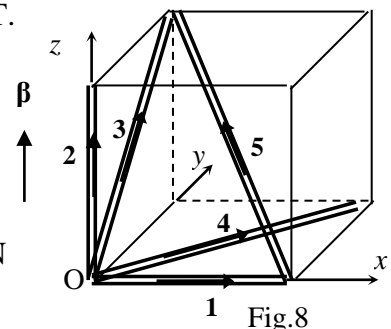
20: Se utiliza un espectrómetro de masas para examinar los isótopos del uranio. Los iones del haz emergen del selector de velocidades con una velocidad de $3,2 \cdot 10^5$ m/s y entran en un campo magnético uniforme de 0,65 T cuya dirección es perpendicular a la velocidad de los iones. ¿Cuál es la distancia entre los puntos de impacto que sobre la placa fotográfica forman los iones de U^{235} y U^{238} con una sola carga?

21: En un espectrómetro de masas de Brainbridge, el campo eléctrico entre las placas paralelas es de $1,5 \cdot 10^4$ V/m y ambos campos magnéticos son de 0,5 T. Si la fuente que contiene los tres isótopos del magnesio (Mg^{24} , Mg^{25} y Mg^{26}) y los iones tienen carga +e, encontrar la distancia entre las líneas formadas por los tres isótopos sobre la placa fotográfica. (Suponer que las masas son iguales en una al número másico indicado como superíndice a la derecha del símbolo químico)

Rta: $1,245 \cdot 10^{-3}$ m

22: La tierra tiene un campo magnético de $6 \cdot 10^{-5}$ T. En el plano determinado por los puntos cardinales el vector campo magnético se encuentra en una dirección oeste 75° sur y un sentido hacia el SO. Un alambre recto de 10 m de largo conduce una corriente de 15 A. (a) Si la dirección de la corriente es horizontal hacia el este, ¿cuáles son la magnitud y dirección de la fuerza magnética que se ejerce sobre el alambre? (b) ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la fuerza si la dirección de la corriente es vertical y hacia arriba?

23: Encontrar la fuerza sobre cada uno de los segmentos de alambre de la Fig. 8, si por ellos circula una corriente de 2 A en el sentido indicado con flechas, la arista del cubo mide 0,1 m y el campo magnético, paralelo al eje OZ, tiene un módulo de 1,5 T.



Rta: $F_1 = F_3 = 0,3$ N; $F_2 = 0$; $F_4 = F_5 = 0,424$ N

24: Un alambre horizontal con una densidad lineal de masa de 0,60 g/m y un sistema de corredera conduce una corriente de 2 A y se halla en un campo magnético constante, cuya intensidad es de $4 \cdot 10^{-3}$ T, que es horizontal y perpendicular al alambre como muestra la Fig.9. Cuando el alambre comienza a subir, a partir del reposo, (a) ¿cuál es la aceleración que adquiere? y (b) ¿cuánto tiempo le toma subir 50 cm? No tome en cuenta el campo magnético de la Tierra.

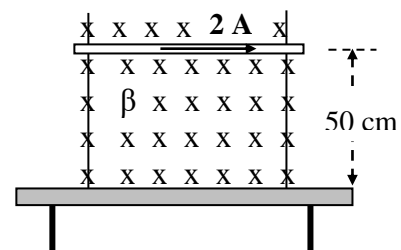


Fig 9

25: Una espira circular de 30 cm de diámetro se coloca en un campo magnético uniforme de 0,45 T formando un ángulo de 30° con las líneas del campo. ¿Cuál es el torque sobre la espira, si por ella circula una corriente de 5 mA?

Rta: $1,37 \cdot 10^{-4}$ Nm

26: Una bobina de 8 espiras encierra un área elíptica que tiene un eje mayor (a) de 50 cm y un eje menor (b) de 30 cm. La bobina yace sobre el plano de la página y una corriente de 6,5 A fluye en ella en el sentido de las manecillas del reloj. Si la bobina está en un campo magnético uniforme de $2 \cdot 10^{-4}$ T, paralelo a la página y dirigido hacia la izquierda como muestra la Fig. 10; ¿cuál es la magnitud, dirección y sentido del torque magnético que se ejerce sobre la espira?

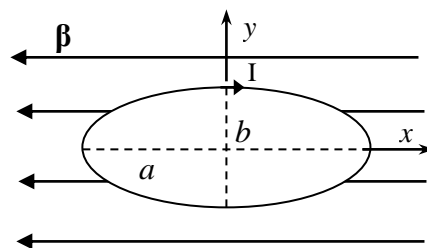


Fig.10

(Recuerde que la superficie de una elipse está dada por $A = \pi a b$)

27: El plano de una espira de alambre de 5 cm por 8 cm es paralelo a un campo magnético β de 0,15 T. Si una corriente de 10 A circula por la ella, calcular: (a) el momento magnético de la espira; (b) el torque que actúa sobre la espira y (c) el torque máximo que se puede obtener con esa corriente si se puede alterar la superficie rectangular y sustituir por otra circular de igual perímetro y mayor superficie.

Rta: a) $4 \cdot 10^{-2}$ Am²; b) $6 \cdot 10^{-3}$ Nm ; c) $8,07 \cdot 10^{-3}$ Nm

28: Un lazo rectangular se compone de 100 espiras estrechamente enrolladas y sus dimensiones son de 40 cm y 30 cm como muestra la Fig.11. El lazo puede girar alrededor del eje y y su plano forma un ángulo de 30° con el eje x. (a) ¿Cuál es la magnitud del momento de torsión que un campo magnético uniforme de 0,8 T dirigido a lo largo del eje “+ x” ejerce sobre el lazo cuando la corriente en el devanado tiene un valor de 1,2 A en la dirección que se muestra? (b) ¿Cuánto vale el vector torque magnético? (c) ¿En qué dirección se esperaría que girase el lazo?

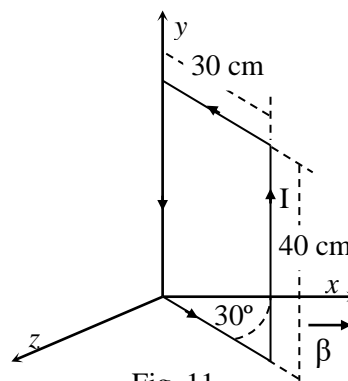


Fig. 11

14,4 A m²; b) 9,98 Nm (+ μ_y); c) girará hacia el eje + x

29: La espira rectangular de la Fig.12 puede girar alrededor del eje vertical “y” y lleva una corriente de 10 A en el sentido indicado. Si la espira está en un campo magnético uniforme de 0,2 T, paralelo al eje z. Calcular: (a) la fuerza, en Newton, sobre cada lado de la espira; y (b) el torque necesario para mantener la espira en la posición que se muestra. (c) ¿Qué torque se requeriría si la espira pudiera girar alrededor de un eje paralelo al eje “y” que pase por su centro?

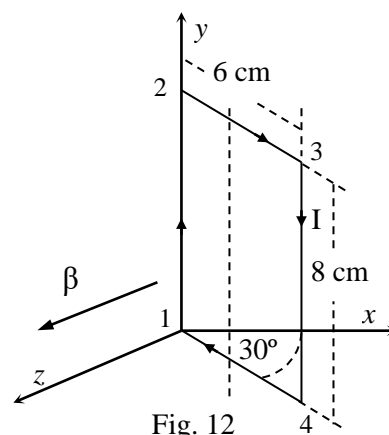


Fig. 12

Rta: a) $F_{12} = 0,16$ N (+ μ_x); $F_{23} = 0,104$ N (- μ_y); $F_{34} = -F_{12}$; $F_{41} = -F_{23}$; b) $4,8 \cdot 10^{-3}$ Nm (- μ_y); c) el mismo

30: La espira rectangular de alambre mostrada en la Fig.13 tiene 6 cm x 8 cm de dimensiones, una densidad lineal de masa de 0,1 g/cm y puede girar sin roce alrededor del lado AB. Por el alambre circula una corriente de 10 A en sentido indicado. (a) Calcular el módulo y el sentido del campo magnético β paralelo al eje "y" que hará que la espira gire hasta que su plano forme un ángulo de 30° con el plano yz. (b) Recalcular para el caso en que el campo es paralelo al eje x.

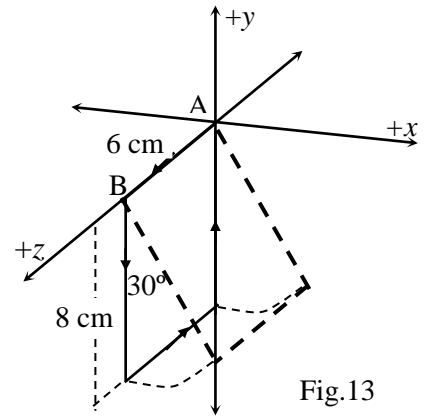


Fig.13

31: La bobina de un galvanómetro de bobina móvil tiene 50 vueltas y encierra un área de 6 cm^2 . El campo magnético en la región en la cual se mueve la bobina es de 0,01 T y es radial como muestra la Fig.14, la constante de torsión de la suspensión es $1 \cdot 10^{-6} \text{ Nm}^\circ$. Encontrar la desviación angular de la bobina para una corriente de 1 mA.

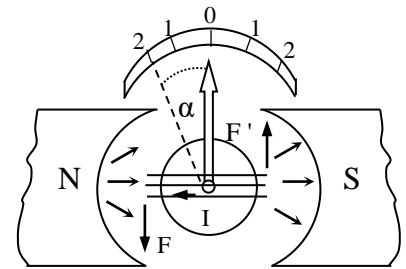


Fig.14

Rta: $0^\circ,3$

32: Un alambre muy largo conduce una corriente de 3 A a lo largo del eje +x y otro alambre largo conduce una corriente de 5 A a lo largo del eje +y como muestra la Fig.15. ¿Cuál es el campo magnético en un punto P situado en $x = 4 \text{ m}$ e $y = 3 \text{ m}$?

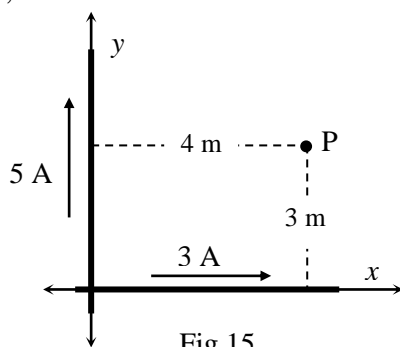


Fig.15

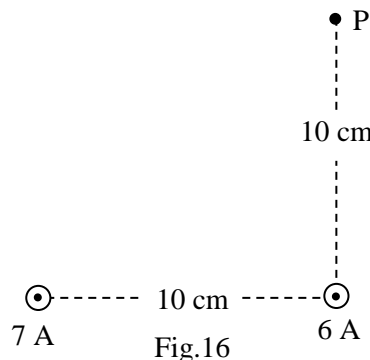


Fig.16

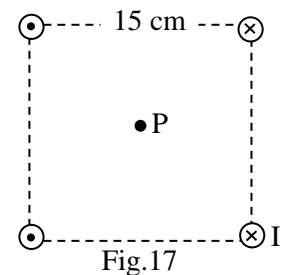


Fig.17

33: Los alambres de la Fig. 16 conducen corrientes de 7 A y 6 A en las direcciones que se indican. Determine la dirección, sentido y magnitud del campo magnético en: (a) un punto equidistante a los alambres sobre el eje que une los conductores y (b) en el punto P.

Rta: a) $4 \cdot 10^{-6} \text{ T}$; $(+ \mu_y)$; b) $2,04 \cdot 10^{-5} \text{ T}$; $159,68^\circ$

34: Cuatro conductores largos y paralelos transportan corrientes, cada uno de 5 A. la Fig.17 muestra los conductores vistos desde un extremo (en los dos derechos la corriente I entra). Calcule la magnitud y la dirección del campo magnético en un punto P, centro del cuadrado de 0,15 m de lado.

35: Dos alambres paralelos transportan corrientes en direcciones opuestas, como muestra la Fig.18. Uno de ellos transporta una corriente de 9 A. (a) ¿Qué corriente deberá circular por el otro conductor para que el campo magnético en C sea nulo? (b) Con ese valor de intensidad de corriente, ¿cuánto vale el campo magnético en el punto medio A?

Rta: a) 27 A; b) $1,2 \cdot 10^{-4}$ T; 90°

36: Los dos alambres paralelos, separados una distancia de 10 cm, conducen corrientes de 5 A en sentidos opuestos como se observa en la Fig.19. Determine la dirección y la magnitud del campo magnético neto en: (a) en un punto a la mitad del camino entre los dos alambres, (b) en un punto a 10 cm a la derecha del alambre derecho, (c) en un punto a 20 cm a la izquierda del alambre izquierdo.

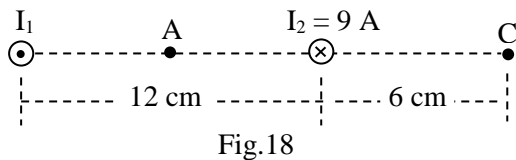


Fig.18

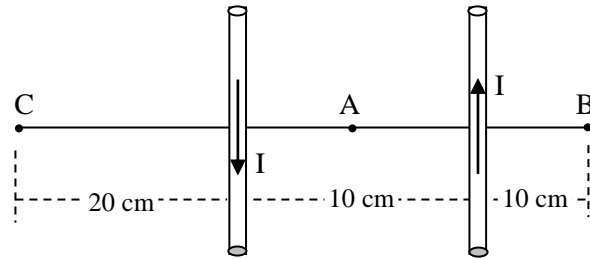


Fig.19

37: Dos largos alambres rectos y paralelos están separados por una distancia $2a$. Si por ellos circulan corrientes iguales en sentidos opuestos, ¿cuál es el campo magnético, en puntos del plano de los alambres, en un punto (a) equidistante de ambos; (b) a una distancia a de uno y $3a$ del otro? (c) Repetir los puntos anteriores cuando por los alambres circulan corrientes iguales en el mismo sentido.

Rta: a) $\mu_0 I/\pi a$; b) $\mu_0 I/3\pi a$; c) 0; $2\mu_0 I/3\pi a$

38: Dos alambres rectos y paralelos están a 100 cm uno del otro como muestra la Fig. 20. Por el alambre superior circula una corriente I_1 de 6 A hacia el plano del papel. (a) ¿Cuál debe ser la intensidad y sentido de la corriente I_2 para que el campo resultante en P sea nulo? (b) ¿Con ese valor de corriente cuál es el campo magnético resultante en Q y en S?

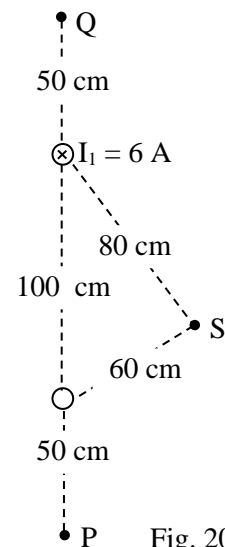


Fig. 20

39: Una corriente de 2,5 A circula por una bobina de vueltas muy juntas que tiene un diámetro de 0,4 m. ¿Cuántas vueltas debe tener para que el campo magnético en su centro sea $1,256 \cdot 10^{-4}$ T?

Rta: 16

40: Se tiene tres bobinas de 100 vueltas cada una de 0,10 m de radio y separadas entre sí por una distancia igual a su radio, como lo muestra la Fig.21.(a) Determinar el campo magnético en el punto P si la corriente es de 10 A en el sentido indicado. (b) Repetir el problema si en las bobinas de los extremos, la corriente circula en sentido contrario.

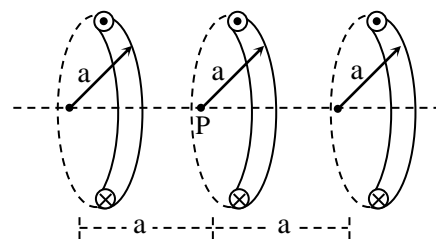


Fig.21

41: Dos espiras circulares de radio igual a 4 cm se hallan en planos paralelos a una distancia de 4 cm una de otra. Si por ellas fluyen corrientes iguales, de 2 A, hallar el campo magnético en el eje de las espiras, para un punto equidistante, cuando: (a) las corrientes fluyen en el mismo sentido y (b) las corrientes fluyen en sentido contrario.

Rta: a) $4,49 \cdot 10^{-5}$ T; b) 0

42: Un solenoide tiene 1,5 m de longitud y 2 cm de diámetro medio. Tiene cinco capas de espiras de 850 vueltas cada una y lleva una corriente de 5 A. (a) ¿Cuánto vale el campo magnético en su centro? (b) ¿Cuál es el flujo magnético para una sección transversal en su centro?

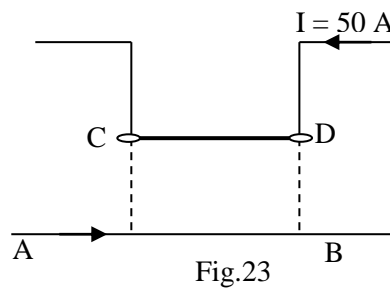
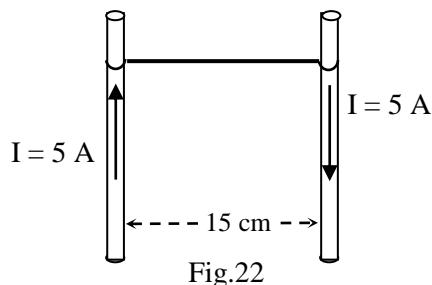
43: Un solenoide de 0,3 m de longitud está constituido por dos capas de alambre. La capa interna tiene 300 vueltas y la externa 250 vueltas. Por ambas capas circula una corriente de 3 A en el mismo sentido. Calcular el campo magnético en un punto cercano al centro del solenoide.

Rta: $6,9 \cdot 10^{-3}$ T

44: En la Fig.22 se representa un sistema de envío fuera de lo común. Entre dos conductores delgados se mantiene en su lugar un tramo de 15 cm de largo de un conductor que tiene libertad de movimiento. Cuando se dirige una corriente de 5 A como se muestra, el segmento de alambre se mueve hacia arriba con velocidad constante. Si la masa del alambre es de 15 g, determine la magnitud del campo mínimo necesario para mover el alambre y su dirección. (Desprecie la fricción sobre los conductores rectos)

45: Un alambre largo horizontal *AB* reposa sobre la superficie de una mesa como indica la Fig.23. Otro *CD*, situado directamente encima del primero, tiene una longitud de 1 m y se puede deslizar, hacia arriba o hacia abajo, por las guías metálicas verticales *C* y *D*. Los dos alambres están conectados mediante contactos corredizos y por ellos circula una corriente de 50 A. Si la densidad lineal del alambre *CD* es de $5 \cdot 10^{-3}$ kg/m ¿a qué altura quedará en equilibrio el alambre *CD* a causa de la fuerza magnética debida a la corriente que circula por el alambre *AB*?

Rta: 1,02 cm



46: Cierta solenoide tiene 100 espiras y una longitud de 1 cm. Determine el campo magnético en el interior del solenoide cuando el mismo conduce una corriente de 0,5 A.

Rta: $6,28 \cdot 10^{-3}$ T.

47: Un largo alambre recto y una espira rectangular yacen sobre una mesa. El lado de la espira paralelo al alambre tiene 30 cm de longitud y el lado perpendicular 50 cm. Las corrientes son $I_1 = 10 \text{ A}$ e $I_2 = 20 \text{ A}$. Calcular: (a) la fuerza resultante sobre la espira; (b) el torque sobre la espira con respecto al alambre recto y con respecto a la línea de trazo de la Fig.24.

Rta: a) $3,2 \cdot 10^{-5} \text{ N}$; b) 0

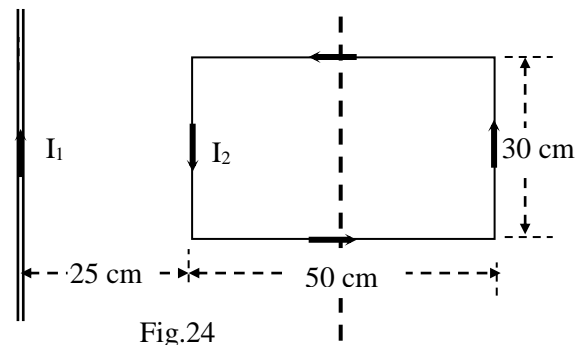


Fig.24

48: Un cable recto y una espira rectangular se hallan en el mismo plano, la distancia entre ambos y las dimensiones se señalan en la Fig.25. Por el conductor recto circula una corriente de 1 A en tanto que la corriente de la espira es de 2 A, ambas en los sentidos indicados. (a) Calcule la fuerza neta que se ejerce sobre la espira debido al campo magnético generado por el conductor recto. (b) ¿La espira se acerca o aleja del conductor debido a esa fuerza?

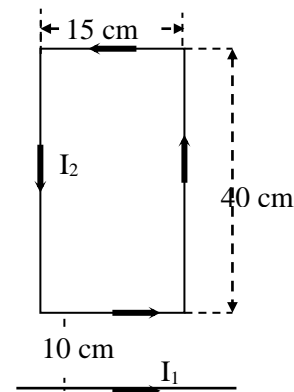


Fig.25

49: Dos alambres paralelos están colgados de un eje común por medio de hilos no conductores de 4 cm de longitud. Los alambres tienen una densidad lineal de masa igual a $5 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}$ y por ellos circula la misma corriente pero de sentido contrario. Si los hilos cuelgan formando un ángulo de 6° con la vertical ¿cuál es la corriente que circula por ellos?

Rta: a) 46,39 A

50: Dos conductores largos y paralelos transportan corrientes en la misma dirección, como muestra la Fig.26. El conductor 1 transporta una corriente de 150 A y se mantiene firmemente en su posición; el conductor 2 transporta la corriente I_2 y se le permite deslizarse hacia arriba o hacia abajo (paralelo a 1) entre un conjunto de guías no conductoras. Si la densidad de masa lineal del conductor 2 es de $0,10 \text{ g/cm}$; ¿qué valor de la corriente I_2 dará por resultado un equilibrio cuando la distancia entre los dos conductores es de 2,5 cm?

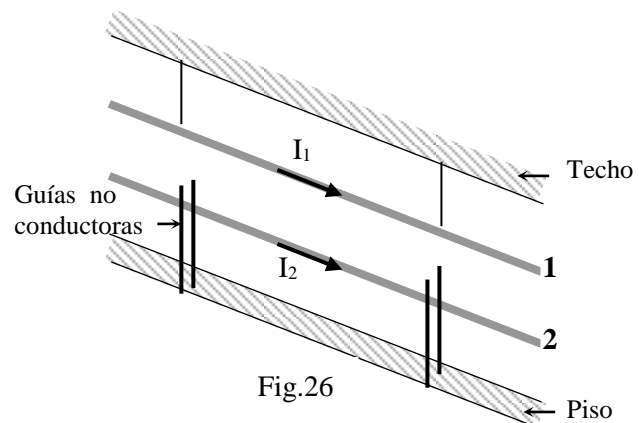


Fig.26

SELECCIÓN PROBLEMAS RESUELTOS

6: (a) ¿Qué fuerza magnética experimenta un electrón que se mueve con una velocidad de 1,5 m/s en un campo magnético uniforme cuya intensidad es de 0,5 T, si la velocidad es perpendicular al campo? (b) ¿Cuál es la aceleración que adquiere debido a esa fuerza? (c) ¿Cuál es el valor de la órbita circular que describe el electrón bajo esas condiciones? (d) Grafique los vectores \mathbf{v} , $\boldsymbol{\beta}$, \mathbf{F}_m , \mathbf{a} , e indique el sentido de giro.

Datos: electrón ($q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ C); $v = 1,5$ m/s; $\beta = 0,5$ T

Incog: a) F_m ; b) a ; c) r ; d) graficar

a) La fuerza magnética \mathbf{F}_m está dada por la expresión (1) donde q es representa la carga de partícula, \mathbf{v} el vector velocidad con la que se desplaza la partícula cargada y $\boldsymbol{\beta}$ es el vector campo magnético. Otra manera de representar la misma relación, se muestra en (2). En ella se han señalado con negrita los vectores \mathbf{F}_m , \mathbf{v} y $\boldsymbol{\beta}$.

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{\beta} \quad (1)$$

$$\mathbf{F}_m = q \mathbf{v} \times \boldsymbol{\beta} \quad (2)$$

El módulo de F_m es como se indica en (3) o (4), donde θ es el ángulo comprendido entre v y β .

$$|F_m| = q |v| |\beta| \cdot \text{sen} \theta \quad (3)$$

$$F_m = q v \beta \text{ sen } \theta \quad (4)$$

La dirección y sentido de F_m es igual a la dirección y sentido que se obtiene de realizar el producto vectorial entre v y β si la partícula es positiva y de sentido contrario al producto de $v \times \beta$ si la partícula es negativa.

La unidad de F_m en Sistema Internacional de Unidades es Newton (N). La unidad de campo magnético se denomina Tesla (T). Un Tesla es el valor de un campo magnético capaz de imprimirle una fuerza de un Newton a una partícula de un Coulomb que se desplaza a una velocidad de un metro por segundos.

$$T = \frac{N}{C \frac{m}{s}}$$

Sustituyendo N por sus unidades fundamentales y simplificando, se puede demostrar que un Tesla es igual a al cociente entre kg y el producto de C y segundo. Simbólicamente:

$$T = \frac{kg}{C \cdot s}$$

Esta última manera de expresar al Tesla es más práctica y así se empleará a lo largo de las resoluciones que se muestren.

El análisis dimensional de F_m empleando ambas notaciones es como se muestra a continuación:

$$[F_m] = [qv\beta \text{sen} \theta]$$

$$[F_m] = [q v \beta \text{ sen } \theta]$$

$$[F_m] = C \cdot \frac{m}{s} \cdot \frac{kg}{C \cdot s}$$

$$[F_m] = C \text{ m s}^{-1} \text{ kg C}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$[F_m] = \text{kg m s}^{-2} = \text{N}$$

$$[F_m] = N$$

La fuerza magnética que experimenta el electrón es:

$$F_m = q v \beta \sin \theta$$

$$[F_m] = [q v \beta \sin \theta]$$

$$F_m = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5 \cdot 0,5 \cdot \sin 90^\circ$$

$$[F_m] = C \cdot m \cdot s^{-1} \cdot kg \cdot C^{-1} \cdot s^{-1}$$

$$F_m = 1,2 \cdot 10^{-19} N$$

$$[F_m] = kg \cdot m \cdot s^{-2} = N$$

b) Para calcular la aceleración:

$$F_m = m a$$

$$[a] = [F_m/m]$$

$$a = F_m / m$$

$$[a] = N / kg = kg \cdot m \cdot s^{-2} / kg$$

$$a = 1,2 \cdot 10^{-19} N / 9,11 \cdot 10^{-31} kg$$

$$[a] = m / s^2$$

$$a = 1,32 \cdot 10^{11} m / s^2$$

c) Para calcular el radio de la órbita circular que describe el electrón que desplaza perpendicular a las líneas de campo magnético (sen $\theta=1$) se debe tener presente la definición de F_m (1) y la segunda ley de Newton (2), teniendo en cuenta que la aceleración centrípeta ($a=v^2/r$)

$$F_m = qv\beta \quad (1)$$

$$F_m = m \cdot a = m \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

Igualando los segundos miembros de (1) y (2) se tiene:

$$qv\beta = m \frac{v^2}{r}$$

de donde se obtiene el radio que describe una partícula cargada cuando ingresa con una velocidad que es perpendicular a las líneas de campo magnético (3)

$$r = \frac{mv}{q\beta} \quad (3)$$

$$r = m v / q \beta$$

$$[r] = [m v / q \beta]$$

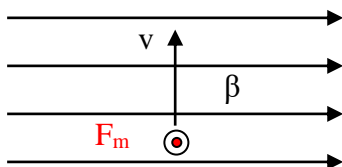
$$r = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,5 / 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5$$

$$[r] = kg \cdot m \cdot s^{-1} / C \cdot kg \cdot C^{-1} \cdot s^{-1}$$

$$r = 1,71 \cdot 10^{-11} m$$

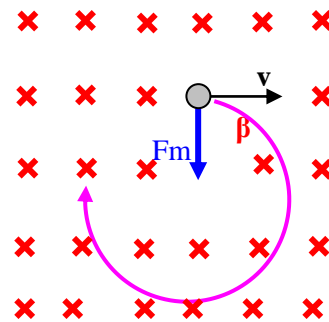
$$[r] = m$$

d) En el gráfico se ha representado un electrón que ingresa perpendicularmente a un campo magnético. Como la partícula tiene carga negativa, la fuerza es opuesta al sentido establecido por el producto vectorial $v \times \beta$.



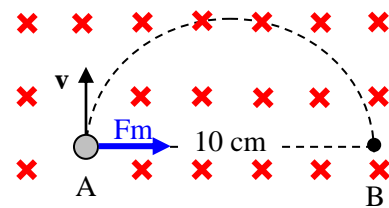
En este caso el plano de giro es un plano perpendicular al papel y el sentido de giro es "hacia el lector" o si se observara desde las colas de las líneas de campo magnético, "en el sentido de las agujas del reloj".

Para que la partícula gire en el plano del papel se debe disponer el campo magnético o la velocidad perpendicular al papel. En el segundo gráfico mostrado se optó por la primera condición. En él β entra (\times), la v es hacia la derecha, el producto $v \times \beta$ es vertical hacia arriba, pero como la carga es negativa, la F_m es vertical hacia abajo (en ese instante, hacia el centro de la órbita circular).



Rta: a) $1,210^{-19}$ N; b) $1,32 \cdot 10^{11}$ m/s²; c) $1,71 \cdot 10^{-11}$ m

11: Un electrón que ingresa perpendicularmente a un campo magnético por un punto A con una velocidad de $1 \cdot 10^8$ m/s sigue una trayectoria circular hasta B como indica la Fig.3. Si la distancia entre estos dos puntos es de 10 cm determinar: (a) la magnitud y la dirección del campo magnético β y (b) el tiempo que emplea el electrón en recorrer el arco AB. 4.



Datos: electrón ($q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ C); $v = 1 \cdot 10^8$ m/s, $r = 5$ cm

Incog: a) β (magnitud y dirección); b) t que tarda en recorrer el arco

a) En este caso, para hallar de módulo del campo magnético, se parte de la ecuación del radio de la órbita circular:

$$r = m v / q \beta$$

$$\beta = m v / r q$$

$$\beta = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1 \cdot 10^8 / 0,05 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

$$\beta = 1,14 \cdot 10^{-2} T$$

$$[\beta] = [m v / r q]$$

$$[\beta] = \text{kg m s}^{-1} / \text{m C}$$

$$[\beta] = \text{kg C}^{-1} \text{s}^{-1} = T$$

Para determinar la dirección y sentido del campo, se debe ubicar la fuerza magnética, para que el electrón recorra el arco AB la fuerza deberá ser horizontal y apuntar hacia la derecha. Luego como el vector velocidad y fuerza están en plano del papel, el campo magnético deberá ser perpendicular al plano. De las dos posibilidades existentes, se elige la de vector "entrando" al papel, porque la carga del electrón es negativa (recordar que la dirección de F_m se obtiene del producto vectorial $v \times \beta$ y se debe invertir el resultado cuando q es negativa).

b) Para determinar el tiempo que tarda el electrón en dar media vuelta, recurrimos a las ecuaciones de movimiento circular uniforme. Se puede calcular la velocidad (w)

$$\omega = v/r = 1 \cdot 10^8 / 0,05$$

$$\omega = 2 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

$$[\omega] = [v / r]$$

$$[\omega] = \text{m s}^{-1} / \text{m}$$

$$[\omega] = \text{s}^{-1}$$

Recordando la relación entre velocidad angular y frecuencia (ν) por un lado; y la relación inversa entre frecuencia y el período (T) se tiene:

$$\omega = 2 \pi \nu \Rightarrow \nu = \omega / 2 \pi$$

$$T = 1/\nu = 2 \pi / \omega$$

El tiempo solicitado es el tiempo de media revolución, por lo tanto se trata del semiperíodo:

$$t = T/2 = \pi / \omega$$

$$t = \pi / 2 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

$$t = 1,57 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Rta: a) $1,14 \cdot 10^{-2} \text{ T}$; b) $1,57 \cdot 10^{-9} \text{ s}$

15: En un espectrómetro de masas de Dempster, una diferencia de potencial de 1000 V hace que los iones de Mg^{24} con carga $+e$ describan una trayectoria circular de radio r , como muestra la Fig. 5. **(a)** ¿Cuál será el radio de los iones Mg^{25} (en función del radio de Mg^{24}) si se los acelera con el mismo potencial? **(b)** ¿Qué diferencia de potencial haría que los iones de Mg^{25} describieran una trayectoria del mismo radio?

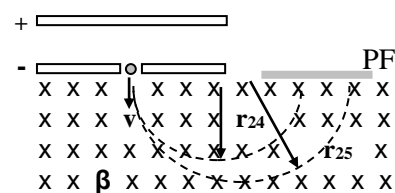


Fig.5

(Suponer que las masas son iguales en un número másico indicado como superíndice a la derecha del símbolo químico)

Datos: $V = 1000 \text{ V}$; Mg^{24} : $m = 24 \text{ uma}$; $q = +qe$

Incog: a) $r_{25} = f(r_{24})$; b) $V_{(25)}$ que haría que $r_{24} = r_{25}$

a) Debemos primeramente calcular las velocidades finales de los dos isótopos del magnesio empleando la ecuación (1 o la simplificada 2) que se obtiene del principio de conservación de la energía.

$$\sum E_o = \sum E_f$$

$$E_{k_a} + E_{p_a} = E_{k_b} + E_{p_b}$$

$$0 + q V_a = \frac{1}{2} m v_f^2 + q V_b$$

$$q V_a - q V_b = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$q (V_a - V_b) = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$qV_{ab} = \frac{1}{2}mv_f^2 \quad (1)$$

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

De donde se puede obtener la magnitud de la velocidad (3):

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad (3)$$

En (3) se aprecia que la velocidad con que la que llegue una partícula cargada que partió del reposo y se acelera a través de un campo eléctrico uniforme (generado por una diferencia de potencial) es directamente proporcional a la carga y a la diferencia de potencial e inversamente proporcional a la masa. En otros términos, si se mantienen constante la carga y la diferencia de potencial y sólo se cambia la masa, es de esperar que la partícula de menor masa tenga una velocidad final mayor que la partícula de mayor masa (simbólicamente si: $m_1 < m_2 \Rightarrow v_1 > v_2$).

La unidad de la velocidad es:

$$[v] = [(2qV/m)^{1/2}]$$

$$[v] = (C J C^{-1} / kg)^{1/2}$$

$$[v] = (kg m^2 s^{-2} / kg)^{1/2}$$

$$[v] = m/s$$

$$v_{24} = (2qV/m_{24})^{1/2}$$

$$v_{24} = (2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 / 24 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27})^{1/2}$$

$$v_{24} = 89622 \text{ m/s}$$

$$v_{25} = (2qV/m_{25})^{1/2}$$

$$v_{24} = (2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 / 25 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27})^{1/2}$$

$$v_{24} = 87548 \text{ m/s}$$

Ahora planteamos la ecuación de radio para cada isótopo:

$$r = m v / q \beta$$

$$r_{24} = m_{24} v_{24} / q \beta \quad (4)$$

$$r_{25} = m_{25} v_{25} / q \beta \quad (5)$$

Dividiendo la ecuación (4) y (5) se obtiene:

$$r_{24} / r_{25} = m_{24} v_{24} / m_{25} v_{25}$$

$$r_{25} = r_{24} m_{25} v_{25} / m_{24} v_{24}$$

$$r_{25} = r_{24} \cdot 25 \cdot 87548 / 24 \cdot 89622$$

$$r_{25} = 1,01 \cdot r_{24}$$

b) Si los radios son iguales, se puede igualar las ecuaciones (4) y (5) para calcular la velocidad que tendrán los isótopos de Mg^{25} y finalmente la diferencia de potencial a la que se deberán acelerar para que se cumpla la igual de radios.

$$m_{24} v_{24} / q \beta = m_{25} v_{25} / q \beta$$

$$[v] = [m_{24} v_{24} / m_{25}]$$

$$v_{25} = m_{24} v_{24} / m_{25}$$

$$[v] = \text{kg m s}^{-1} / \text{kg}$$

$$v_{25} = 24.89622 / 25$$

$$[v] = \text{m/s}$$

$$v_{25} = \mathbf{86037 \text{ m/s}}$$

$$q V_{25} = \frac{1}{2} m v_{25}^2$$

$$[V] = [m v^2 / 2 q]$$

$$V_{25} = m v_{25}^2 / 2 q$$

$$[V] = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} / \text{C}$$

$$V = 25.166 \cdot 10^{-27} (86037)^2 / 2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}$$

$$[V] = \text{J} / \text{C} = \text{V}$$

$$V = \mathbf{960V}$$

Rta: a) $r_{25} = 1,02 r_{24}$; b) 960 V

18: (a) ¿Cuál es la velocidad de un haz de electrones cuando la influencia simultánea de un campo eléctrico de $3,4 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ y de un campo magnético de 2 T perpendicular a él y al haz, no produce desviación alguna de los electrones? (b) ¿Cuál es la órbita electrónica cuando se suprime el campo eléctrico? (c) Grafique y muestre en un gráfico el radio y los vectores \mathbf{F}_e , \mathbf{F}_m , \mathbf{E} , \mathbf{B} y \mathbf{v} .

Datos: electrones; $E = 3,4 \cdot 10^5 \text{ V/m}$; $\beta = 2 \text{ T}$

Incog: a) v ; b) r ; c) gráfico

a) Para determinar la velocidad de partículas cargadas que ingresan con una velocidad perpendicular al campo eléctrico y perpendicular al campo magnético, se deben igualar la fuerza magnética y la fuerza eléctrica.

$$F_e = F_m$$

$$q E = q v \beta$$

$$[v] = [E / \beta]$$

$$v = E / \beta$$

$$[v] = \text{V m} / \text{T}$$

$$v = 3,4 \cdot 10^5 / 2$$

$$[v] = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} / \text{kg C}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$[v] = \text{m/s}$$

$$v = \mathbf{1,7 \cdot 10^5 \text{ m/s}}$$

b) Una vez que suprime el campo eléctrico, las partículas cargadas ingresan con una velocidad perpendicular al campo magnético, por lo tanto describen una trayectoria semicircular con un radio determinado. (La expresión ya se usó en el problema 6).

$$r = m v / q \beta$$

$$[r] = [m v / q \beta]$$

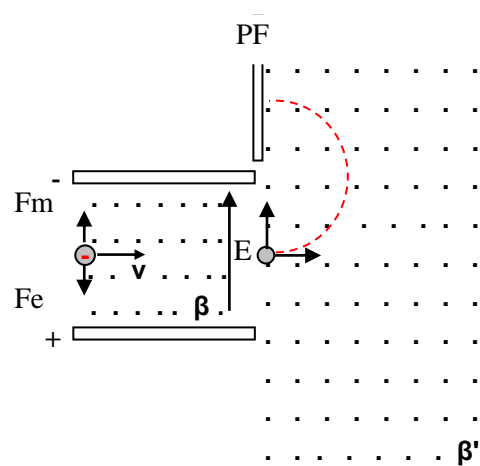
$$r = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,7 \cdot 10^5 / 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2$$

$$[r] = \text{kg m s}^{-1} / \text{C kg C}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$[r] = \text{m}$$

$$r = 4,84 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

c) En el gráfico se representó el campo magnético saliendo del papel, el campo eléctrico vertical hacia arriba y la velocidad horizontal hacia la derecha. Tener presente que la dirección y sentido de F_m se obtiene con el producto vectorial de $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\beta}$ si la partícula que se desplaza es positiva y en sentido contrario si la partícula es negativa. En este caso, por tratarse de electrones con carga negativa, la fuerza magnética es vertical hacia arriba (ó el opuesto de $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\beta}$). La fuerza eléctrica ($\mathbf{F} = q\mathbf{E}$) tiene la misma dirección y sentido que el campo eléctrico si la carga es positiva y de sentido contrario si la carga es negativa. En este caso, por tratarse de un electrón, es vertical hacia abajo (opuesta a \mathbf{E}). Cuando se suprime el campo eléctrico y la partícula ingresa perpendicular al campo magnético $\boldsymbol{\beta}'$ nuevamente hay que realizar el producto vectorial $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\beta}'$ e invertir el sentido de la fuerza magnética porque la carga es negativa. La F_m es igual a la fuerza centrípeta, por lo tanto la partícula girará en sentido contrario al de las agujas del reloj.



Rta: a) $1,7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$; b) $4,84 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

28: Un lazo rectangular se compone de 100 espiras estrechamente enrolladas y sus dimensiones son de 40 cm y 30 cm como muestra la Fig.11. El lazo puede girar alrededor del eje y y su plano forma un ángulo de 30° con el eje x. (a) ¿Cuál es la magnitud del momento de torsión que un campo magnético uniforme de 0,8 T dirigido a lo largo del eje “+ x” ejerce sobre el lazo cuando la corriente en el devanado tiene un valor de 1,2 A en la dirección que se muestra? (b) ¿Cuánto vale el vector torque magnético? (c) ¿En qué dirección se esperaría que girase el lazo?

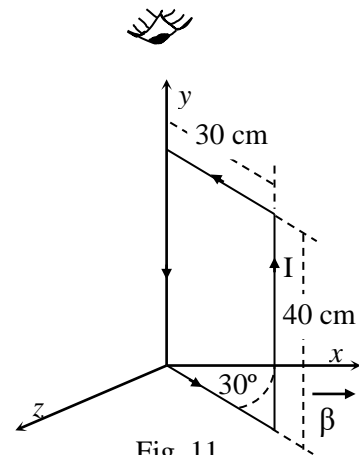


Fig. 11

Datos: $N = 100$; $l = 40 \text{ cm}$; $l' = 30 \text{ cm}$; $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 0,8 \text{ T}$; $I = 1,2 \text{ A}$

Incog: a) M ; b) τ ; c) sentido girará

Para resolver el problema, primero realizamos un gráfico de la vista superior de la espira (se toma esa opción porque la intención es poder graficar el ángulo entre el plano de la espira y el eje x). El eje y es perpendicular al papel “saliendo” y el conductor de espira que se aprecia es el superior de 30 cm de longitud.

$$\text{Sup rect} = b \cdot h = 40 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2 = 0,12 \text{ m}^2$$

a) Momento magnético

$$\mathbf{M} = N I S \mu_N$$

$$[M] = [I S]$$

$$M = 100 \cdot 1,2 \cdot 0,12$$

$$[M] = A m^2$$

$$M = 14,4 A m^2$$

El vector momento magnético (\mathbf{M}) es paralelo al plano xy y perpendicular al plano de la espira en sentido de la regla de la mano derecha.

b) Torque magnético

$$\tau = N I S \mu_N \times \beta$$

$$[\tau] = [N I S \beta \text{ sen } \theta]$$

$$\tau = N I S \beta \text{ sen } 90^\circ$$

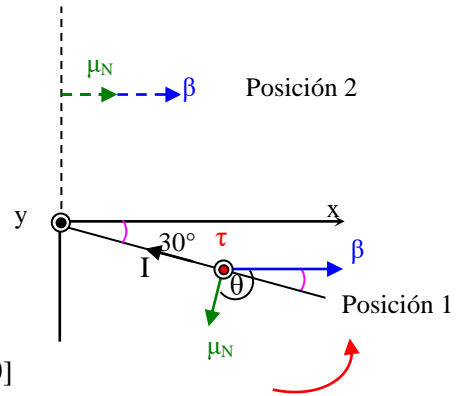
$$[\tau] = A m^2 T$$

$$\tau = 100 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,8 \text{ sen } 120^\circ$$

$$[\tau] = C s^{-1} m^2 kg C^{-1} s^{-1}$$

$$[\tau] = kg m s^{-2} m = N m$$

$$\tau = 9,88 Nm (+\mu_y)$$

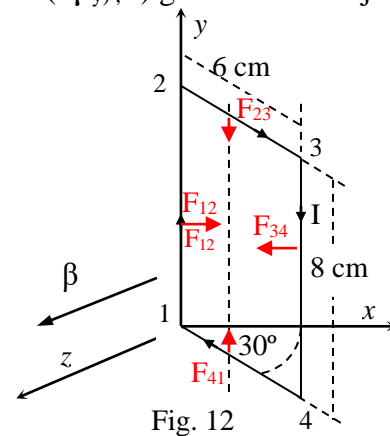


El vector torque magnético es perpendicular al plano xy en la dirección de $+y$.

c) Debido al torque magnético la espira girará hacia el eje $+x$ y seguirá rotando hasta colocarse paralela al plano yz , en cuyo caso el vector normal a la superficie y vector campo magnético son colineales del mismo sentido y el torque nulo (en la vista superior se ha graficado en líneas de puntos la posición final).

Rta: a) $1,44 A m^2$; b) $9,98 \cdot 10^{-1} Nm (+\mu_y)$; c) girará hacia el eje $+x$

29: La espira rectangular de la Fig.12 puede girar alrededor del eje vertical "y" y lleva una corriente de 10 A en el sentido indicado. Si la espira está en un campo magnético uniforme de 0,2 T, paralelo al eje z. Calcular: (a) la fuerza, en Newton, sobre cada lado de la espira; y (b) el torque necesario para mantener la espira en la posición que se muestra. (c) ¿Qué torque se requeriría si la espira pudiera girar alrededor de un eje paralelo al eje "y" que pase por su centro?



Datos: $I = 10 A$; $\beta = 0,2 T$; $L = 8 cm = 0,08 m$; $L' = 0,06 m$

Incog: a) F sobre cada lado; b) τ ; c) τ'

a) Para calcular la fuerza sobre cada lado, realizamos un gráfico de la vista superior.

$$\mathbf{F} = I L \mu_T \times \beta$$

$$[F] = [I L \beta \text{ sen } \theta]$$

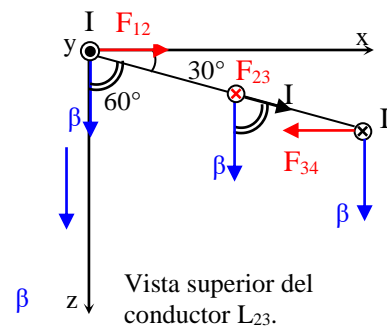
$$[F] = A m T$$

$$[F] = C s^{-1} m kg C^{-1} s^{-1}$$

$$[F] = kg m s^{-2} = N$$

El módulo de la fuerza es:

$$F = IL\beta \text{ sen } \theta$$



$$F_{12} = I L_{12} \beta \sin \theta$$

$$F_{12} = 10 \cdot 0,08 \cdot 0,2 \sin 90^\circ$$

$$F_{12} = 0,16 \text{ N } (+\mu_x)$$

$$F_{12} = 0,16 \text{ N } (+\mu_x)$$

$$F_{23} = I L_{23} \beta \sin \theta$$

$$F_{23} = 10 \cdot 0,06 \cdot 0,2 \sin 60^\circ$$

$$F_{23} = 0,104 \text{ N } (-\mu_y)$$

$$F_{23} = 0,104 \text{ N } (-\mu_y)$$

$$F_{34} = I L_{34} \beta \sin \theta$$

$$F_{34} = 10 \cdot 0,08 \cdot 0,2 \sin 270^\circ$$

$$F_{34} = 0,16 \text{ N } (-\mu_x)$$

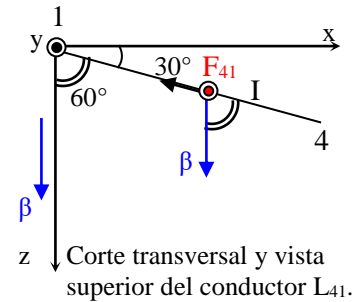
$$F_{34} = 0,16 \text{ N } (-\mu_x)$$

$$F_{41} = I L_{41} \beta \sin \theta$$

$$F_{41} = 10 \cdot 0,06 \cdot 0,2 \sin 300^\circ$$

$$F_{41} = 0,104 \text{ N } (+\mu_y)$$

$$F_{41} = 0,104 \text{ N } (+\mu_y)$$



b) Para calcular el torque magnético repetimos una vista superior de la espira y ubicamos μ_N y β .

$$\tau = I S \mu_N \times \beta \quad \text{ó} \quad \tau = I S \mu_N x \beta$$

$$\tau = I S \beta \sin \theta$$

$$\tau = 10 \cdot 48 \cdot 10^{-4} \cdot 0,2 \sin 150^\circ$$

$$\tau = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm } (-\mu_y)$$

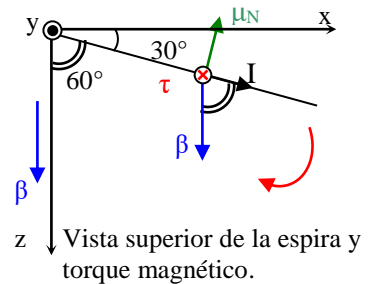
$$\tau = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm } (-\mu_y)$$

$$[\tau] = [I S \beta \sin \theta]$$

$$[\tau] = \text{A m}^2 \text{ T}$$

$$[\tau] = \text{C s}^{-1} \text{ m}^2 \text{ kg C}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$[\tau] = \text{kg m s}^{-2} \text{ m} = \text{N m}$$



El módulo del torque magnético hará que la espira rote hacia el eje de las z y que siga su movimiento hasta que se ubique paralela al plano xy , en cuyo caso el vector normal a la superficie y campo eléctrico son colineales y del mismo sentido.

A este mismo resultado se hubiera arribado si en vez de tomar la ecuación de torque magnético que actúa sobre una espira que transporta corriente y está inmersa en un campo magnético uniforme, se hubiera trabajado con el torque producido por las fuerzas magnéticas que soportan los lados.

De las cuatro fuerzas, se puede apreciar que F_{12} no produce torque porque la distancia al eje de rotación es nula. Las fuerzas F_{23} y F_{41} son iguales y opuestas, intentarán deformar la espira, pero se anulan entre sí y tampoco producen torque magnético.

La única fuerza magnética capaz de producir una rotación de la espira es la fuerza F_{34} .

$$\tau = r x F$$

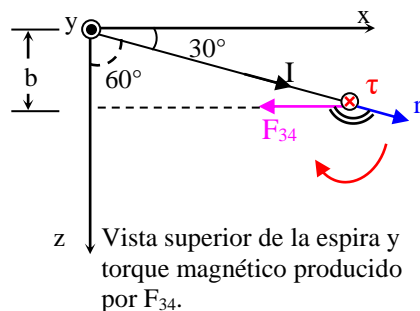
$$\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

$$\tau = r F \sin \theta$$

$$\tau = 0,06 \text{ m } 0,16 \text{ N } \sin 150^\circ$$

$$\tau = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm } (-\mu_y)$$

$$\tau = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm } (-\mu_y)$$



c) Finalmente el torque magnético que experimente la espira cuando el eje sea paralelo al eje de ordenadas "y" y pase por su centro será el mismo. Si aplica la ecuación de torque magnético porque ella es independiente del eje y si se aplica el torque producido por fuerzas magnéticas, en este caso las fuerzas se duplican, pero el vector posición se reduce a la mitad.

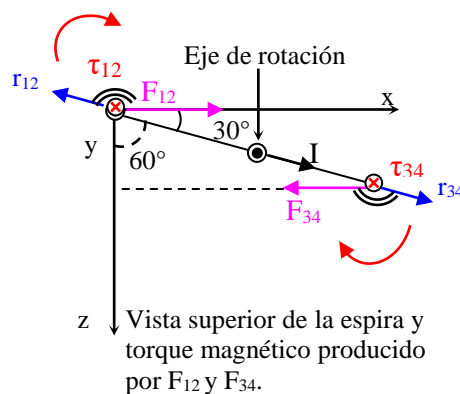
$$\tau = \tau_{12} + \tau_{34}$$

$$\tau = (\mathbf{r}_{12} \times \mathbf{F}_{12}) + (\mathbf{r}_{34} \times \mathbf{F}_{34})$$

$$\tau = 0,03 \text{ m } 0,16 \text{ N } \sin 150^\circ + 0,03 \text{ m } 0,16 \text{ N } \sin 150^\circ$$

$$\tau = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm } (-\mu_y)$$

$$\tau = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm } (-\mu_y)$$



Rta: a) $F_{12} = 0,16 \text{ N } (+\mu_x)$; $F_{23} = 0,104 \text{ N } (-\mu_y)$; $F_{34} = -F_{12}$; $F_{41} = -F_{23}$; b) $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm } (-\mu_y)$; c) el mismo

38: Dos alambres rectos y paralelos están a 100 cm uno del otro como muestra la Fig. 20. Por el alambre superior circula una corriente I_1 de 6 A hacia el plano del papel. (a) ¿Cuál debe ser la intensidad y sentido de la corriente I_2 para que el campo resultante en P sea nulo? (b) ¿Con ese valor de corriente cuál es el campo magnético resultante en Q y en S?

Datos: $d = 100 \text{ cm}$; $I_1 = 6 \text{ A}$

Incog: a) I_2 para que $\beta_P = 0$; b) β_Q y β_S

a) El campo magnético en punto P debe ser nulo.

b)

$$\beta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

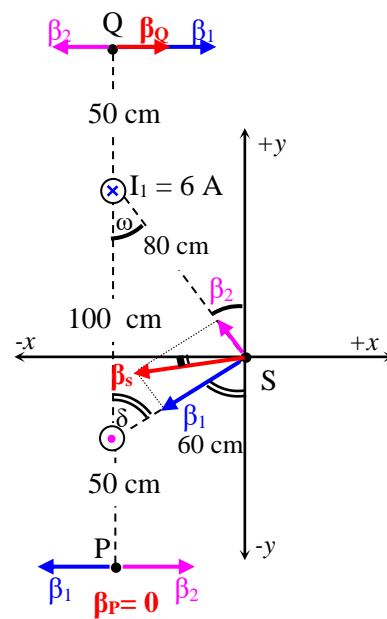


Fig. 20

$$\beta_P = 0 \Rightarrow |\beta_1| = |\beta_2|$$

$$\mu_0 I_1 / 2 \pi r_1 = \mu_0 I_2 / 2 \pi r_2$$

$$I_2 = I_1 r_2 / r_1$$

$$I_2 = 6A \cdot 0,5 \text{ m} / 1,5 \text{ m}$$

$$I_2 = 2A (\text{saliendo})$$

$$[I_2] = [I_1 r_2 / r_1]$$

$$[I_2] = A \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$[I_2] = A$$

b) Con ese valor de corriente, se calcula el campo en el punto Q.

$$\beta_Q = \beta_1 + \beta_2$$

$$\beta_1 = \mu_0 I_1 / 2 \pi r_1$$

$$\beta_2 = \mu_0 I_2 / 2 \pi r_2$$

$$\beta_1 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \cdot 6 / 2 \pi \cdot 0,5$$

$$\beta_2 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \cdot 2 / 2 \pi \cdot 1,5$$

$$\beta_1 = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$\beta_2 = 2,67 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

Como son vectores colineales de distintos sentidos y $\beta_2 > \beta_1$ realizamos la resta y la dirección y sentido del vector resultante será igual al del mayor (β_2).

$$\beta_Q = \beta_1 - \beta_2 = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ T} - 2,67 \cdot 10^{-7} \text{ T} = 2,13 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$\beta_Q = 2,13 \cdot 10^{-6} \text{ T}; \theta = 0^\circ \text{ ó } \beta_Q = 2,13 \cdot 10^{-6} \text{ T}; \theta = 0^\circ$$

Finalmente se calcula el campo eléctrico en el punto S, tener presente que el triángulo formado por los dos conductores y el punto S es rectángulo (Satisface el teorema de Pitágoras).

$$\beta_S = \beta_1 + \beta_2$$

$$\beta_1 = \mu_0 I_1 / 2 \pi r_1$$

$$\beta_2 = \mu_0 I_2 / 2 \pi r_2$$

$$[\beta] = [\mu_0 I / 2 \pi r]$$

$$\beta_1 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \cdot 6 / 2 \pi \cdot 0,8$$

$$\beta_2 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \cdot 2 / 2 \pi \cdot 0,6$$

$$[\beta] = \text{T m A}^{-1} \cdot \text{A} / \text{m}$$

$$\beta_1 = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$\beta_2 = 6,67 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

$$[\beta] = \text{T}$$

Sumamos vectorialmente, para ello procedemos a encontrar las componentes en "x" e "y" del campo magnético.

$$\beta_x = -\beta_1 \sin \delta - \beta_2 \sin \omega$$

$$\beta_y = -\beta_1 \cos \delta + \beta_2 \cos \omega$$

$$\beta_x = -1,5 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot 0,8 - 6,67 \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot 0,6$$

$$\beta_y = -1,5 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot 0,6 + 6,67 \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot 0,8$$

$$\beta_x = -1,6 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$\beta_y = -3,66 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

$$\beta_{TS} = (\beta_x^2 + \beta_y^2)^{1/2}$$

$$\beta_{TS} = 1,64 \cdot 10^{-6} T$$

$$\beta_s = 1,64 \cdot 10^{-6} T$$

$$\text{tg } \alpha = \beta_y / \beta_x$$

$$\alpha = -12,88^\circ$$

$$\theta = 180^\circ + 12,88^\circ = 192,88^\circ$$

$$\theta = 192,88^\circ$$

Rta: a) 2 A (saliendo del papel), b) $2,13 \cdot 10^{-6} T, 0^\circ; 1,64 \cdot 10^{-6} T, 192,88^\circ$

45: Un alambre largo horizontal AB reposa sobre la superficie de una mesa como indica la Fig.23. Otro CD , situado directamente encima del primero, tiene una longitud de 1 m y se puede deslizar, hacia arriba o hacia abajo, por las guías metálicas verticales C y D . Los dos alambres están conectados mediante contactos corredizos y por ellos circula una corriente de 50 A. Si la densidad lineal del alambre CD es de $5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$ ¿a qué altura quedará en equilibrio el alambre CD a causa de la fuerza magnética debida a la corriente que circula por el alambre AB ?

Datos: $L_{CD} = 1 \text{ m}; I = 50 \text{ A}; \delta = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$

Incog: h quedará en equilibrio

Quando la fuerza magnética y el peso sean iguales y opuestos en conductor permanecerá en reposo:

$$F_m - w = 0$$

$$I L \beta = m g \quad (1) \text{ donde } m = \delta L$$

El campo magnético es generado por el conductor rectilíneo inferior:

$$\beta = \mu_0 I / 2 \pi r \quad (2) \text{ donde } r = h$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$I L \mu_0 I / 2 \pi h = \delta L g$$

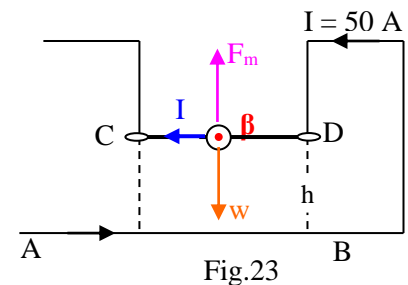
$$I^2 \mu_0 / 2 \pi h = \delta g$$

$$h = \mu_0 I^2 / 2 \pi \delta g$$

$$h = 1,2566 \cdot 10^{-6} \cdot 50^2 / 2 \pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8$$

$$h = 0,0102 \text{ m}$$

$$h = 1,02 \text{ cm}$$



$$[h] = [\mu_0 I^2 / 2 \pi \delta g]$$

$$[h] = T m A^{-1} A^2 / kg m^{-1} m s^{-2}$$

$$[h] = kg C^{-1} s^{-1} m C s^{-1} / kg s^{-2}$$

$$[h] = kg s^{-2} m / kg s^{-2}$$

$$[h] = m$$

Rta: 1,02 cm

REVISIÓN INTERACCIÓN MAGNÉTICA

1. Un ión positivo simplemente ionizado que parte del reposo en el vacío es acelerado por dos placas paralelas entre las que existe una diferencia de potencial de 1400 V. Al salir de la segunda placa, el ión se mueve bajo la acción de un campo magnético de 0,2 T, perpendicular a su trayectoria. Calcular la masa del ión (expresa en uma) si el radio de curvatura, que describe en la cámara de desviación que produce el campo magnético, es igual a 25 cm.

Datos: simplemente ionizado = $q = + 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $v_0 = 0$, $V = 1400 \text{ V}$; $\beta = 0,2 \text{ T}$; $r = 25 \text{ cm}$

Incog: m ? (expresada en unidad de masa atómica)

Se trata de un espectrómetro de masas de Dempster, en la Fig.1 se representó el campo eléctrico vertical hacia abajo y el campo magnético perpendicular al plano del papel "saliendo". El ión positivo simplemente ionizado parte del reposo de la placa superior (no se dibujó) y el campo eléctrico lo acelera hacia la placa negativa (recordar que la $\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$ tiene la misma dirección y sentido que el campo eléctrico cuando la carga es positiva). La velocidad con la que llega a la placa negativa está dada por la ecuación (1) que se deduce del principio de conservación de la energía.

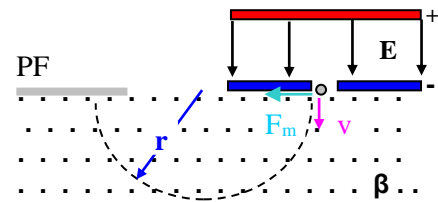


Fig.1

Al ingresar a la cámara de desviación, la velocidad del ión es perpendicular al campo magnético. La fuerza magnética (cuya dirección y sentido se obtiene del producto vectorial $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\beta}$) en este caso es horizontal hacia la izquierda. Esta \mathbf{F}_m es la fuerza normal o centrípeta que hace rotar al ión, en la situación graficada en el sentido de la agujas del reloj, describe una semi-circunferencia hasta chocar con la placa fotográfica (PF). La distancia desde el punto donde el ión ingresa al campo magnético hasta que choca con la placa fotográfica es el diámetro de la órbita circular. La mitad de ese valor es el radio dado en el enunciado y que se puede calcular con la ecuación (2).

Resolviendo:

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

$$r = \frac{mv}{q\beta} \quad (2)$$

De la expresión (1) no se puede calcular la velocidad final en la placa negativa porque no se conoce la masa. En la expresión (2) se desconocen la velocidad y la masa. Despejando v de (2) se obtiene (3), reemplazando (3) en (1) se tiene:

$$v = \frac{rq\beta}{m} \quad (3)$$

$$qV = \frac{1}{2}m \frac{r^2 q^2 \beta^2}{m^2}$$

Simplificando y despejando la masa:

$$m = \frac{r^2 q \beta^2}{2V}$$

$$m = \frac{(0,25\text{m})^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (0,2\text{T})^2}{2 \cdot 1400\text{V}}$$

$$m = 1,43 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

$$[m] = \frac{m^2 C T^2}{V}$$

$$[m] = \frac{m^2 C \frac{\text{kg}^2}{\text{C}^2 \text{s}^2}}{\frac{\text{J}}{\text{C}}}$$

$$[m] = \frac{m^2 C \frac{\text{kg}^2}{\text{C}^2 \text{s}^2}}{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{C}}}$$

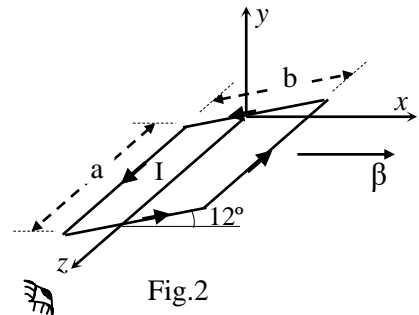
$$[m] = \text{kg}$$

Luego como $1 \text{ uma} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ se tiene:

$$m = 86,06 \text{ uma}$$

Rta: $m = 86,06 \text{ uma}$

2. Una bobina rectangular, de 94 vueltas muy juntas, tiene lados de $a = 15,00 \text{ cm}$ y $b = 7,00 \text{ cm}$ y transporta una corriente de $1,75 \text{ A}$. Está orientada como indica la Fig.2 y puede girar alrededor del eje z cuando se sitúa en un campo magnético $\beta = 0,45 \text{ T}$ ($+\mathbf{u}_x$). Calcular el torque magnético (módulo, dirección y sentido) si el plano de espira forma un ángulo de 12° con el plano xz .



Datos: $N=94$, $a = 15,00 \text{ cm}$, $b = 7,00 \text{ cm}$, $I = 1,75 \text{ A}$, $\beta = 0,45 \text{ T}$, $\theta = 12^\circ$

Incog: τ

Para calcular el torque magnético que experimenta la bobina dada en la Fig.2 realizamos una vista lateral desde eje z . En ella se aprecia que el lado b forma un ángulo de 12° con el eje $+x$. Según la regla de la mano derecha (los dedos recorren la espira en el sentido de la corriente y el pulgar indica la dirección y sentido del momento de torsión \mathbf{M}), se dibujó \mathbf{M} . El ángulo que forma \mathbf{M} con β es igual a $90^\circ + 12^\circ = 102^\circ = \theta$ (se muestra con doble línea). El producto vectorial entre \mathbf{M} y β indica la dirección y sentido del torque magnético (τ), que en este caso, es perpendicular a la hoja del papel, entrando. Se representó con una cruz roja. Aprecie que la dirección de un vector entrante en esa vista, significa una dirección y sentido coincidente con el eje $-z$. El torque magnético hará que la espira rote alrededor del eje z en el sentido de las agujas del reloj hasta que \mathbf{M} y β sean paralelos (en ese caso el ángulo θ es nulo y también lo es τ), esto ocurrirá cuando la espira quede en el plano yz .

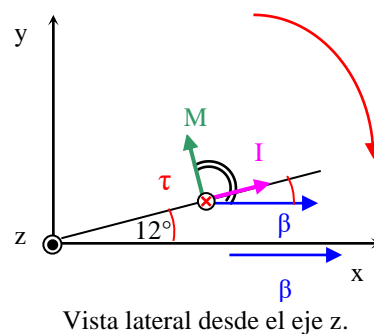
Sup. rectángulo: $b \times a = 0,07 \text{ m} \times 0,15 \text{ m} = 0,0105 \text{ m}^2$

$$\tau = N I S \mu_N \times \beta$$

$$\tau = N I S \beta \sin \theta^\circ$$

$$\tau = 94 \cdot 1,75 \cdot 0,0105 \cdot 0,45 \cdot \sin 102^\circ$$

$$\tau = 0,76 \text{ Nm} (-\mu_z)$$



$$[\tau] = [N I S \beta \sin \theta]$$

$$[\tau] = \text{A m}^2 \text{ T}$$

$$[\tau] = \text{C s}^{-1} \text{ m}^2 \text{ kg C}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$[\tau] = \text{kg m s}^{-2} \text{ m} = \text{N m}$$

Rta: $\tau = 0,76 \text{ Nm} (-\mu_z)$

3. Dos conductores largos y paralelos transportan corrientes en la misma dirección, como muestra la Fig.3. El conductor 1 transporta una corriente de 15 A y se mantiene firmemente en su posición; el conductor 2 transporta la corriente I_2 y se le permite deslizarse hacia arriba o hacia abajo (paralelo a 1) entre un conjunto de guías no conductoras. La densidad de masa lineal del conductor 2 es de $1,5 \cdot 10^{-3}$ g/cm. El equilibrio se produce cuando la distancia entre los dos conductores es de 3,5 cm. Calcular la corriente I_2 en esa situación.

Datos: $I_1=15$ A, $\delta=1,5 \cdot 10^{-3}$ g/cm, $r = 3,5$ cm

Incog: I_2

$$\delta = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}$$

$$\delta = 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \text{ kg}/10^{-2} \text{ m}$$

$$\delta = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}$$

$$r = 3,5 \text{ cm} = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

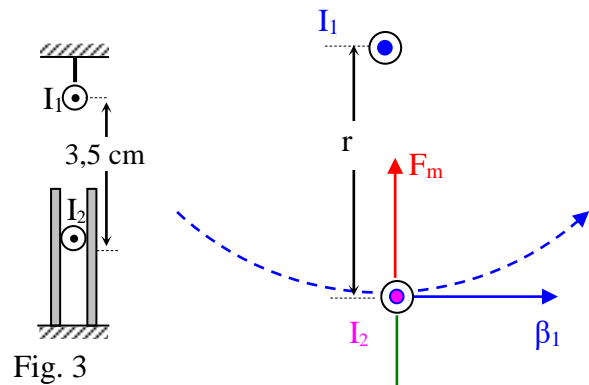


Fig. 3

Fig. 4

Las líneas de campo magnético generadas por el conductor rectilíneo superior I_1 (de color azul) son círculos concéntricos con I_1 , cuyo sentido de circulación es contrario al sentido de las agujas del reloj.

En la Fig.4 se dibujó la que pasa por el lugar donde está la corriente I_2 . El campo magnético ese punto, es tangente a la línea de inducción o perpendicular al radio en sentido de la línea. Se representó como β_1 de color azul, horizontal hacia la derecha. Recordar que la magnitud de ese vector es $\beta_1 = \mu_0 I_1 / 2 \pi r$.

El conductor inferior transporta una corriente I_2 y se halla inmerso en un campo magnético, por lo tanto experimenta una fuerza F_m cuya dirección y sentido se obtiene del producto vectorial del vector unitario tangente al conductor en el sentido de la corriente μ_T y β . Recordar que el vector μ_T en este caso es perpendicular al papel, saliendo y tiene la dirección y sentido de I_2 (punto rosado). La F_m es vertical hacia arriba y su magnitud es $F_m = I_2 L \beta_1$.

En la condición de equilibrio trasnacional, la sumatorias de fuerza sobre el conductor inferior, debe ser nula. Sobre ella actúan la F_m y el peso (w). Recordar que la densidad lineal de masa (δ) es igual al cociente entre la masa y la longitud.

$$\sum F_y = F_m - w = 0$$

$$F_m = w$$

$$I_2 L \beta_1 = m g$$

$$I_2 L \frac{\mu_0 I_1}{2 \pi r} = m g$$

$$I_2 L \frac{\mu_0 I_1}{2 \pi r} = \delta L g$$

$$\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2 \pi r} = \delta g$$

$$I_2 = \frac{2\pi r \delta \cdot g}{\mu_0 I_1}$$

$$I_2 = \frac{2\pi \cdot 3,5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8}{1,2566 \cdot 10^{-6} \cdot 15}$$

$$I_2 = 17,15A$$

$$[I_2] = [2\pi r \delta g / \mu_0 I_1]$$

$$[I_2] = \text{m.kg.m}^{-1} \cdot \text{m.s}^{-2} / \text{T.m.A}^{-1} \cdot \text{A}$$

$$[I_2] = \text{kg.s}^{-2} / \text{T}$$

$$[I_2] = \text{kg.s}^{-2} / \text{kg.C}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$[I_2] = \text{C.s}^{-1}$$

$$[I_2] = \text{A}$$

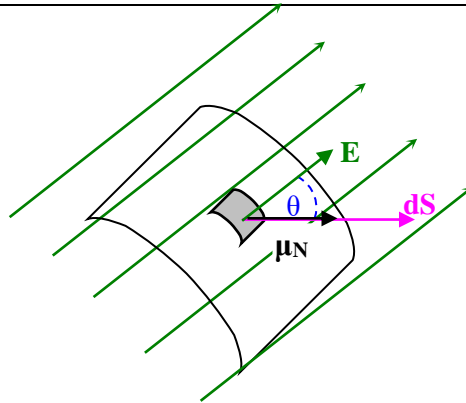
CAPÍTULO 3: CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS ESTÁTICOS

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Ley de Gauss para el Campo Eléctrico

$$\Phi_E = \int E \vec{\mu}_N \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_E = \int E dS \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$



Capacitancia y Capacitores

$$C = \frac{q}{V}$$



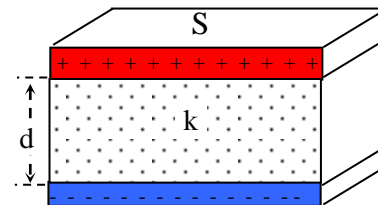
$$[C] = \frac{C}{V} = F$$

$$E_C = \frac{q^2}{2C}$$

$$[E_C] = \frac{C^2}{F} = \frac{C^2}{\frac{C}{V}} = \frac{V}{C} = J$$

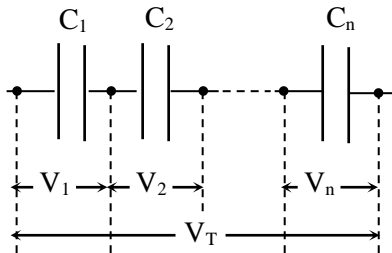
Capacitores planos

$$C = \frac{k\epsilon_0 S}{d}$$



Conexión de capacitores

Serie

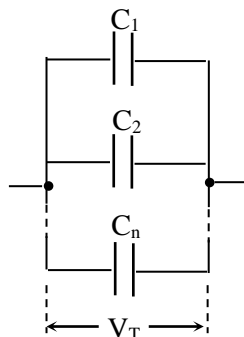


$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_n}$$

$$q_1 = q_2 = q_n = q_{eq}$$

$$V_1 \neq V_2 \neq V_n \neq V_T \text{ pero } V_T = V_1 + V_2 + V_n$$


Paralelo

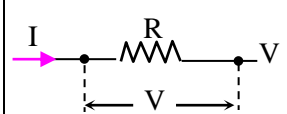


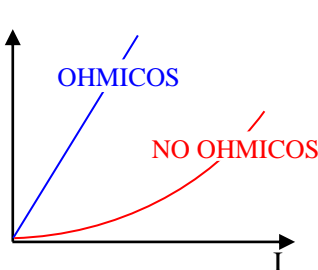
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_n$$

$$V_1 = V_2 = V_n = V_T$$

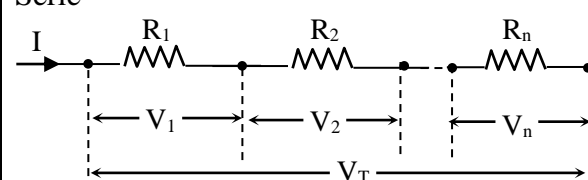
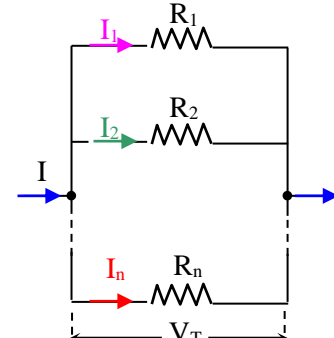
$$q_1 \neq q_2 \neq q_n \neq q_{eq} \text{ pero } q_{eq} = q_1 + q_2 + q_n$$

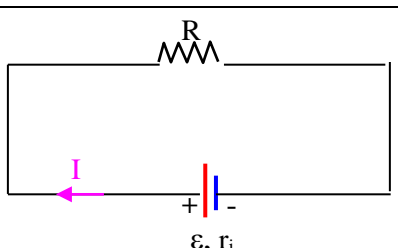
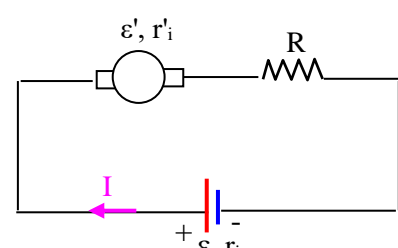
Ley de Ohm: Resistencia y Resistividad	
$V = RI$ 	$[R] = \left[\frac{V}{I} \right] = \Omega$
$R = \frac{\rho L}{S}$	$[\rho] = \Omega m$



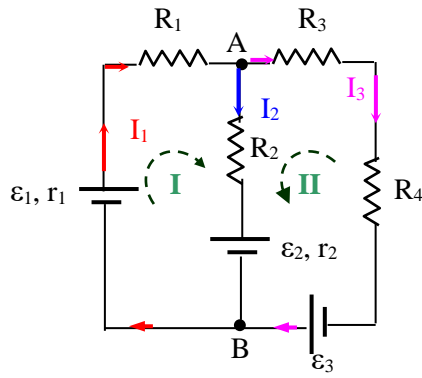


$RI^2 = VI$
 Potencia

Conexión de resistencias	
Serie 	$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_n$ $I_1 = I_2 = I_n = I$ $V_1 \neq V_2 \neq V_n \neq V_T$ pero $V_T = V_1 + V_2 + V_n$
Paralelo 	$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_n}$ $V_1 = V_2 = V_n = V_T$ $I_1 \neq I_2 \neq I_n \neq I$ pero $I = I_1 + I_2 + I_n$

Ecuación del circuito	
	$I = \frac{\varepsilon}{R + r_i}$
	$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + r_i}$

Leyes de Kirchhoff



$$\sum I = 0$$

$$\sum RI - \sum \varepsilon = 0$$

Nudo A: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Malla I (B→A): $I_1(r_1 + R_1) + I_2(R_2 + r_2) = +\varepsilon_1 - \varepsilon_2$

Malla II (A→B): $I_2(R_2 + r_2) - I_3(R_4 + R_3) = -\varepsilon_2 - \varepsilon_3$

CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS ESTÁTICOS

PROBLEMAS PROPUESTOS

1: Se hace girar una superficie plana con un área de $3,2 \text{ cm}^2$ en un campo eléctrico uniforme cuya magnitud es de $6,2 \cdot 10^5 \text{ N/C}$. (a) Determine el flujo eléctrico a través de ella cuando el campo eléctrico es perpendicular a la superficie. (b) cuando el campo eléctrico es paralelo a la superficie.

Rta: a) $198,4 \text{ N m}^2 / \text{C}$; b) 0

2: Una espira de 40 cm de diámetro se hace girar en un campo eléctrico uniforme hasta encontrar la posición de flujo eléctrico máximo. Al medir el flujo en esta posición se determina que es $5,2 \cdot 10^5 \text{ N.m}^2 / \text{C}$. Calcule la intensidad del campo eléctrico en esa región.

3: Calcular el campo eléctrico generado por una esfera de radio igual a 5 cm y carga $q = 6,5 \text{ C}$ si: (a) su distribución de carga es uniforme y superficial a las distancias desde el centro r_1 y r_2 de 7 cm y 2 cm respectivamente; (b) su carga se encuentra distribuida uniformemente en todo el volumen a las mismas distancias del apartado a.

Rta: a) $1,19 \cdot 10^{13} \text{ N/C}$; 0 b) $1,19 \cdot 10^{13} \text{ N/C}$; $9,36 \cdot 10^{12} \text{ N/C}$

4: Una carga puntual de $+5 \mu\text{C}$ está ubicada en el centro de una esfera de 12 cm de radio. Determine el flujo eléctrico a través de la superficie de la esfera.

5: Se posee un cilindro de radio igual a 30 cm y 90 cm de altura. Se sabe que su densidad lineal de carga está distribuida uniformemente en la superficie lateral del mismo y tiene un valor de 12 C/cm . Calcular el campo eléctrico generado a las distancias $r_1 = 35 \text{ cm}$ y $r_2 = 25 \text{ cm}$ perpendiculares al eje.

Rta: $6,16 \cdot 10^{13} \text{ N/C}$; 0

6: Un conductor plano infinito tiene carga distribuida sobre la superficie como se muestra en la Fig. 1 Utilizando la ley de Gauss demuestre que el campo eléctrico en cualquier punto afuera del conductor está dado por $E = \sigma / \epsilon_0$, donde σ es la carga por unidad de superficie del conductor.

7: Hallar en campo eléctrico producido por una carga uniformemente distribuida sobre una placa plana, a una distancia $r_1 = 3 \text{ cm}$, si la densidad superficial de carga es $1,77 \cdot 10^{-6} \text{ C/cm}^2$. Repetir el cálculo para una distancia $r_2 = 2 r_1$ y dar sus conclusiones.

Rta: $E_1 = 1 \cdot 10^9 \text{ N/C}$; $E_2 = E_1$

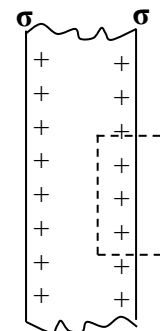


Fig.1

8: Un condensador cilíndrico está constituido por dos cilindros conductores coaxiales separados por un dieléctrico. Hallar la capacitancia del condensador cilíndrico de altura igual a "l", cuyos radios son "a" y "b", siendo a mayor que b y operando en el vacío.

9: Un condensador plano está constituido por dos placas paralelas conductoras separadas por un dieléctrico. (a) Hallar la capacitancia del condensador plano de superficie igual a "S", cuya separación entre las placas es "d" operando en el vacío. (b) Determinar el valor del área "S" para un capacitor de un faradio, si sus placas están separadas 1 mm.

Rta: a) $C = \epsilon_0 S / d$; b) $1,13 \cdot 10^8 \text{ m}^2$

10: Un capacitor de placas paralelas tiene un área de 2 cm^2 y las placas están separadas por una distancia de 2 mm con aire entre ellas. ¿Cuánta carga almacena este capacitor cuando se conecta a una batería de 6 V ?

11: Un condensador plano de láminas de $0,5 \text{ m}^2$ de superficie y separadas $0,1 \text{ mm}$ tiene por material dieléctrico un aceite cuya permitividad es $2,3 \cdot 10^{-10} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$. Calcular la energía y la carga almacenada cuando el dispositivo se conecta a una fuente de 300 V .

Rta: $5,2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$; $3,45 \cdot 10^{-4} \text{ C}$

12: (a) ¿Cuánta carga hay en cada placa de un capacitor de $4 \mu\text{F}$ cuando el mismo está conectado a una batería de 12 V ? (b) Si este mismo capacitor se conecta a una batería de $1,5 \text{ V}$ ¿cuánta carga se almacena?

13: La diferencia de potencial entre un par de placas paralelas con cargas opuestas de 400 V . (a) Si duplica la distancia que separa las placas sin alterar la carga de las mismas ¿cuál es la nueva diferencia de potencial entre las placas? (b) si se duplica la distancia entre las placas y la diferencia de potencial entre las mismas se mantiene constante, ¿cuál es la relación entre la carga final de una de las placas y la carga original?

Rta: a) 800 V ; b) $q' / q = 1 / 2$

14: La distancia entre las placas de un capacitor de placas paralelas es de $0,100 \text{ mm}$. Si el material entre las placas es aire; ¿qué área de placa se requiere para tener una capacitancia de $2,00 \text{ pF}$?

15: Una placa de dieléctrico ($k = 7$) de $0,5 \text{ cm}$ de espesor se coloca entre las láminas de un condensador previamente cargado a una diferencia de potencial $V_0 = 100 \text{ V}$. Si las armaduras poseen áreas $S = 100 \text{ cm}^2$ y están separadas una distancia igual a 1 cm , ¿cuál es la capacitancia antes y después de introducir el dieléctrico?

Rta: $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F}$; $1,55 \cdot 10^{-11} \text{ F}$

16: Un capacitor de placas paralelas tiene un área de 5 cm^2 , las placas están separadas por una distancia de 1 mm con aire entre ellas. El capacitor almacena una carga de 400 pC . (a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas del capacitor? (b) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico uniforme en la región comprendida entre las placas?

17: En un capacitor plano de área “S” separadas por una distancia “d”, se introducen dos dieléctricos (k_1 y k_2) en forma alternativa ocupando por igual el espacio horizontal entre las láminas. Demostrar que la capacitancia del sistema es: (a) $C = \epsilon_0 S (k_1 + k_2) / 2d$; si las placas se encuentran una junto a la otra [Fig. 2 (a)]; (b) $C = 2 \epsilon_0 S (k_1 \cdot k_2) / d (k_1 + k_2)$; si las placas se encuentran una sobre la otra [Fig. 2 (b)].

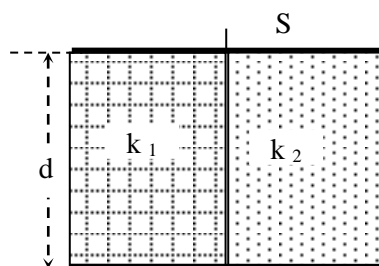


Fig.2 (a)

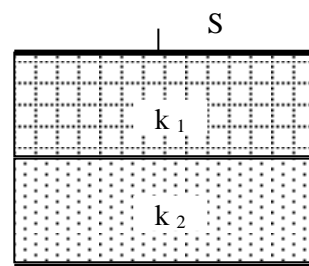


Fig.2 (b)

18: Se construyen tres capacitores de placas planas paralelas, cada uno con la misma área de placas S , y de los cuales C_1 tiene una separación de placas d_1 , C_2 una separación de placas d_2 y C_3 una separación d_3 . Demuestre que la capacitancia total C de estos tres capacitores conectados en serie es la misma que la de un capacitor con área S y una separación de placas $d = d_1 + d_2 + d_3$.

19: Calcular la capacitancia del capacitor plano de la Fig.3, si las placas son cuadradas.

Rta: $5,06 \cdot 10^{-12} \text{ F}$

20: Calcular la capacitancia del capacitor plano de la Fig. 4, si la placas son cuadradas de lado $l = 6 \text{ cm}$.

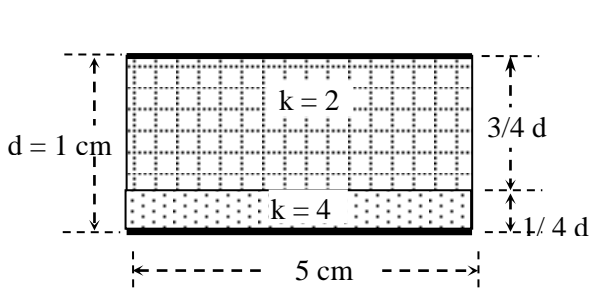


Fig.3

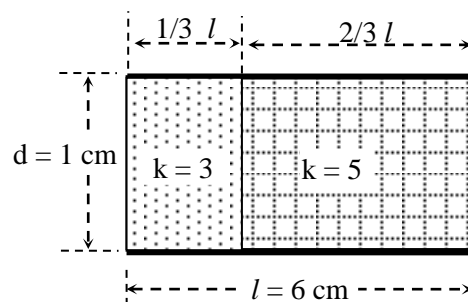


Fig.4

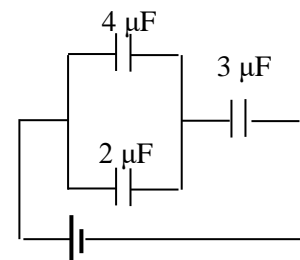
21: Tres capacitores de $1,5 \mu\text{F}$, $2 \mu\text{F}$ y $3 \mu\text{F}$ se conectan primero en serie y luego en paralelo. Si al circuito se lo alimenta con una fuente de 20 V , determinar: (a) la capacitancia del sistema, (b) las carga y la diferencia de potencial de cada capacitor y (c) la energía del sistema.

Rta: serie: a) $0,66 \cdot 10^{-6} \text{ F}$; b) $1,33 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; $1,5 \mu\text{F}$: $1,33 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; $8,88 \text{ V}$; $2 \mu\text{F}$: $1,33 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; $6,66 \text{ V}$; $3 \mu\text{F}$: $1,33 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; $4,44 \text{ V}$; c) $1,33 \cdot 10^{-4} \text{ J}$; paralelo: a) $6,5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$; b) $1,3 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; $1,5 \mu\text{F}$: $3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; 20 V ; $2 \mu\text{F}$: $4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; 20 V ; $3 \mu\text{F}$: $6 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; 20 V ; c) $1,33 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

22: Un circuito en serie se compone de dos capacitores: $0,050 \mu\text{F}$; $0,010 \mu\text{F}$ y una batería de 400 V . (a) Determine la carga en cada uno de los capacitores. (b) Repita el problema si los capacitores se conectan en paralelo a través de la batería.

23: (a) Determine la capacitancia equivalente del grupo de capacitores de la Fig.5. (b) Determine la carga y la diferencia de potencial entre las placas de cada uno de ellos.

Rta: a) $C_T = 2 \mu\text{F}$; b) $4 \mu\text{F}$: $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; 4 V ; $2 \mu\text{F}$: $8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; 4 V ; $3 \mu\text{F}$: $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; 8 V .



12 V Fig.5

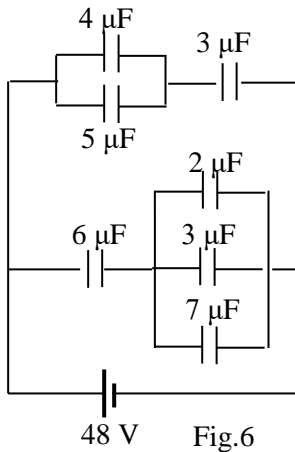
24: Determine la capacitancia equivalente del circuito de la Fig. 6.

Rta: $6,25 \mu\text{F}$

25: Determinar la carga y la diferencia de potencial de cada capacitor así como la energía del sistema si la fuente que alimenta al circuito de la Fig. 7 es de 120 V .

Rta: $C = 10 \mu\text{F}$; $q = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ C}$; $12 \mu\text{F}$: $4,8 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; 40 V ; $1 \mu\text{F}$: $8 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; 80 V ; $2 \mu\text{F}$: $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; 80 V ; $3 \mu\text{F}$: $2,4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; 80 V ; $4 \mu\text{F}$: $3,2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; 80 V ; $5 \mu\text{F}$: $4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; 80 V ; $18 \mu\text{F}$: $7,2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; 40 V y $E = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

26: En el circuito de la Fig.8 calcular: (a) la capacitancia equivalente y (b) la carga total que puede almacenar si $V_{ab} = 50 \text{ V}$ y (c) la carga y diferencia de potencial del capacitor de $4 \mu\text{F}$.



48 V Fig.6

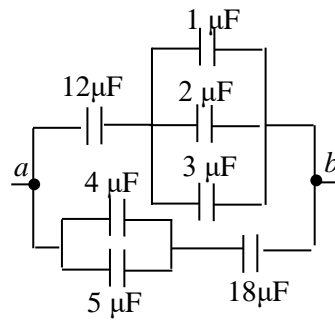


Fig.7

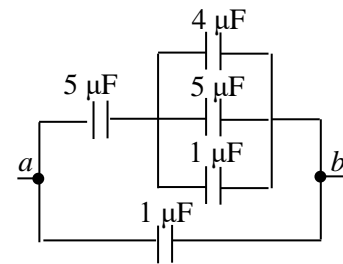


Fig.8

27: ¿Cómo se deben conectar cuatro capacitores de $2 \mu\text{F}$ para obtener una capacitancia total de (a) $8 \mu\text{F}$?; (b) $2 \mu\text{F}$?; (c) $1,5 \mu\text{F}$?; (d) $0,5 \mu\text{F}$?

Rta: a) los cuatro en paralelo; b) dos en paralelo seguidos por otro grupo de dos en paralelo; o dos en serie, en paralelo con otro grupo de dos en serie; c) uno en serie con un grupo de tres en paralelo, d) los cuatro en serie.

28: En el circuito de la Fig.9 calcule: (a) la resistencia equivalente (b) la corriente que circula por él si $V_{ab} = 150 \text{ V}$.

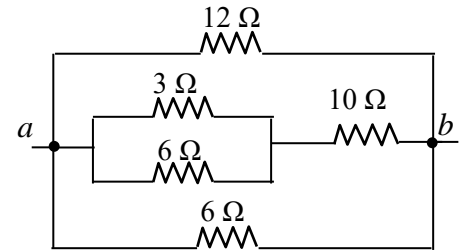


Fig.9

29: Una resistencia de 18Ω y otra de 6Ω están conectadas en serie entre los bornes de una batería de 18 V . (a) Determine la corriente en cada resistencia y la caída de voltaje entre los extremos de cada resistencia. (b) Repita el inciso (a) para la situación en la que las resistencias están conectados en paralelo entre los bornes de la batería de 18 V .

Rta: a) 18Ω : $0,75 \text{ A}$; $13,5 \text{ V}$; 6Ω : $0,75 \text{ A}$; $4,5 \text{ V}$; b) 18Ω : 1 A ; 18 V ; 6Ω : 3 A ; 18 V

30: a) Determine la resistencia equivalente del circuito de la Fig. 10. (b) Calcule la corriente que suministra la batería.

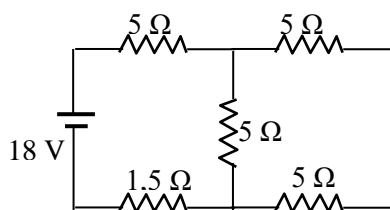


Fig. 10

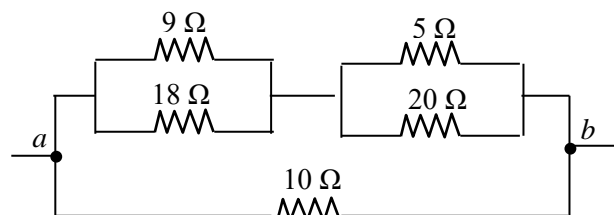


Fig.11

31: En el circuito de la Fig.11 calcule: (a) la resistencia equivalente; (b) la diferencia de potencial V_{ab} si la corriente que ingresa en a es de 3 A y (c) la corriente y diferencia de potencial en la resistencia de 20Ω .

Rta: a) 5Ω , b) 15 V , c) $0,3 \text{ A}$; 6 V

32: (a) Determine la resistencia equivalente de la Fig.12. (b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*?

33: Determinar la resistencia equivalente en la combinación que se muestra en la Fig.13, como así también la corriente y la diferencia de potencial en los extremos de cada resistencia.

Rta: $R = 10 \Omega$; 7Ω : 24 A; 168V; 12Ω : 6 A; 72 V; 3Ω : 4 A; 12V ; 6Ω : 2 A; 12 V; 10Ω : 6 A; 60V; 18Ω : 4 A; 72 V; 9Ω : 8 A; 72V

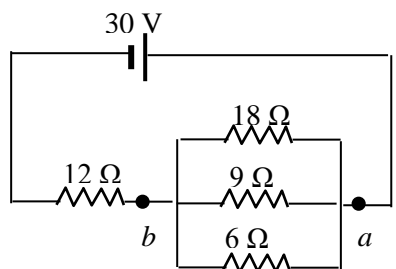


Fig. 12

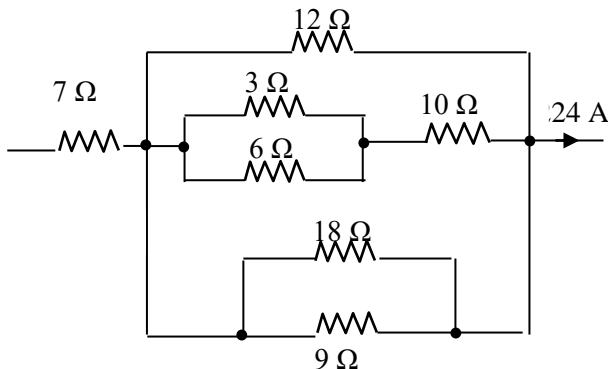


Fig.13

34: Determinar la resistencia equivalente en la combinación que se muestra en la Fig.14 y Fig.15, como así también la corriente y la diferencia de potencial en los extremos de cada resistencia.

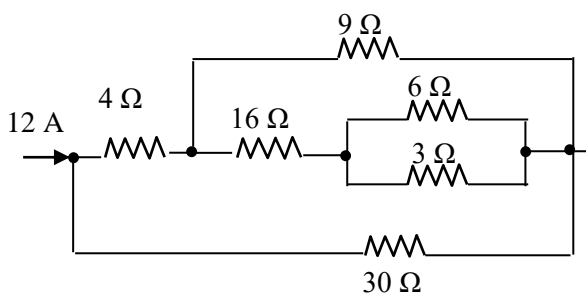


Fig.14

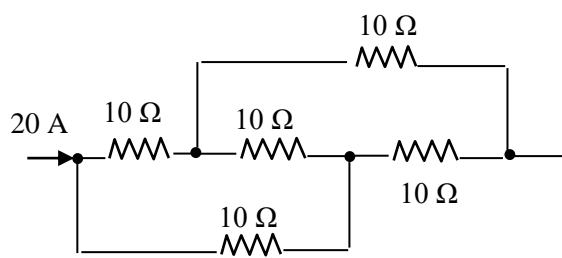


Fig.15

35: Calcular la resistencia equivalente entre *x* e *y* del circuito de la Fig 16. También determinar la diferencia de potencia V_{xa} se la corriente que en la resistencia de 8Ω es de 0,5 A.

Rta: 8Ω ; $V_{xa} = 12 V$

36: El resistor largo entre “*a*” y “*b*” de la Fig.17 tiene una resistencia de 300Ω y derivaciones a un tercio de su longitud. (a) ¿Cuál es la resistencia equivalente entre *x* e *y*? (b) Determinar la diferencia de potencial V_{bc} si la diferencia de potencial entre *x* e *y* es de 320 V.

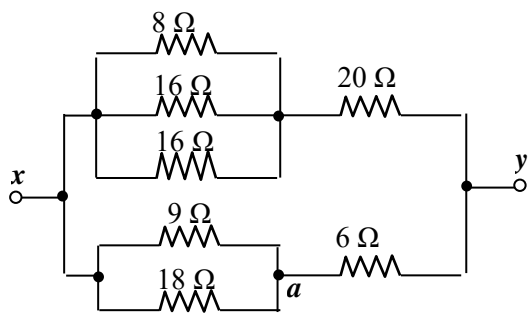


Fig.16

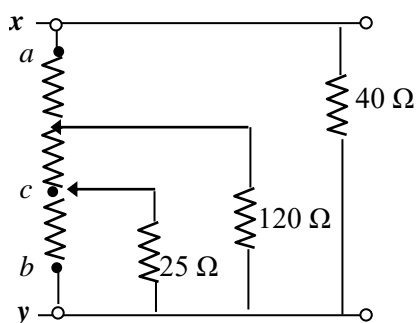


Fig.17

37: Tres resistores iguales se conectan en serie y cuando se aplica una cierta diferencia de potencial a la combinación, ésta consume una potencia total de 10 watts. ¿Qué potencia consumirá el sistema si los resistores se conectan en paralelo a la misma diferencia de potencial?

Rta: 90 w

38: Cada uno de los tres resistores de la Fig 18 tiene una resistencia de $2\ \Omega$ y pueden disipar un máximo de 18 watts sin calentarse excesivamente. ¿Cuál es la potencia máxima que el sistema puede disipar?

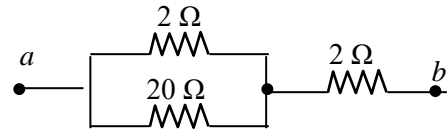


Fig.18

39: En el circuito de la Fig. 19 determinar: (a) la corriente en la batería, (b) la diferencia de potencial entre sus terminales y (c) la corriente eléctrica en cada conductor.

Rta: a) 1 A; b) 8 V; c) $12\ \Omega$: $1/18$ A; $6\ \Omega$: $1/9$ A; $4\ \Omega$: $1/6$ A; $22\ \Omega$: $1/3$ A; $8\ \Omega$: $2/3$ A; $5\ \Omega$: $8/15$ A; $20\ \Omega$: $2/15$ A;

40: Utilizando las Leyes de Kirchhoff, plantee las ecuaciones necesarias para determinar cada una de las corrientes del circuito de la Fig.20.

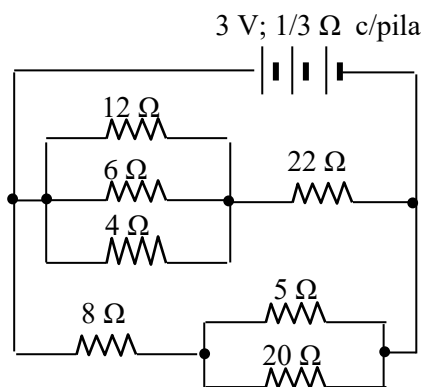


Fig.19

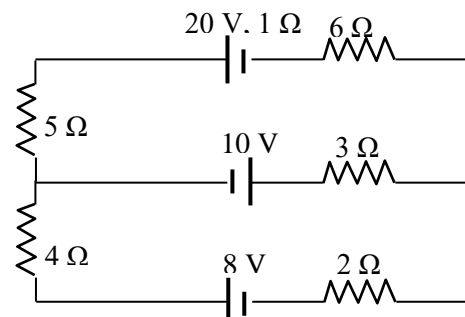


Fig.20

41: Determinar la corriente en cada conducto del circuito de la Fig. 21.

Rta: 5 A; 2 A; 3 A

42: Halle la corriente a través de cada resistencia de la Fig. 22. Las fuentes de fem tienen una resistencia interna insignificante.

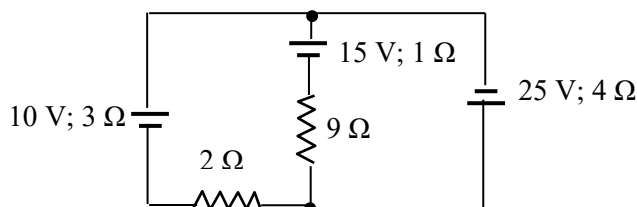


Fig. 21

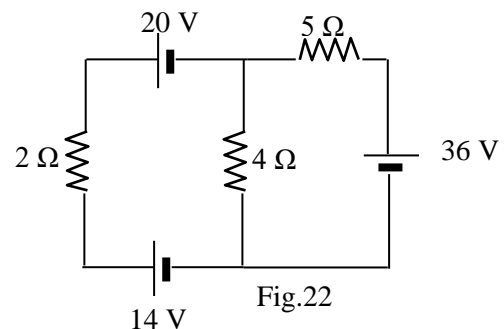


Fig.22

43: Determinar la corriente en cada conducto del circuito de la Fig. 23.

Rta: 1,1842 A; 0,263 A; 0,921 A

44: Calcule las corrientes que circulan por el circuito de la Fig.24.

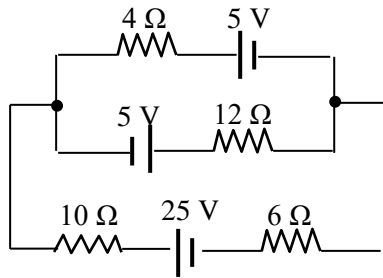


Fig.23

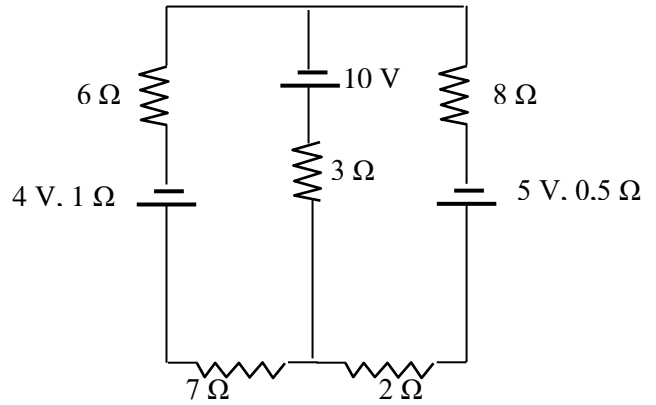


Fig.24

45: Utilizando las reglas de Kirchhoff (a) determine la corriente en cada resistor de la Fig.25. (b) Calcule la diferencia de potencial entre los puntos *c* y *f*. ¿Cuál de estos puntos está a un potencial más alto?

Rta: a) $2,69 \cdot 10^{-3}$ A; $3,076 \cdot 10^{-3}$ A; $3,85 \cdot 10^{-4}$ A ; b) $V_{cf} = 69,2$ V; $V_c > V_f$

46: Determine la diferencia de potencial V_{ab} del circuito de la Fig 26.

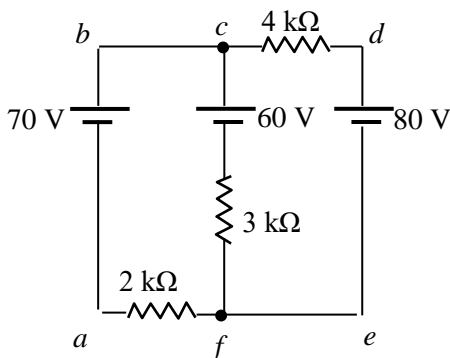


Fig. 25

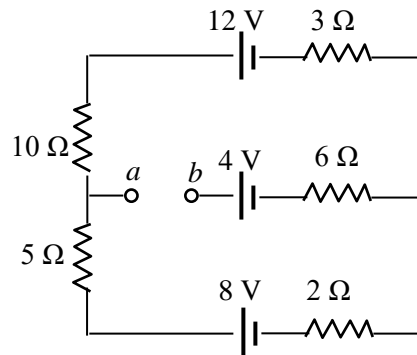


Fig.26

47: Calcule cada una de las corrientes desconocidas I_1 ; I_2 e I_3 de la Fig.27.

Rta: $I_1 = 3,5$ A, $I_2 = 2,5$ A ; $I_3 = 1$ A

48: ¿Cuáles son las lecturas del amperímetro y del voltímetro en el circuito de la Fig. 28?

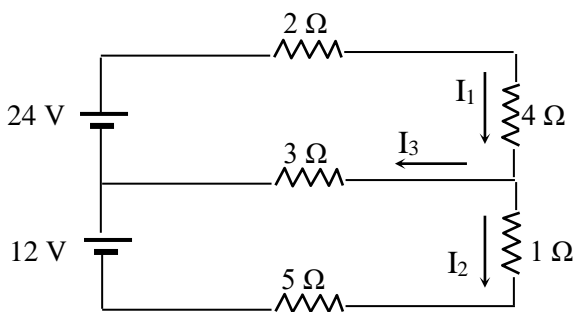


Fig.27

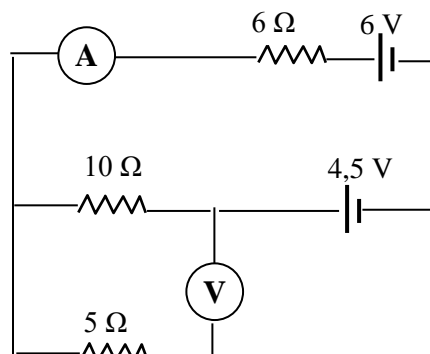


Fig. 28

49: Plantee las ecuaciones que le permitan determinar la corriente en cada conductor del circuito de la Fig. 29.

50: Si tenemos un circuito como el indicado en la Fig. 30, donde las resistencias tienen los siguientes valores: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$ y $R_4 = 18 \Omega$; y el amperímetro marca 7 A, deducir el valor que indicará el voltímetro ubicado en P-Q y decir cuál de los puntos está a un potencial mayor.

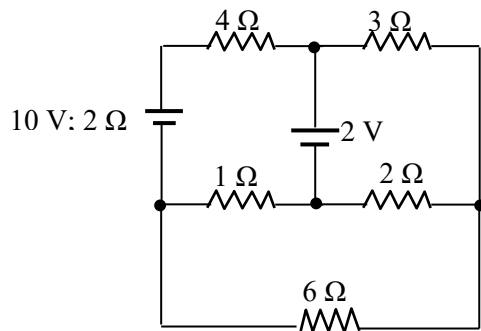


Fig.29

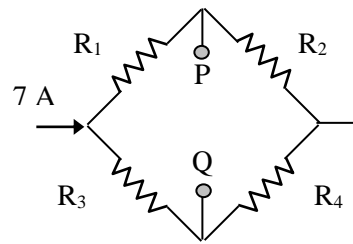


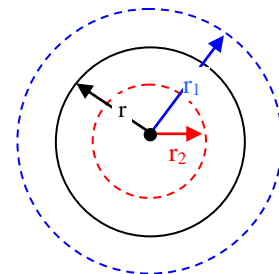
Fig. 30

SELECCIÓN PROBLEMAS RESUELTOS

3: Calcular el campo eléctrico generado por una esfera de radio igual a 5 cm y carga $q = 43,70$ F si: (a) su distribución de carga es uniforme y superficial a las distancias desde el centro r_1 y r_2 de 7 cm y 2 cm respectivamente; (b) su carga se encuentra distribuida uniformemente en todo el volumen a las mismas distancias del apartado a.

Datos: $r = 5$ cm , $q = 6,5$ C, $r_1 = 7$ cm; $r_2 = 2$ cm

Incog: a) E_1 y E_2 cuando la distribución de carga es uniforme y superficial; b) E_1 y E_2 cuando la carga es uniforme y está distribuida en todo su volumen.



a) Para carga distribuida uniformemente y superficialmente y $r_1 > r$

$$\Phi_E = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \cos \theta = q/\epsilon_0$$

$$E \int_S dS \cos 0^\circ = q/\epsilon_0$$

$$E S = q/\epsilon_0$$

$$E 4 \pi r_1^2 = q/\epsilon_0$$

$$E_1 = q / 4 \pi \epsilon_0 r_1^2$$

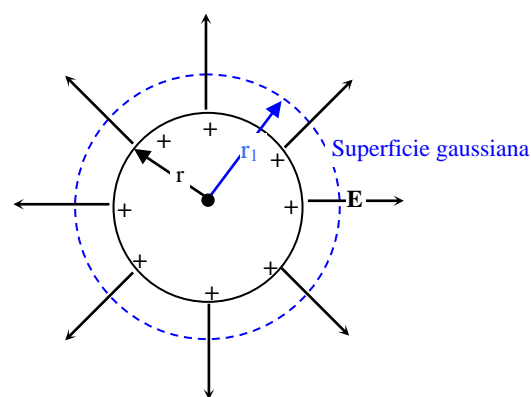
$$E_1 = 6,5 / 4 \pi 8,85 \cdot 10^{-12} (0,07)^2$$

$$E_1 = 1,19 \cdot 10^{13} \text{ N/C}$$

$$[E] = [q / 4 \pi \epsilon_0 r_1^2]$$

$$[E] = \text{C/C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2} \cdot \text{m}^2$$

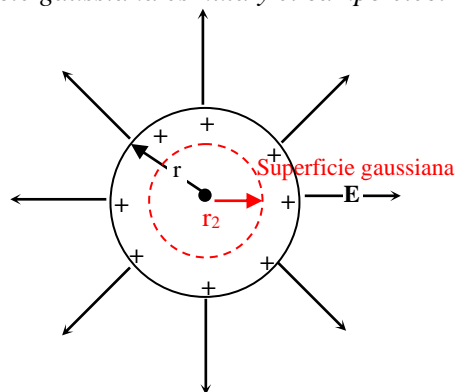
$$[E] = \text{N/C}$$



Para $r_2 < r$ la carga neta encerrada por la superficie gaussiana es nula y el campo eléctrico es nulo.

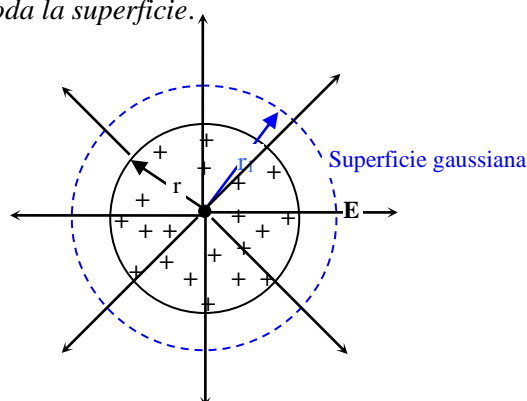
$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \cos \theta = 0/\epsilon_0$$

$$E_2 = 0$$



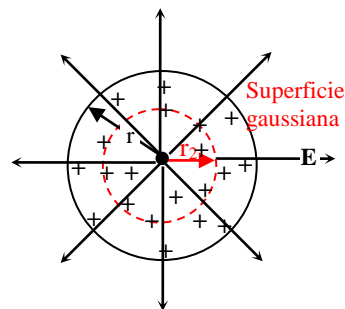
b) $r_1 > r$: Si la carga está distribuida uniformemente en todo su volumen y la distancia a la que se solicita calcular el campo eléctrico es mayor que el radio de la esfera real, la carga encerrada no cambia como tampoco la superficie de la superficie gaussiana, el campo que se obtenga será igual al que se calculó para una carga distribuida uniformemente en toda la superficie.

$$E_1 = 1,19 \cdot 10^{-13} \text{ N/C}$$



Para $r_2 < r$ y carga distribuida de manera uniforme en todo el volumen, lo que se debe calcular antes de aplicar la ley de Gauss, es la cantidad de carga encerrada por la superficie gaussiana.

Si la carga es uniforme, la densidad volumétrica de carga ($\rho = q/V$) en la esfera real es igual a la densidad volumétrica de carga en la superficie gaussiana ($\rho_2 = q_2/V_2$).



$$\rho = q/V \text{ (en la esfera real)}$$

$$\rho_2 = q_2/V_2 \text{ (en la esfera gaussiana)}$$

$$q/V = q_2/V_2$$

$$q_2 = q V_2 / V$$

$$q_2 = q (4/3 \pi r_2^3) / (4/3 \pi r^3)$$

$$q_2 = q r_2^3 / r^3$$

$$q_2 = 6,5 \text{ C } (0,02 \text{ m})^3 / (0,05 \text{ m})^3$$

$$q_2 = 0,416 \text{ C}$$

$$\Phi_E = \int_s E dS \cos \theta = q_2/\epsilon_0$$

$$E \int_s dS \cos 0^\circ = q_2/\epsilon_0$$

$$E S = q_2/\epsilon_0$$

$$E 4 \pi r_2^2 = q_2/\epsilon_0$$

$$E = q_2 / 4 \pi \epsilon_0 r_2^2$$

$$E = 0,416 / 4 \pi 8,85 \cdot 10^{-12} (0,02)^2$$

$$E = 9,35 \cdot 10^{12} \text{ N/C}$$

$$E_2 = 9,35 \cdot 10^{12} \text{ N/C}$$

Rta: a) $1,19 \cdot 10^{13} \text{ N/C}$; 0 b) $1,19 \cdot 10^{13} \text{ N/C}$; $9,36 \cdot 10^{12} \text{ N/C}$

15: Una placa de dieléctrico ($k = 7$) de 0,5 cm de espesor se coloca entre las láminas de un condensador previamente cargado a una diferencia de potencial $V_0 = 100 \text{ V}$. Si las armaduras poseen áreas $S = 100 \text{ cm}^2$ y están separadas una distancia igual a 1 cm, ¿cuál es la capacitancia antes y después de introducir el dieléctrico?

Datos: $k = 7$; $d_1 = 0,5 \text{ cm}$; $V_0 = 100 \text{ V}$; $S = 100 \text{ cm}^2 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$; $d = 1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

Incog: a) C ; b) C'

a)

$$C = \frac{k \epsilon_0 S}{d}$$

Capacitancia sin dieléctrico, $k = 1$ (aire)

$$C = 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 10^{-2} / 1 \cdot 10^{-2}$$

$$C = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

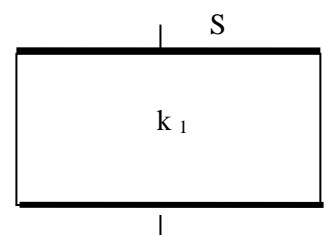
$$[C] = [k \epsilon_0 S / d]$$

$$[C] = C^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} / \text{m}$$

$$[C] = C^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$[C] = C^2 \text{ J}^{-1} = C / (\text{J/C})$$

$$[C] = C / \text{V} = \text{F}$$



b) Cuando se introduce un dieléctrico, se puede calcular el nuevo valor de la capacitancia C' como la que se obtiene de realizar una combinación de capacitores conectados en serie.

$$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2$$

Donde uno de los capacitores, tiene aire ($k=1$) y un espesor de 0,5 cm; y el otro tiene un dieléctrico ($k=7$) e igual espesor.

$$C_1 = \frac{k_1 \epsilon_0 S}{d_1}$$

$$C_1 = 1.8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 10^{-2} / 5 \cdot 10^{-3}$$

$$C_1 = 1,77 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

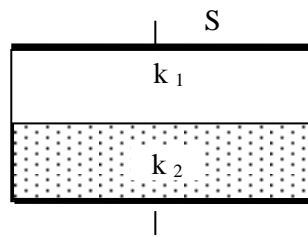
$$C_2 = \frac{k_2 \epsilon_0 S}{d_2}$$

$$C_2 = 7.8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 10^{-2} / 5 \cdot 10^{-3}$$

$$C_2 = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

$$1/C_{eq} = 1/1,77 \cdot 10^{-11} + 1/1,24 \cdot 10^{-10}$$

$$C_{eq} = C' = 1,55 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$



$$[C] = [k \epsilon_0 S / d]$$

$$[C] = C^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} / \text{m}$$

$$[C] = C^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$[C] = C^2 \text{ J}^{-1} = C / (\text{J} / C)$$

$$[C] = C / V = F$$

Rta: $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F}$; $1,55 \cdot 10^{-11} \text{ F}$

20: Calcular la capacitancia del capacitor plano de la Fig. 4, si la placas son cuadradas de lado $l = 6 \text{ cm}$.

Datos:

$$C_1: k_1 = 3; S_1 = 2 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2;$$

$$d_1 = 1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m};$$

$$C_2: k_2 = 4; S_2 = 4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2;$$

$$d_2 = 1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Incog: C_{eq}

Los capacitores están conectados en paralelo porque la diferencia de potencial en los extremos de uno de ellos V_1 es igual al la diferencia de potencial en los extremos del otro V_2 .
Luego:

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = (k_1 \epsilon_0 S_1 / d_1) + (k_2 \epsilon_0 S_2 / d_2)$$

$$C_{eq} = (3.8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} / 1 \cdot 10^{-2}) + (5.8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2,4 \cdot 10^{-3} / 1 \cdot 10^{-2})$$

$$C_{eq} = 3,186 \cdot 10^{-12} + 1,062 \cdot 10^{-11}$$

$$C_{eq} = 1,38 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

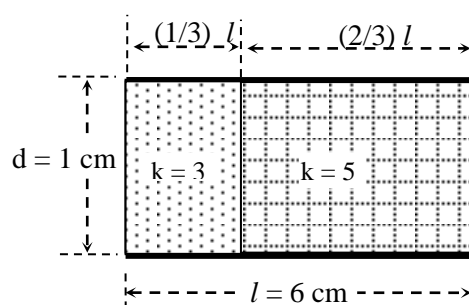


Fig.4

$$[C] = [k \epsilon_0 S / d]$$

$$[C] = C^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} / \text{m}$$

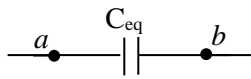
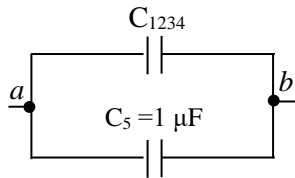
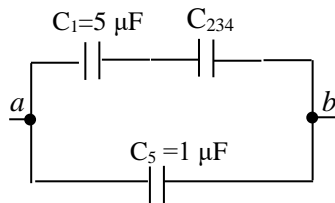
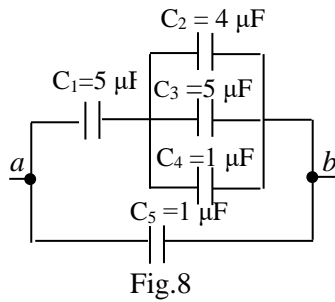
$$[C] = C^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$[C] = C^2 \text{ J}^{-1} = C / (\text{J} / C)$$

$$[C] = C / V = F$$

Rta: $1,38 \cdot 10^{-11} \text{ F}$

26: En el circuito de la Fig.8 calcular: (a) la capacitancia equivalente y (b) la carga total que puede almacenar si $V_{ab} = 50 \text{ V}$ y (c) la carga y diferencia de potencial del capacitor de $4 \mu\text{F}$.



a)

$$C_{234} = C_2 + C_3 + C_4$$

$$C_{234} = 4 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6} + 1 \cdot 10^{-6}$$

$$C_{234} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$1/C_{1234} = 1/C_1 + 1/C_{234}$$

$$1/C_{1234} = 1/5 \cdot 10^{-6} + 1/10 \cdot 10^{-6}$$

$$C_{1234} = 3,33 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$C_{eq} = C_{1234} + C_5$$

$$C_{eq} = 3,33 \cdot 10^{-6} + 1 \cdot 10^{-6}$$

$$C_{eq} = 4,33 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

b)

$$q_T = C_{eq} V_T$$

$$q_T = 4,33 \cdot 10^{-6} \cdot 50$$

$$q_T = 2,165 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

c)

$$V_T = V_{ab} = V_{1234} = V_5 = 50 \text{ V}$$

$$q_{1234} = C_{1234} V_{1234}$$

$$q_{1234} = 3,33 \cdot 10^{-6} \cdot 50$$

$$q_{1234} = 1,665 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$q_5 = C_5 V_5$$

$$q_5 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 50$$

$$q_5 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

$$q_T = q_{1234} + q_5 = 2,165 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$q_{1234} = q_1 = q_{234} = 1,665 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$V_1 = q_1/C_1$$

$$V_1 = 1,665 \cdot 10^{-4} / 5 \cdot 10^{-6}$$

$$V_1 = 33,33 \text{ V}$$

$$V_{234} = q_{234}/C_{234}$$

$$V_{234} = 1,665 \cdot 10^{-4} / 10 \cdot 10^{-6}$$

$$V_{234} = 16,65 \text{ V}$$

$$V_T = V_1 + V_{234} \approx 50 \text{ V}$$

$$V_{234} = V_2 = V_3 = V_4 = 16,65 \text{ V}$$

$$q_2 = C_2 V_2$$

$$q_2 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 16,65$$

$$q_2 = 6,66 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

$$q_3 = C_3 V_3$$

$$q_3 = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 16,65$$

$$q_3 = 8,33 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

$$q_4 = C_4 V_4$$

$$q_4 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 16,65$$

$$q_4 = 1,67 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

$$q_{234} = q_2 + q_3 + q_4 \approx 1,665 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

Rta: a) $4,33 \mu\text{F}$; b) $2,165 \cdot 10^{-4} \text{ C}$, c) $6,66 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; $16,65 \text{ V}$

30: a) Determine la resistencia equivalente del circuito de la Fig. 10. **(b)** Calcule la corriente que suministra la batería.

Datos: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 5 \Omega$; $R_5 = 1,5 \Omega$

Incog: a) R_{eq} , b) I

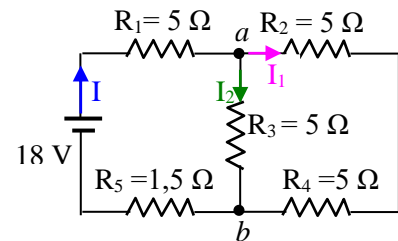


Fig. 10

En la Fig.10 se aprecia que el circuito tiene dos nudos a y b. La corriente que proporciona la fuente se pintó de azul, al llegar al nudo a, se bifurca en dos corriente I_1 e I_2 . Observe que la corriente I_1 pasa por R_2 y R_4 (por lo tanto esas resistencias están en serie). Por otro lado, las corrientes I_1 e I_2 confluyen en el nudo b, por lo tanto R_{24} y R_3 están en paralelo. Asimismo como la corriente I circula por R_1 y R_5 , esas resistencias están en serie. El circuito de la Fig.10 puede transformarse en su equivalente que se muestra a continuación, y ese circuito puede reducirse mediante circuitos asociados.

a) $R_{24} = R_2 + R_4$

$R_{24} = 5 \Omega + 5 \Omega$

$R_{24} = 10 \Omega$

$1/R_{234} = 1/ R_{24} + R_3$

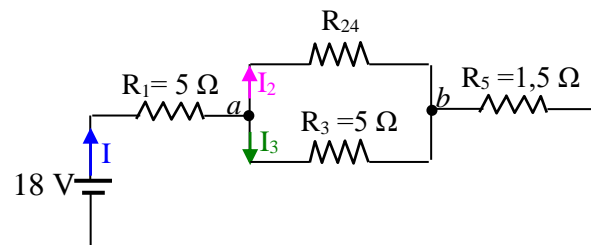
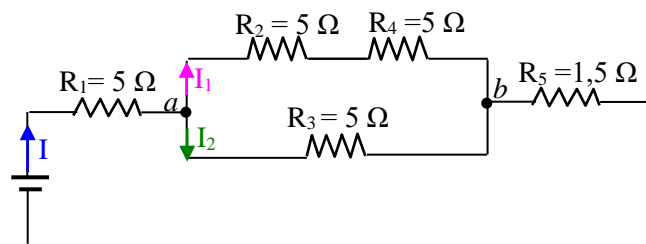
$1/R_{234} = 1 / 10 \Omega + 1/ 5 \Omega$

$R_{234} = 3,33 \Omega$

$R_{eq} = R_1 + R_{234} + R_5$

$R_{eq} = 5 \Omega + 3,33 \Omega + 1,5 \Omega$

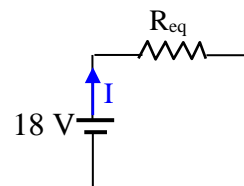
$R_{eq} = 9,83 \Omega$



b) $I = V / R_{eq}$

$I = 18 \text{ V} / 9,83 \Omega$

$I = 1,83 \text{ A}$



Rta: a) $9,83 \Omega$; b) $1,83 \text{ A}$

36: El resistor largo entre “a” y “b” de la Fig.17 tiene una resistencia de 300Ω y derivaciones a un tercio de su longitud. (a) ¿Cuál es la resistencia equivalente entre x e y? (b) Determinar la diferencia de potencial V_{bc} si la diferencia de potencial entre x e y es de 320 V .

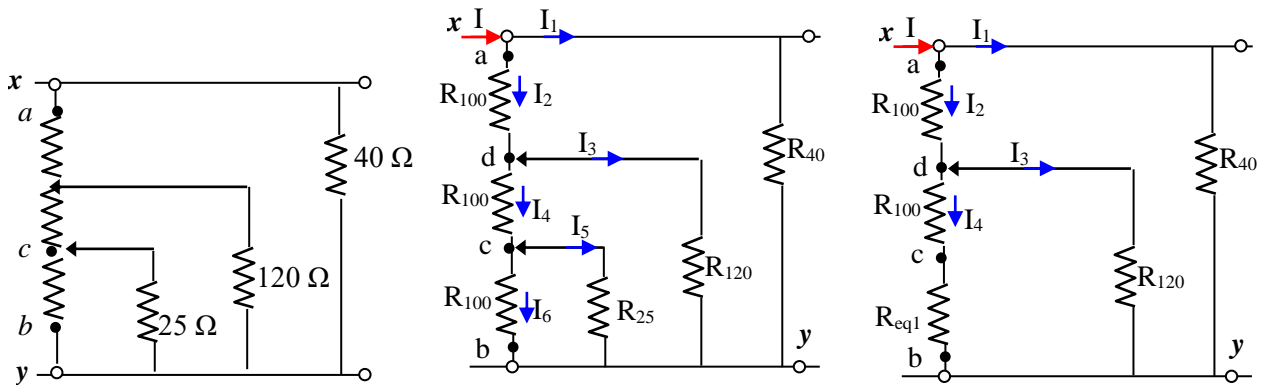
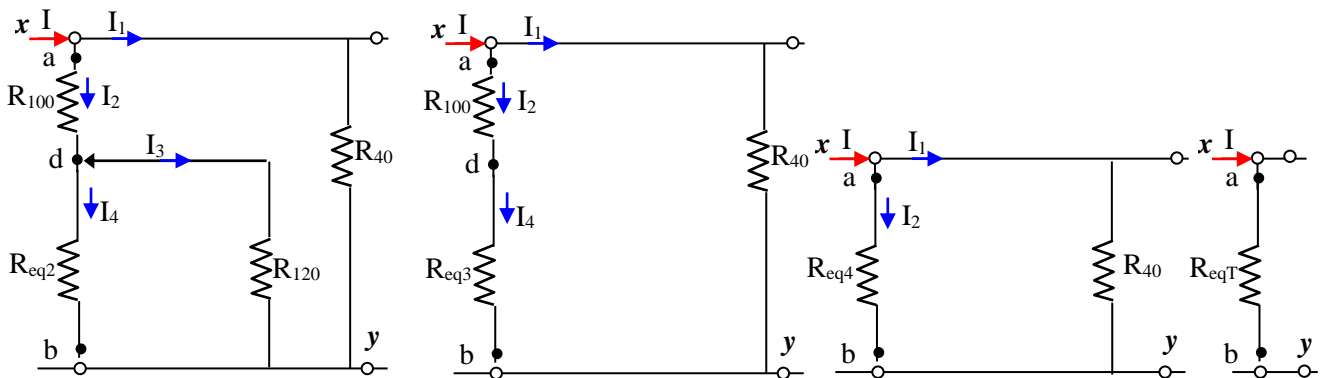


Fig.17



$$\begin{aligned} 1/R_{eq1} &= 1/R_{100} + 1/R_{25} \\ 1/R_{eq1} &= 1/100 + 1/25 \\ R_{eq1} &= 20 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{eq2} &= R_{eq1} + R_{100} \\ R_{eq2} &= 20 + 100 \\ R_{eq2} &= 120 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1/R_{eq3} &= 1/R_{eq2} + 1/R_{120} \\ 1/R_{eq3} &= 1/120 + 1/120 \\ R_{eq3} &= 60 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{eq4} &= R_{eq3} + R_{100} \\ R_{eq4} &= 60 + 100 \\ R_{eq4} &= 160 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1/R_{eqT} &= 1/R_{eq4} + 1/R_{40} \\ 1/R_{eqT} &= 1/160 + 1/40 \end{aligned}$$

$$R_{eqT} = 32 \Omega$$

$$\begin{aligned} I_2 &= V_{xy} / R_{eq4} \\ I_2 &= 320 \text{ V} / 160 \Omega \\ I_2 &= 2 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{ad} &= I_2 R_{100} \\ V_{ad} &= 2 \text{ A} \cdot 100 \Omega \\ V_{ad} &= 200 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{db} &= V_{ab} - V_{ad} \\ V_{db} &= 320 \text{ V} - 200 \text{ V} \\ V_{db} &= 120 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_4 &= V_{db} / R_{eq2} \\ I_4 &= 120 \text{ V} / 120 \Omega \\ I_4 &= 1 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{dc} &= I_4 R_{100} \\ V_{dc} &= 1 \text{ A} \cdot 100 \Omega \\ V_{dc} &= 100 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{cb} &= V_{db} - V_{dc} \\ V_{cb} &= 120 \text{ V} - 100 \text{ V} \\ V_{cb} &= 20 \text{ V} \end{aligned}$$

$$V_{cb} = -20 \text{ V}$$

Rta: a) 32Ω ; b) -20 V

45: Utilizando las reglas de Kirchoff (**a**) determine la corriente en cada resistor de la Fig.25. **(b)** Calcule la diferencia de potencial entre los puntos c y f. ¿Cuál de estos puntos está a un potencial más alto?

Las leyes de Kirchoff permiten resolver en forma sistemática problemas en los cuales las resistencias no forman agrupaciones sencillas o en las cuales hay generadores de fem en paralelo.

Definiremos en primer lugar dos conceptos:

- un nudo es un punto de la red en el cual se unen tres o más conductores que transportan corriente.
- una malla es cualquier recorrido conductor cerrado.

Las leyes de Kirchoff pueden enunciarse como sigue:

1. Ley de Nudos: la suma algebraica de las intensidades de corriente en un nudo es cero.

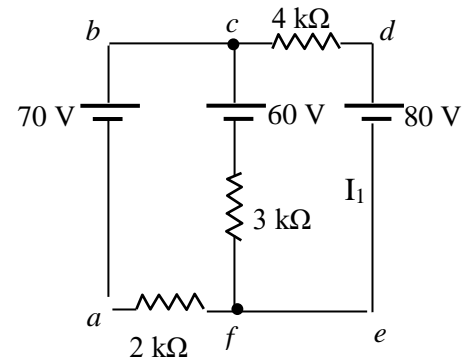


Fig. 25

$$\Sigma I = 0$$

La ley de los nudos expresa el principio de conservación de la carga eléctrica diciendo que la misma no se acumula en ningún nudo de la red, por lo tanto la suma de las intensidades que llegan a un nudo es igual a la suma de las intensidades que salen del mismo.

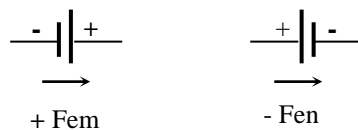
2. Ley de las Mallas: la suma algebraica de las caídas de potencial en el recorrido de cualquier malla es cero.

$$\Sigma R \cdot I - \Sigma \mathcal{E} = 0$$

La ley de las mallas es una consecuencia del principio de conservación de la energía en circuitos eléctricos, diciendo que la suma de las caídas de tensiones proporcionadas por las fuentes electromotrices ($fem = \mathcal{E}$), son iguales a las caídas de tensiones provocadas por las resistencias.

Para una **aplicación práctica de las leyes de Kirchoff** tomaremos las siguientes **convenciones:**

- A las corrientes que llegan a un nudo se les da un signo y a las que lo abandonan el signo opuesto.
- Cuando se recorre una malla en un circuito y se atraviesa una resistencia en la dirección de la corriente hay una diferencia de potencial (+) $R \cdot I$; en la dirección opuesta es (-) $R \cdot I$.
- Si una fuente es atravesada de la terminal negativa a la terminal positiva la diferencia de potencial es (+) Fem ; en sentido contrario es (-) Fem .



Ejemplo: Determinar la corriente en cada conductor de la Fig.1

Nudo A: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Malla I (B→A): $I_1(r_1 + R_1) + I_2(R_2 + r_2) = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$

Malla II (A→B): $I_2(R_2 + r_2) - I_3(R_4 + R_3) = -\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3$

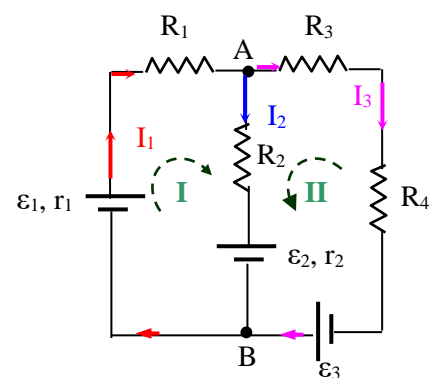


Fig. 1

El recorrido de la malla I se hizo de iniciando en el nudo B en sentido igual al de la agujas del reloj, en cambio el recorrido en la malla II se inició en el nudo A en sentido contrario al de las agujas del reloj.

En redes complicadas en las cuales intervienen un gran número de incógnitas, se deben plantear únicamente ecuaciones independientes. Para ello se prosigue de la siguiente manera:

- Si hay "n" nudos en la red, se aplica la regla los nudos a (n-1) de éstos, pudiendo elegirse cualquiera de ellos.
- Imaginemos la red descompuesta en un número de mallas sencillas, como las piezas de un rompecabezas. Se aplica la regla a cada una de estas mallas.

Ver problema propuesto N° 49.

Número de nudos 4 \Rightarrow 3 ecuaciones de nudo

Número de mallas sencillas 3 \Rightarrow 3 ecuaciones de malla y por lo tanto se plantean 6 ecuaciones con 6 incógnitas.

a) $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

I) $I_1 (4000) + I_2 (3000) = 80 - 60$

II) $I_2 (3000) - I_3 (2000) = -60 + 70$

$1 I_1 - 1 I_2 - 1 I_3 = 0$

$4000 I_1 + 3000 I_2 + 0 I_3 = 20$

$0 I_1 + 3000 I_2 - 2000 I_3 = 10$

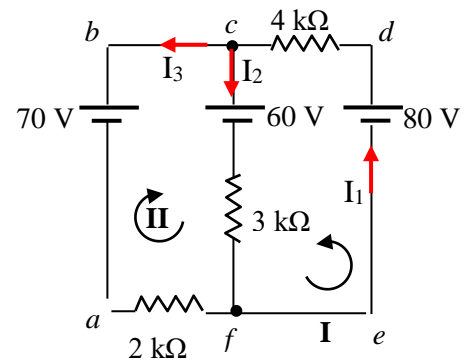


Fig. 25

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 20 & 3000 & 0 \\ 10 & 3000 & -2000 \end{vmatrix}}{-26.000.000} = \frac{-70.000}{-26.000.000} = + 2,69 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 4000 & 3000 & 0 \\ 0 & 3000 & -2000 \end{vmatrix}}{-26.000.000} = \frac{-80.000}{-26.000.000} = 3,076 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4000 & 20 & 0 \\ 0 & 10 & -2000 \end{vmatrix}}{-26.000.000} = \frac{10.000}{-26.000.000} = - 3,85 \cdot 10^{-4} \text{ A}$$

Sólo la corriente I_3 circula en sentido contrario al indicado en la Fig. 25.

b)

$$V_{cf} = \sum RI - \sum V_{\epsilon}$$

$$V_{cf} = I_2 3000 \Omega - (-60 \text{ V})$$

$$V_{cf} = 3,076 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 3000 \Omega - (-60 \text{ V})$$

$$V_{cf} = 69,2 \text{ V}$$

$$V_{cf} = V_c - V_f \text{ como } V_c - V_f > 0 \text{ entonces } V_c > V_f$$

Rta: a) $2,69 \cdot 10^{-3} \text{ A}$; $3,076 \cdot 10^{-3} \text{ A}$; $3,85 \cdot 10^{-4} \text{ A}$; b) $V_{cf} = 69,2 \text{ V}$; $V_c > V_f$

46: Determine la diferencia de potencial V_{ab} del circuito de la Fig 26.

Si los puntos a y b no están conectados, la única corriente que circula por el circuito es la que recorre la malla exterior. La diferencia de potencial o caída de potencial entre dos puntos, cuando los puntos son iguales o cuando la malla es cerrada, según la 2ª ley de Kirchoff, es

$$V_{XX} = \sum RI - \sum V_{\epsilon} = 0$$

$$I = \sum V_{\epsilon} / \sum R$$

$$I = (12 \text{ V} - 8 \text{ V}) / (3 + 10 + 5 + 2) \Omega$$

$$I = 4 \text{ V} / 20 \Omega$$

$$I = 0,2 \text{ A}$$

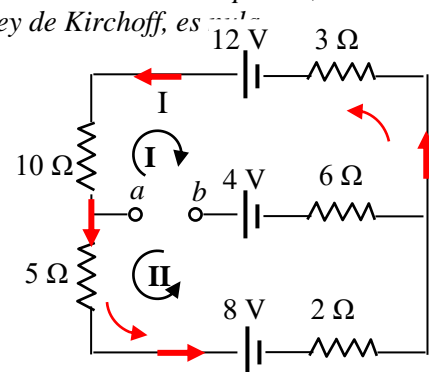


Fig.26

Luego la diferencia de potencial entre los puntos a y b por la malla I es:

$$V_{ab} = \sum RI - \sum V_{\epsilon}$$

$$V_{ab} = -0,2 \text{ A} (10 \Omega + 3 \Omega) + 0 (6 \Omega) - (-12 \text{ V} + 4 \text{ V})$$

$$V_{ab} = -2,6 \text{ V} - (-8 \text{ V})$$

$$V_{ab} = -2,6 \text{ V} + 8 \text{ V}$$

$$V_{ab} = 5,4 \text{ V}$$

Nota: tener cuidado con la pila de 4 V, aunque no circule corriente por ella, la diferencia de potencial en sus extremos, en este caso que no tiene resistencia interna es 4 V. Cuidado con la diferencia de potencial en los extremos de 6 Ω, como la corriente es nula, $V_{6\Omega} = IR = 0 \cdot 6\Omega = 0$

Idéntico resultado se logra si se realiza el cálculo recorriendo la malla II:

$$V_{ab} = \sum RI - \sum V_{\epsilon}$$

$$V_{ab} = 0,2 \text{ A} (5 \Omega + 2 \Omega) + 0 (6 \Omega) - (-8 \text{ V} + 4 \text{ V})$$

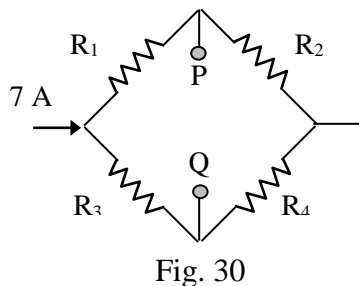
$$V_{ab} = 1,4 \text{ V} - (-4 \text{ V})$$

$$V_{ab} = 5,4V$$

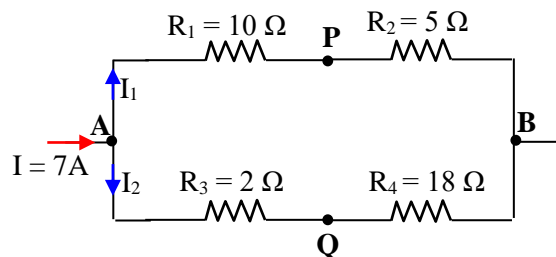
Desafío para estudiantes: suponer que los puntos *a* y *b* se conectan con un cable de resistencia insignificante y calcular las tres corrientes que circularían por él bajo esa situación.

Rta: 5,4 V

50: Si tenemos un circuito como el indicado en la Fig. 30, donde las resistencias tienen los siguientes valores: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$ y $R_4 = 18 \Omega$; y el amperímetro marca 7 A, deducir el valor que indicará el voltímetro ubicado en P-Q y decir cuál de los puntos está a un potencial mayor.



En el circuito de la Fig. 30 no circula corriente desde P a Q porque esa sección está desconectada, por lo tanto se puede transformar a un circuito asociado tal como se muestra a continuación:



En él se aprecia que las resistencias R_1 y R_2 están en serie, al igual que R_3 y R_4 ; que ambas resistencias equivalentes R_{12} y R_{34} están en paralelo.

Nos proponemos encontrar la resistencia equivalente y los valores de las corrientes I_1 e I_2 .

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 10 \Omega + 5 \Omega = 15 \Omega$$

$$V_{AB} = I R_{eq} = 7 \text{ A } 8,57 \Omega$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 2 \Omega + 18 \Omega = 20 \Omega$$

$$V_{AB} = 59,99 \text{ V} \approx 60 \text{ V}$$

$$1/R_{eq} = 1/R_{12} + 1/R_{34}$$

$$I_1 = V_{AB} / R_{12} = 60 \text{ V} / 15 \Omega$$

$$1/R_{eq} = 1 / 15 \Omega + 1 / 20 \Omega$$

$$I_1 = 4 \text{ A}$$

$$R_{eq} = 8,57 \Omega$$

$$I_2 = V_{AB} / R_{34} = 60 \text{ V} / 20 \Omega$$

$$I_2 = 3 \text{ A}$$

Para hallar la diferencia de potencial entre los puntos P y Q, hallamos la diferencia de potencial entre A y P; y entre A y Q, luego restamos miembro las expresiones para eliminar el potencial del punto A.

$$V_{AP} = I_1 R_1 = 4 \text{ A } 10 \Omega = 40 \text{ V} \Rightarrow V_A - V_P = 40 \text{ V} \quad (1)$$

$$V_{AQ} = I_2 R_3 = 3 \text{ A } 2 \Omega = 6 \text{ V} \Rightarrow V_A - V_Q = 6 \text{ V} \quad (2)$$

$$V_A - V_P - V_A + V_Q = 34 \text{ V}$$

$$- V_P + V_Q = 34 \text{ V}$$

$$V_Q - V_P = 34 \text{ V}$$

$$V_{QP} = 34 \text{ V}$$

$$V_{PQ} = - 34 \text{ V}$$

Nota: idéntico procedimiento se podría haber realizado con V_{PB} y V_{QB} . Eliminando el potencial del punto B se obtiene V_{PQ} .*

Luego, la diferencia de potencial entre P y Q es de menos 34 V y **el punto Q está a mayor potencial que el punto P** . Si se cerrar el circuito entre estos puntos, la corriente circularía de Q hacia P .

***Desafío para estudiantes:** demostrar como sugiere la nota que la diferencia de potencial entre $V_{PQ} = -34$ V.

Rta: - 34 V; $V_Q > V_P$

REVISIÓN CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS ESTÁTICOS

1. Un disco circular con una densidad superficial de carga igual a $6,19 \cdot 10^{-11} \text{ C/m}^2$ está rodeado de una esfera circular de 1 m de radio. Calcular el radio del disco si el flujo a través de la esfera es igual a $7,90 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}^2/\text{C}$.

Datos: $\sigma = 6,19 \cdot 10^{-11} \text{ C/m}^2$; $r_{\text{esfera}} = 1 \text{ m}$, $\Phi_E = 7,90 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}^2/\text{C}$

Incog: $r_{\text{disco}}?$

La ley de Gauss establece:

$$\Phi_E = \int_s E \, dS \cos \theta = q/\epsilon_0 \quad (1)$$

De la expresión (1) conocemos el flujo eléctrico, el radio de la esfera gaussiana (en consecuencia la superficie de la esfera), el ángulo entre el campo eléctrico y la normal a la superficie (θ) y la constante ϵ_0 .

Por otro lado, nos proporcionan como dato la densidad superficial de carga de disco.

$$\sigma = q/S_{\text{disco}}$$

$$q = \sigma \cdot S$$

$$q = \sigma \cdot \pi \cdot r_{\text{disco}}^2 \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1) se tiene:

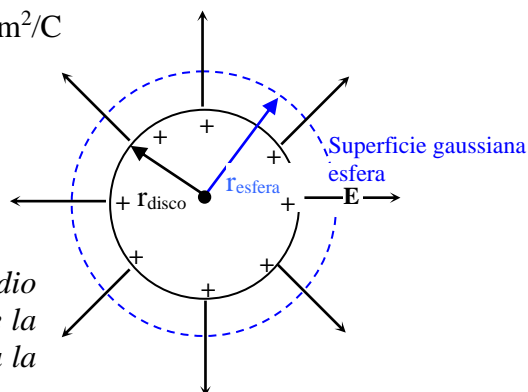
$$\Phi_E = \int_s E \, dS \cos \theta = \sigma \cdot \pi \cdot (r_{\text{disco}})^2 / \epsilon_0$$

Trabajando con el primer y tercer miembro, podemos obtener el radio del disco:

$$\Phi_E = \frac{\sigma \cdot \pi \cdot r_{\text{disco}}^2}{\epsilon_0} \Rightarrow r_{\text{disco}} = \sqrt{\frac{\Phi_E \epsilon_0}{\sigma \cdot \pi}}$$

$$r_{\text{disco}} = \sqrt{\frac{7,90 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}}{6,19 \cdot 10^{-11} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \cdot \pi}}$$

$$r_{\text{disco}} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 6 \text{ cm}$$



Rta: el radio del disco es igual a 6 m

2. La carga máxima que puede almacenar el circuito de la Fig.1 es igual a $6 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ y la energía máxima es igual $3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$. Determinar el valor del capacitor C_3 .

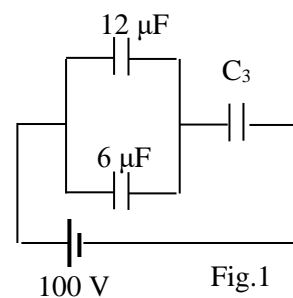
Datos: $q_{\text{máx}} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; $E_{\text{máx}} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

Incog: $C_3?$

La energía que almacena en un capacitor es:

$$E_c = \frac{q^2}{2C}$$

Y la energía máxima es:



$$E_{\text{máx}} = \frac{q_{\text{máx}}^2}{2C}$$

De la expresión anterior, podemos calcular la capacitancia máxima o equivalente (C_{eq}):

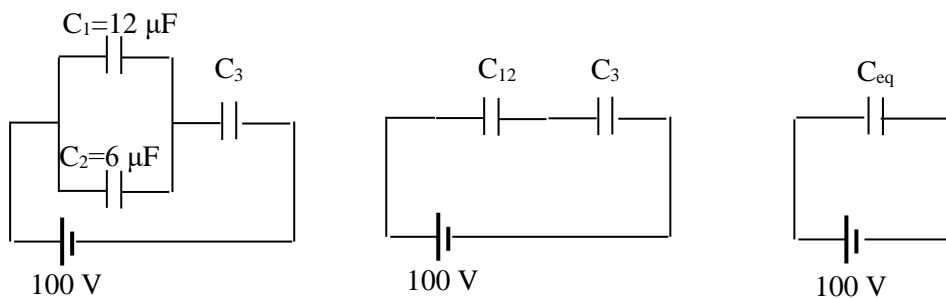
$$C_{eq} = \frac{q_{\text{máx}}^2}{2E_{\text{máx}}} \quad [C] = [q_{\text{máx}}^2/2E_{\text{máx}}]$$

$$C_{eq} = \frac{(6 \cdot 10^{-4} \text{ C})^2}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \text{ J}} \quad [C] = C^2/J$$

$$C_{eq} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ F} \quad [C] = C/V$$

$$[C] = F$$

Los circuitos asociados de la Fig.1, numerando los capacitores, son:



Los capacitores C_1 y C_2 están en paralelos:

$$C_{12} = C_1 + C_2$$

$$C_{12} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ C} + 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$C_{12} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Y este capacitor C_{12} está en serie en con C_3 :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3}$$

De donde

$$\frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_{eq}} - \frac{1}{C_{12}}$$

$$\frac{1}{C_3} = \frac{C_{12} - C_{eq}}{C_{eq} \cdot C_{12}}$$

$$C_3 = \frac{C_{eq} \cdot C_{12}}{C_{12} - C_{eq}}$$

$$C_3 = \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 18 \cdot 10^{-6} \text{ F}}{18 \cdot 10^{-6} \text{ F} - 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}$$

$$C_3 = 9 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

Rta: $9 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

3. Determinar: (a) las corrientes que circulan por el circuito de la Fig.2 y (b) la diferencia de potencial V_{ab} .

a)

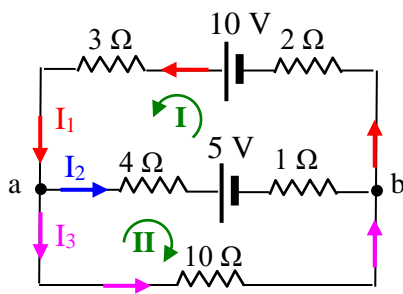


Fig. 3

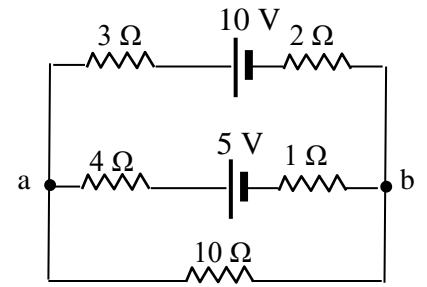


Fig. 2

Nudo a: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Malla I: $I_1 (2 \Omega + 3 \Omega) + I_2 (4 \Omega + 1 \Omega) = 10 \text{ V} - 5 \text{ V}$

Malla II: $I_2 (4 \Omega + 1 \Omega) - I_3 (10 \Omega) = - 5 \text{ V}$

$$1 I_1 - 1 I_2 - 1 I_3 = 0$$

$$5 I_1 + 5 I_2 + 0 I_3 = 5$$

$$0 I_1 + 5 I_2 - 10 I_3 = - 5$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 5 & 5 & 0 \\ -5 & 5 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 5 & 5 & 0 \\ 0 & 5 & -10 \end{vmatrix}} = \frac{0 + 0 - 25 - 25 - 50 + 0}{-50 + 0 - 25 - 0 - 50 + 0} = \frac{-100}{-125} = +0,8 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 5 & 0 \\ 0 & -5 & -10 \end{vmatrix}}{-125} = \frac{0 + 0 - 25 + 0 + 0 + 0}{-125} = \frac{-25}{-125} = +0,2 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 5 & 5 & 5 \\ 0 & 5 & -5 \end{vmatrix}}{-125} = \frac{-25 + 0 - 0 + 0 - 25 - 25}{-125} = \frac{-75}{-125} = +0,6 \text{ A}$$

Como el signo de todas las corrientes es positivo, las corrientes circulan como se supuso en la Fig.3

b)

$$V_{ab} = \sum RI - \sum V_{\varepsilon}$$

$$V_{ab} = I_2 (4 \Omega + 1 \Omega) - (-5 \text{ V})$$

$$V_{ab} = 0,2 \text{ A} (4 \Omega + 1 \Omega) - (-5 \text{ V})$$

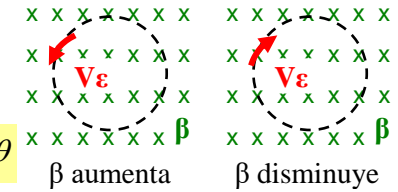
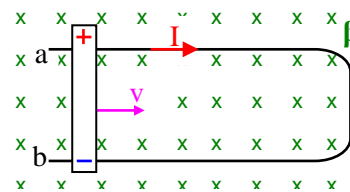
$$V_{ab} = 6 \text{ V}$$


La diferencia de potencial se calculó por la rama media, verifique que se obtiene el mismo valor por la rama superior y por la rama inferior.

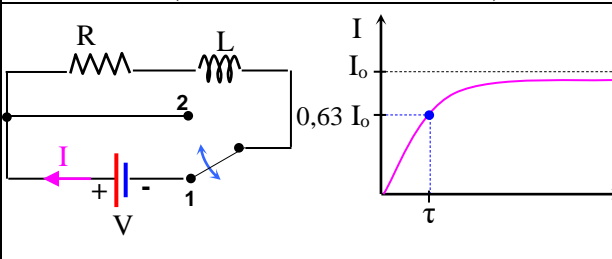
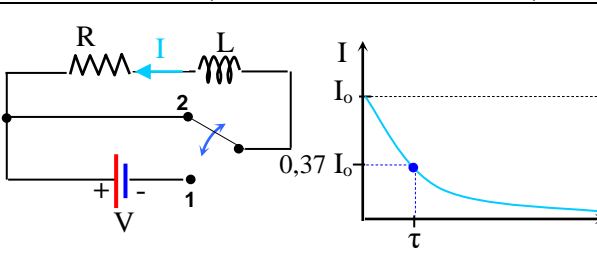
Rta: a) $I_1 = 0,8 \text{ A}$, $I_2 = 0,2 \text{ A}$; $I_3 = 0,6 \text{ A}$; b) $V_{ab} = 6 \text{ V}$

CAPÍTULO 4: CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Ley de Faraday – Henry	Fuerza electromotriz producida por movimiento
$V_{\epsilon} = -\frac{d\Phi_{\beta}}{dt}$ $\Phi_{\beta} = \int \beta dS \cos\theta$  <p>β aumenta β disminuye</p>	$V_{ab} = v.l.\beta$ 

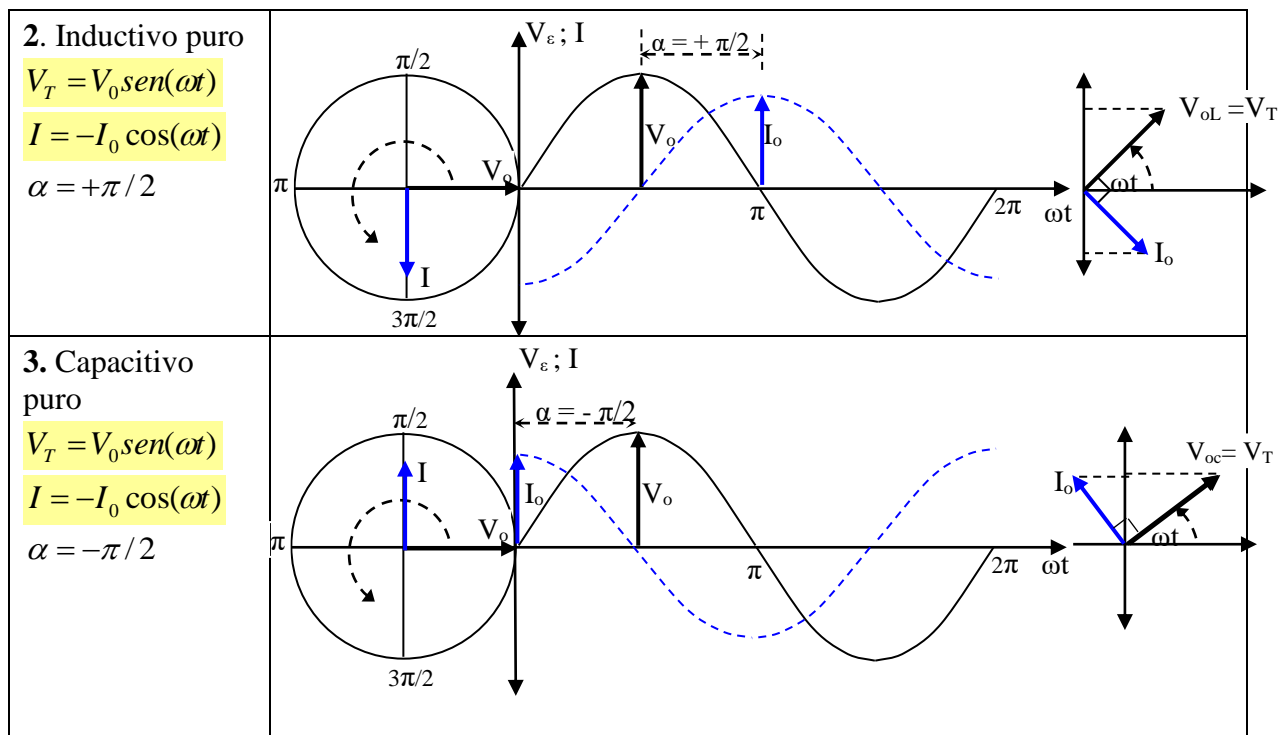
Autoinducción	I disminuye I aumenta
$V_L = L \frac{dI}{dt}$ $[L] = \left[\frac{V_L}{dI/dt} \right] \Rightarrow [L] = \frac{Vs}{A} = H$	

Circuitos RL	
1. Conexión (crecimiento de la corriente) 	2. Desconexión (decaimiento de la corriente) 
$I = I_0(1 - e^{-t/\tau})$	$I = -I_0 e^{-t/\tau}$
Para ambos procesos: $I_0 = \frac{V}{R}$ y $\tau_L = \frac{L}{R}$. Además $E_{\beta} = \frac{1}{2} LI^2$	

Circuitos RC	
1. Proceso de carga	2. Proceso de descarga
$q_c = q_0(1 - e^{-t/\tau})$	$q_d = q_0 e^{-t/\tau}$
Para ambos procesos $q_0 = CV$ y $\tau_c = RC$. Además $E_E = \frac{q^2}{2C}$	
$I_c = \frac{dq_c}{dt} = I_0 e^{-t/\tau}$	
	$I_d = \frac{dq_d}{dt} = -I_0 e^{-t/\tau}$

A. Oscilaciones Electromagnéticas Libres	
A.1. No amortiguada	A.2. Amortiguadas
$q = q_0 \cos(\omega t + \Phi)$ y $I = I_0 \sin \omega t$ donde $\Phi = 0$ para $t = 0$ $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$	$q = q_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \Phi)$ $\gamma = R/2L$ y $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$

B. Oscilaciones Electromagnéticas Forzadas Circuitos RLC en serie				
$V_T = V_0 \sin(\omega t)$ $I = I_0 \sin(\omega t - \alpha)$	$\text{tg } \alpha = \frac{X}{R}$	$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$	$Z = \sqrt{X^2 + R^2}$	$V_{0T} = I_0 Z$
1. Resistivo puro $V_T = V_0 \sin(\omega t)$ $I = I_0 \sin(\omega t)$ $\alpha = 0$				



$X_L > X_C \Leftrightarrow \alpha$ es positivo \Leftrightarrow el circuito es más inductivo que capacitivo \Leftrightarrow la corriente I está atrasada con respecto a la tensión V

$X_L = X_C \Leftrightarrow \alpha = 0^\circ \Leftrightarrow$ el circuito es oscilante \Leftrightarrow la corriente I está en fase con la tensión V

$X_L < X_C \Leftrightarrow \alpha$ es negativo \Leftrightarrow el circuito es más capacitivo que inductivo \Leftrightarrow la corriente I está adelantada con respecto a la tensión V

Elemento /Tensión máxima	Tensión en general	Tensión si $I = I_0 \text{sen } \omega t$	Tensión si $I = I_0 \text{cos } \omega t$
$R \Rightarrow V_{oR} = I_0 R$	$V_R = RI$	$V_R = RI_0 \text{sen } \omega t$	$V_R = RI_0 \text{cos } \omega t$
$L \Rightarrow V_{oL} = I_0 X_L$	$V_L = L \frac{dI}{dt}$	$V_L = \omega L I_0 \text{cos } \omega t$	$V_L = \omega L I_0 (-\text{sen } \omega t)$
$C \Rightarrow V_{oC} = I_0 X_C$	$V_C = \frac{1}{C} \int I dt$	$V_C = \frac{I_0}{\omega C} (-\text{cos } \omega t)$	$V_C = \frac{I_0}{\omega C} \text{sen } \omega t$

CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO

PROBLEMAS PROPUESTOS

1: Se coloca una bobina de 200 vueltas y 0,1 m de radio perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,2 T. Encontrar la fem inducida si en 0,1 segundos: (a) se duplica el campo; (b) se reduce el campo a cero; (c) se invierte el sentido del campo; (d) se rota la bobina 90° y (e) se rota la bobina 180°.

Rta: a) -12,56 V; b) 12,56 V; c) 25,13 V ; d) 12,56 V; e) 25,13 V

2: Una bobina cuadrada de una sola espira y de 0,2 m de lado está colocada de modo que su plano es perpendicular a un campo magnético constante. Se induce una fem de 18 mV en el devanado cuando el área de la bobina disminuye a razón de 0,10 m² / s. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético?

3: El plano de una bobina rectangular, de 5 cm por 8 cm, es perpendicular a la dirección de un campo magnético. Si la bobina tiene 75 espiras y una resistencia total de 8 Ω ¿con qué rapidez debe cambiar la magnitud del campo magnético para inducir una corriente de 0,10 A en el devanado de la bobina?

Rta: -2,67 T / s

4: El lazo flexible de la Fig. 1 tiene un radio de 12 cm y está en un campo magnético de 0,15 T de intensidad. Se sujeta el lazo por los puntos A y B y se alarga hasta que se cierra. Si toma 0,20 s cerrar el lazo, calcule la magnitud de la fem inducida en promedio en el lazo durante ese tiempo.

5: El cubo de la Fig.2 de 1 m de arista, está en un campo uniforme de 0,2 T dirigido según el eje y. Los alambres A, C y D se mueven en las direcciones indicadas, todos con una velocidad de 0,5 m/s. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de cada alambre?

Rta: En A 0; en C 0,0707 V y en D 0,141 V

6: Considere el arreglo de la Fig.3. Suponga que $R = 6 \Omega$ y $l = 1,2 \text{ m}$ y que un campo magnético uniforme de 2,5 T está dirigido *hacia* la página. Suponga que el resto del circuito tiene resistencia insignificante y desprecie la fricción ¿Con qué rapidez se debe mover la barra para producir una corriente de 0,5 A en el resistor? ¿Cuál es el sentido de circulación en la resistencia?

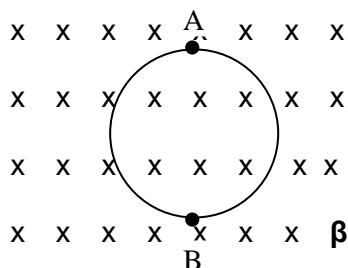


Fig.1

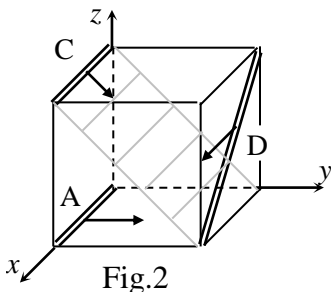


Fig.2

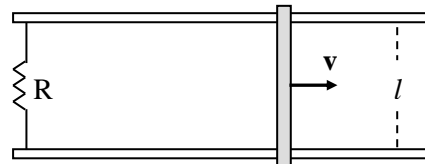


Fig.3

7: En un circuito RL determinar: (a) la constante de tiempo inductiva τ ; (b) la corriente que circula por el circuito para un tiempo $t = 10 \tau$ y (c) la energía almacenada en la bobina para un tiempo $t = 2 \tau$; sabiendo que $V = 100 \text{ V}$, $R = 20 \Omega$ y $L = 2 \text{ mH}$.

Rta: a) $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; b) 5 A; c) $1,86 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

8: Un solenoide, con una inductancia de 2 H y una resistencia de 10 Ω , se conecta de pronto con una batería sin resistencia que tiene una fem de 100 V. Se quiere saber cuánto tiempo tardará la corriente en alcanzar la mitad de su valor final de equilibrio.

9: Una bobina con una inductancia de 2 H y una resistencia de 10 Ω se conecta de pronto con una batería sin resistencia que tiene una fem de 100 V. (a) ¿Cuáles es la corriente de equilibrio?; (b) ¿Qué cantidad de energía hay almacenada en el campo magnético cuando pasa esa corriente por la bobina? y (c) Calcular el tiempo requerido para que la corriente aumente hasta un cuarto de su valor de régimen.

Rta: a) 10 A; b) 100 J; c) 0,057 s

10: Considere un circuito RC en serie para el cual $R = 2 \cdot 10^6 \Omega$, $C = 6 \mu F$ y la fem es de 20 V. Determine: (a) la constante de tiempo del circuito, (b) la carga máxima en el capacitor después de cerrar el interruptor, (c) la carga al cabo de 5 s.

11: Una resistencia de 20.000 Ω y un condensador de 40 μF se conectan a una fuente de tensión de 60 V. Hallar: (a) la constante de tiempo, (b) la carga en el condensador y su caída de tensión a los 0,2 segundos de su conexión, (c) la corriente de equilibrio, (c) la carga en el condensador y su caída de tensión 0,6 segundos después de haber abierto el interruptor.

Rta: a) 0,8 s ; b) 530 μC 13,25 ;V c) 3 mA; d) 1,13 $10^{-3} C$; 28,25 V

12: Considere un circuito RC en serie para el cual $R = 1 M \Omega$, $C = 5 \mu F$ y la fem es de 30 V. Determine la carga del capacitor 10 s después de cerrar el interruptor.

13: Una resistencia de 3 $10^6 \Omega$ y un condensador de 1 μF se conectan a una fuente de tensión de 4 V. Al cabo de 1 segundo de su conexión, calcular la rapidez de los siguientes fenómenos: (a) aumento de carga en el condensador, (b) almacenamiento de energía en el condensador, (c) calentamiento por efecto Joule en la resistencia y (d) energía que proporciona la fuente.

Rta: a) $9,55 \cdot 10^{-7} A$; b) $dEc / dt = 1,079 \cdot 10^{-6} w$; c) $RI^2 = 2,74 \cdot 10^{-6} w$; d) $PE = 3,82 \cdot 10^{-6} w$

14: Un circuito RC en serie tiene una constante de tiempo de 0,96 s. La batería tiene una fem de 48 V y la corriente máxima del circuito es de 500 mA. ¿Cuáles son (a) el valor de capacitancia y (b) la carga almacenada en el capacitor 1,92 s después de cerrar el interruptor?

15: Un circuito RL con $L = 3 H$ y un circuito RC con $C = 3 \mu F$ tienen la misma constante de tiempo. Si los dos circuitos tienen la misma resistencia R, (a) ¿cuál es el valor de R y (b) cuál es la constante de tiempo común?

Rta: a) 1000 Ω ; b) 3 $10^{-3} s$

16: Un inductor de 25 mH, un resistor de 8 Ω y una batería de 6 V están conectados en serie. Se cierra el interruptor en un tiempo $t = 0$. Determine la caída de voltaje en los extremos del resistor (a) en $t = 0$ y (b) cuando ha transcurrido una constante de tiempo. Asimismo, calcule la caída de voltaje en el inductor (c) en $t = 0$ y (d) cuando ha transcurrido una constante de tiempo.

17: Se carga a 20 V un condensador de 2 μF y luego se conecta a una bobina de 6 mH. (a) ¿Cuál es la frecuencia de oscilación? (b) ¿Cuál es el valor máximo de corriente?

Rta: a) 1452,88 Hz; b) 0,365 A.

18: Se dispone de una inductancia de 10 mH y de dos capacitores de 5 μF y 2 μF . ¿Qué frecuencia de resonancia puede obtenerse colocando: (a) los tres elementos en serie, (b) los capacitores en paralelo y luego en serie con la inductancia?

19: Se tiene un circuito LC con $L = 10 \text{ mH}$ y $C = 1 \mu\text{F}$ y se desea saber la carga en función de la carga máxima cuando la energía se distribuye igualmente entre el campo magnético y el campo eléctrico. (a) ¿Cuánto tiempo se requiere para que ocurra esta condición, suponiendo que el capacitor estaba totalmente cargado?, (b) ¿Cuál es la frecuencia de resonancia en Hz?

Rta: a) $7,85 \cdot 10^{-5} \text{ s}$; b) 1591,55 Hz

20: En un circuito serie RLC con una resistencia $R = 15 \Omega$, una inductancia $L = 0,08 \text{ H}$ y un capacitor $C = 30 \mu\text{F}$, la tensión aplicada tiene una frecuencia de 500 rad/seg. Hallar: (a) el ángulo de fase de la corriente respecto a la tensión, (b) el módulo de la impedancia.

21: Demostrar que si ω se expresa en radianes por segundo, L en henrios y C en faradios X_L y X_C vienen dados en ohmios.

22: Por la asociación en serie RLC, con $R = 2 \Omega$, $C = 20 \mu\text{F}$ y $L = 1,6 \text{ mH}$, circula una corriente $I = 3 \cos(5000t - \pi/3) \text{ A}$. Hallar la caída de tensión en cada elemento y la tensión total.

23: En un circuito serie RL con una resistencia $R = 5 \Omega$, una inductancia $L = 0,06 \text{ H}$; la tensión en los bornes de la bobina es $V_L = 15 \sin 200t \text{ V}$. Hallar: (a) la tensión total, (b) la intensidad de corriente, (c) el ángulo de fase y (d) el módulo de la impedancia.

Rta: a) $V_T = 16,25 \cos(200t) \text{ V}$; b) $I = 1,25 \cos(200t - 1,176) \text{ A}$; c) $\alpha = 1,176 \text{ rad}$; d) $Z = 13 \Omega$

24: Por un circuito RL en serie, con $R = 10 \Omega$ y $L = 20 \text{ mH}$ circula una corriente $I = 2 \sin 500t$. Hallar (a) la tensión total, (b) el módulo de la impedancia y (c) el ángulo de fase.

25: En un circuito serie RC, con $R = 20 \Omega$ y $C = 55 \mu\text{F}$, la tensión en los bornes del capacitor es: $V_C = 125 \sin 2000t \text{ V}$. Hallar (a) el módulo de la impedancia, (b) el ángulo de fase, (c) la tensión total y (d) la intensidad de corriente.

Rta: a) $Z = 21,97 \Omega$; b) $\alpha = -0,4265 \text{ rad}$; c) $V_T = 302,09 \cos 2000t \text{ V}$; d) $I_T = 13,75 \cos(2000t + 0,4265) \text{ A}$ (el circuito es más capacitivo, la corriente I está adelantada con respecto a la tensión V)

26: Un resistor de 60Ω , un capacitor de $15 \mu\text{F}$ y un inductor de $0,4 \text{ H}$ están conectados en serie a una fuente de 90 V a 60 Hz . Determine: (a) el voltaje máximo en cada elemento y dibuje los vectores rotantes de este circuito (b) la caída de voltaje a través de la combinación LC y (c) la caída de voltaje a través de la combinación RC.

27: En un circuito serie RL, con $R = 5 \Omega$ y una inductancia $L = 0,06 \text{ H}$ la tensión en los bornes de la resistencia es $V_R = 15 \sin 200t \text{ V}$. Hallar: (a) la tensión total, (b) la intensidad de corriente, (c) el ángulo de fase y (d) el módulo de la impedancia.

Rta: a) $V_T = 39 \sin 200t \text{ V}$; b) $I = 3 \sin(200t - 1,176) \text{ A}$; c) $\alpha = 1,176 \text{ rad}$; d) $Z = 13 \Omega$

28: En un circuito RL, $L = 0,02 \text{ H}$ y $Z = 17,85 \Omega$, aplicando una tensión senoidal, la corriente que circula por el circuito está retrasada respecto a la tensión $63,4^\circ$. Hallar ω y R .

29: Un circuito serie RLC con $L = 2 \text{ H}$, $C = 2 \mu\text{F}$ y $R = 20 \Omega$ están conectados a un generador de frecuencia variable y con una fem máxima de 100 V . (a) Hallar la frecuencia de resonancia. (b) La corriente máxima y el ángulo de fase cuando la frecuencia del generador es de 60 Hz .

Rta: a) $\nu = 79,58 \text{ Hz}$; b) $I_0 = 0,175 \text{ A}$; $\alpha = -88^\circ$

30: En un circuito en serie RLC la tensión en la bobina es: $V_L = 60 \text{ sen } 5000 t \text{ V}$ y los valores de los elementos son: $R = 15 \Omega$, $L = 2 \text{ mH}$ y $C = 6 \mu\text{F}$. Calcular: (a) la tensión total y (b) la corriente que circula por ellos.

31: En un circuito serie RC, con $R = 10 \Omega$ y $C = 60,3 \mu\text{F}$, la tensión en los bornes de la resistencia es: $V_R = 25 \text{ sen } 2500 t \text{ V}$. Hallar: (a) el módulo de la impedancia, (b) el ángulo de fase, (c) la tensión total y (d) la intensidad de corriente.

Rta: a) $Z = 12 \Omega$; b) $\alpha = -0,585$; c) $V_T = 30 \text{ sen } 2500 t \text{ V}$; d) $I_T = 2,5 \text{ sen } (2500 t + 0,585)$
A (el circuito es más capacitivo, la corriente I está adelantada con respecto a la tensión V)

32: Una resistencia $R = 5 \Omega$ y un cierto condensador C se unen en serie. La tensión medida en los bornes de la resistencia es $V_R = 25 \text{ sen } (2000 t + \pi/6) \text{ V}$. Si la corriente está adelantada $\pi/3$ respecto a la tensión, cuál es el valor de la capacidad del condensador.

33: Una resistencia $R = 27,5 \Omega$ y un condensador $C = 66,7 \mu\text{F}$ se unen en serie. La tensión medida en los bornes del condensador es $V_C = 50 \text{ cos } 1500 t \text{ V}$. Hallar: (a) la caída de tensión total, (b) el ángulo de fase de I respecto de V y (d) el módulo de la impedancia.

Rta: a) $V_T = 146,3 \text{ sen } 1500 t \text{ V}$; b) $\alpha = -\pi/9$; c) $Z = 29,26 \Omega$

34: En un circuito serie, la tensión y la corriente son: $V = 353,5 \text{ cos } (3000 t - \pi/18) \text{ V}$; $I = 12,5 \text{ cos } (3000 t - 0,959) \text{ A}$. Hallar los valores de R y C , si la autoinducción $L = 0,01 \text{ H}$.

35: Un capacitor de $10 \mu\text{F}$ y un inductor de 2 H están conectados en serie con una fuente de 60 Hz cuya fem máxima es $70,71 \text{ V}$. Determine (a) la corriente máxima en el circuito, (b) el voltaje máximo entre los extremos del inductor, (c) el voltaje máximo entre los extremos del capacitor, d) el ángulo de fase y e) dibuje el diagrama de los vectores rotantes.

Rta: a) $I_0 = 0,145$; b) $V_{0L} = 109,08 \text{ V}$; c) $V_{0C} = 38,38 \text{ V}$; d) $\alpha = +\pi/2$

36: Dos elementos simples $R = 12 \Omega$ y $C = 31,3 \mu\text{F}$ se unen en serie y se les aplica una tensión $V = 100 \text{ cos } (2000 t - \pi/9) \text{ V}$. Hallar la intensidad total que circula por el circuito.

37: Un circuito serie con $R = 5 \Omega$, $L = 0,02 \text{ H}$ y $C = 80 \mu\text{F}$ tiene aplicada una tensión senoidal de frecuencia variable. Determinar la frecuencia (rad/seg) para los cuales la corriente: (a) adelanta $\pi/4$; (b) está en fase con ella y (c) retrasa $\pi/4$.

Rta: a) $\omega = 675,39 \text{ s}^{-1}$; b) $\omega = 790,57 \text{ s}^{-1}$; c) $\omega = 925 \text{ s}^{-1}$

38: Un circuito en serie $R = 50 \Omega$, $L = 0,01 \text{ H}$ y $C = 40 \mu\text{F}$ tiene aplicada una tensión senoidal de frecuencia variable. Determinar la frecuencia para la cual la corriente retrasa $\pi/6$ con respecto a la tensión.

39: La corriente que circula por un circuito serie RLC está retrasada $\pi/6$ respecto de la tensión aplicada. El valor máximo de la tensión en la bobina es el doble de la correspondiente al condensador y $V_L = 10 \text{ sen } 1.000 t \text{ V}$. Hallar los valores de L y C sabiendo que $R = 20 \Omega$.

Rta: $L = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ H}$; $C = 8,66 \cdot 10^{-5} \text{ F}$

40: En un circuito serie de dos elementos simples la tensión y la corriente son: $V = 48 \cos(222,7 t + 0,1809) \text{ V}$; $I = 3 \cos(222,7 t - \pi/18) \text{ A}$. Determinar dichos elementos.

41: En un circuito serie de dos elementos simples, la tensión y la corriente son: $V = 150 \cos(200 t - \pi/6) \text{ V}$; $I = 4,48 \cos(200 t - 0,9878) \text{ A}$. Determinar dichos elementos y dar sus valores.

Rta: $R = 30 \Omega$ y $L = 0,075 \text{ H}$

42: En un circuito en serie de dos elementos simples la tensión y la corriente son: $V_T = 50 \text{ sen}(3000 t + \pi/18) \text{ V}$ e $I_T = 2 \text{ sen}(3000 t - 7\pi/36) \text{ A}$. Determine el valor de dichos elementos.

43: La tensión total de un circuito RLC en serie es $V_T = 58 \cos 3000 t \text{ V}$. Si la resistencia es de 10Ω , la inductancia de la bobina es de 5 mH y la capacitancia del capacitor es de $30 \mu\text{F}$, encontrar la intensidad de corriente y decir cómo está la corriente con respecto a la tensión.

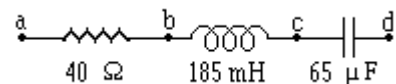
Rta: $I_T = 5,4 \cos(3000 t - 0,371) \text{ A}$; la corriente está atrasado respecto a la tensión

44: Dos elementos puros se conectan serie. La tensión suministrada por la fuente y la corriente que circula por ellos son: $V_T = 177,12 \cos(6000 t - 0,7016) \text{ V}$ e $I = 3 \cos(6000 t + 0,527) \text{ A}$. Determinar el valor de dichos elementos.

45: Un circuito serie LC, con $L = 0,05 \text{ H}$ y una capacidad desconocida tiene la tensión: $V = 100 \text{ sen } 5.000 t \text{ V}$ y la intensidad: $I = 2 \text{ sen}(5.000 t + \pi/2) \text{ A}$. Hallar el valor de la capacidad C .

Rta: $C = 6,67 \cdot 10^{-7} \text{ F}$

46: Una fuente de corriente alterna con un voltaje máximo de 150 V y una frecuencia de 50 Hz está conectada entre los puntos a y d de la figura. Calcule el voltaje entre los puntos (a) a y b ; (b) b y c ; (c) c y d (d) b y d .



47: Sobre un tubo de cartulina hay dos abollamientos de hilo conductor aislado como muestra la Fig.4. Las terminales “a” y “b” del arrollamiento A pueden conectarse a un generador de fem por medio de un interruptor inversor, mientras que el arrollamiento B ocupa la parte central y está conectado a una resistencia. Deduzca si la corriente inducida circula en la resistencia de izquierda a derecha o a la inversa en los siguientes casos: (a) la corriente aumenta en la bobina A circulando de “a” a “b”; (b) la corriente disminuye circulando de “b” a “a” y (c) la corriente aumenta en la bobina A circulando de “b” a “a”.

48: Mostrar que si V_1 es una fem oscilante aplicada a las terminales AB de la Fig. 5, la fem V_2 en los terminales A'B' resultante de la inducción mutua es: $V_2 = N_2 \cdot V_1 / N_1$. Este es el principio de funcionamiento del transformador y la fórmula es correcta en tanto el flujo magnético a través de los dos enrollamientos sea el mismo y la resistencia eléctrica despreciable.

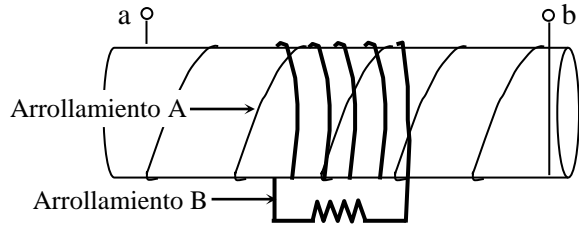


Fig.4

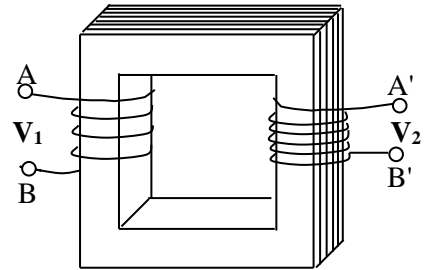


Fig. 5

SELECCIÓN PROBLEMAS RESUELTOS

1: Se coloca una bobina de 200 vueltas y 0,1 m de radio perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,2 T. Encontrar la fem inducida se en 0,1 segundos: **(a)** se duplica el campo; **(b)** se reduce el campo a cero; **(c)** se invierte el sentido del campo; **(d)** se rota la bobina 90° y **(e)** se rota la bobina 180°.

Datos: $N = 200$; $r = 0,1$ m; $\beta_0 = 0,2$ T; $\Delta t = 0,1$ seg

Incog: V_ϵ si a) se duplica el campo; b) se reduce el campo a cero; c) se invierte el campo; d) se rota la bobina 90° y e) se rota la bobina 180°.

$$V_\epsilon = - d\Phi_\beta / dt$$

Como el campo magnético no es una función del tiempo, la expresión anterior se puede reemplazar con bastante aproximación al cociente entre diferencias de flujo magnético y tiempo:

$$V_\epsilon = - \Delta\Phi_\beta / \Delta t = - (\Phi_{\beta f} - \Phi_{\beta_0}) / \Delta t$$

Para todos los casos, el flujo magnético inicial será el mismo:

$$\Phi_{\beta_0} = \int N \beta_0 dS \cos \theta = N \int \beta_0 dS \cos 0^\circ = N \beta_0 S = N \beta_0 (\pi r^2)$$

$$\Phi_{\beta_0} = 200 \cdot 0,2 \cdot \pi \cdot 0,1^2 = 1,256 \text{ Tm}^2$$

a) Se duplica el campo: $\beta_f = 2 \beta_0$

$$\Phi_{\beta f} = \int N \beta_f dS \cos \theta$$

$$\Phi_{\beta f} = N \int 2 \beta_0 dS \cos 0^\circ$$

$$\Phi_{\beta f} = 2N \beta_0 (\pi r^2) = 2 \Phi_{\beta_0}$$

$$\Phi_{\beta f} = 2,513 \text{ Tm}^2$$

$$V_\epsilon = - (\Phi_{\beta f} - \Phi_{\beta_0}) / \Delta t$$

$$V_\epsilon = - (2,513 - 1,256) \text{ Tm}^2 / 0,1 \text{ s}$$

$$V_\epsilon = -12,56V$$

b) Se anula el campo final: $\beta_f = 0 \Rightarrow \Phi_{\beta f} = 0$

$$V_\epsilon = - (\Phi_{\beta f} - \Phi_{\beta_0}) / \Delta t$$

$$V_\epsilon = - (0 - 1,256) \text{ Tm}^2 / 0,1 \text{ s}$$

$$V_\epsilon = +12,56V$$

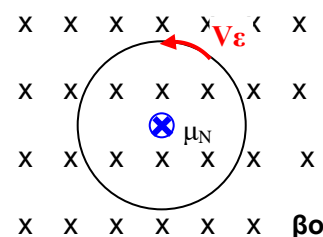
c) Se invierte el campo

$$\Phi_{\beta f} = - \Phi_{\beta_0} = - 1,256 \text{ Tm}^2$$

$$V_\epsilon = - (- \Phi_{\beta f} - \Phi_{\beta_0}) / \Delta t$$

$$V_\epsilon = - (-1,256 - 1,256) \text{ Tm}^2 / 0,1 \text{ s}$$

$$V_\epsilon = +25,13V$$



Sentido de circulación de la fem para cuando (a) el campo magnético se duplica

d) Si la bobina se rota 90°, el vector normal a la superficie y el campo magnético son perpendiculares.

$$\Phi_{\beta f} = \int N \beta_f dS \cos 90^\circ = 0$$

$$\Phi_{\beta f} = 0$$

$$V_\epsilon = - (\Phi_{\beta f} - \Phi_{\beta_0}) / \Delta t$$

$$V_\epsilon = - (0 - 1,256) \text{ Tm}^2 / 0,1 \text{ s}$$

$$V_\epsilon = +12,56V$$

e) Si la bobina se rota 180°, el flujo final es opuesto al inicial.

$$\Phi_{\beta f} = - \Phi_{\beta_0} = - 1,256 \text{ Tm}^2$$

$$V_\epsilon = - (- \Phi_{\beta f} - \Phi_{\beta_0}) / \Delta t$$

$$V_\epsilon = - (-1,256 - 1,256) \text{ Tm}^2 / 0,1 \text{ s}$$

$$V_\epsilon = +25,13V$$

Rta: a) -12,56 V; b) 12,56 V; c) 25,13 V; d) 12,56 V; e) 25,13 V

6: Considere el arreglo de la Fig.3. Suponga que $R = 6 \Omega$ y $l = 1,2 \text{ m}$ y que un campo magnético uniforme de $2,5 \text{ T}$ está dirigido *hacia* la página. Suponga que el resto del circuito tiene resistencia insignificante y desprecie la fricción **(a)** ¿Con qué rapidez se debe mover la barra para producir una corriente de $0,5 \text{ A}$ en el resistor? **(b)** ¿Cuál es el sentido de circulación en la resistencia?

Datos: $R = 6 \Omega$; $l = 1,2 \text{ m}$; $\beta = 2,5 \text{ T}$; $I = 0,5 \text{ A}$

Incog: a) v para que $I = 0,5 \text{ A}$; b) circulación de I en R

a) Según la ley de Ohm

$$V_{\epsilon} = R I = 6 \Omega \cdot 0,5 \text{ A}$$

$$V_{\epsilon} = 3 \text{ V}$$

Según la ley de Farady-Henry:

$$V_{\epsilon} = -d\Phi_{\beta} / dt$$

$$V_{\epsilon} = -d(\int \beta S \cos \theta) / dt$$

$$V_{\epsilon} = -\beta (dS/dt)$$

$$V_{\epsilon} = -\beta [d(lx)/dt]$$

$$V_{\epsilon} = -\beta l dx/dt$$

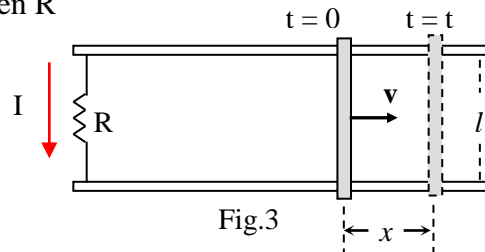
$$V_{\epsilon} = -\beta l v$$

$$v = -V_{\epsilon} / \beta l$$

$$v = -3 \text{ V} / 2,5 \text{ T} \cdot 1,2 \text{ m}$$

$$v = -1 \text{ m/s}$$

$$|v| = 1 \text{ m/s}$$



$$[v] = [\beta l / V_{\epsilon}]$$

$$[v] = \text{V} / \text{T m}$$

$$[v] = \text{J C}^{-1} / \text{kg C}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ m}$$

$$[v] = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ C}^{-1} / \text{kg C}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ m}$$

$$[v] = \text{m/s}$$

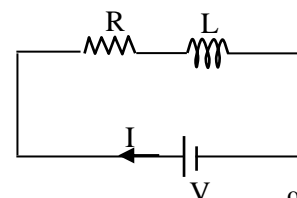
b) Cuando la varilla se mueve hacia la derecha, aumenta el flujo magnético porque está aumentando la superficie del rectángulo que se forma con las correderas horizontales, la conexión de la resistencia y la varilla. Como el campo magnético es perpendicular a la página entrando, el flujo magnético tiene esa dirección y sentido. La fem que se induce transitoriamente en el circuito se opone a la causa que la provoca y produce un flujo magnético que se opone al aumento del flujo. Por lo tanto el flujo de la fem será perpendicular a la página saliendo. Para que esto último ocurra, la corriente que genere la fem deberá ser en **sentido anti-horario**.

La varilla se comporta como una batería de corriente continua, el extremo superior está a un mayor voltaje que el inferior, y el sentido convencional de circulación de la corriente es de puntos de mayor potencial a puntos de menor potencial. Recordar que el movimiento de los electrones es contrario al sentido convencional de la corriente.

Rta: 1 m/s , anti-horario

7: En un circuito RL determinar: **(a)** la constante de tiempo inductiva τ ; **(b)** la corriente que circula por el circuito para un tiempo $t = 10 \tau$ y **(c)** la energía almacenada en la bobina para un tiempo $t = 2 \tau$; sabiendo que $V = 100 \text{ V}$, $R = 20 \Omega$ y $L = 2 \text{ mH}$.

Datos: Circuito RL: $V=100 \text{ V}$, $R = 20 \Omega$; $L = 2 \text{ mH}$



Incog: a) τ ; b) I ? para $t = 10 \tau$; c= E_β ? para $t = 2 \tau$

a) $\tau_L = L / R = 2 \cdot 10^{-3} \text{ H} / 20 \Omega$

$\tau_L = 1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

$[\tau_L] = [L / R]$

$[\tau_L] = \text{H} / \Omega$

$[\tau_L] = \text{V s A}^{-1} / \text{V A}^{-1}$

$[\tau_L] = \text{s}$

b) $I = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$

donde $I_0 = V / R = 100 \text{ V} / 20 \Omega = 5 \text{ A}$

$I = I_0 (1 - e^{-10\tau/\tau})$

$I = I_0 (1 - e^{-10})$

$I = I_0 0,9999546$

$[I] = [I_0 (1 - e^{-t/\tau})]$

$[I] = [I_0] = \text{A}$

$I \cong I_0 = 5 \text{ A}$

c) $E_\beta = L I^2 / 2$ (para $t = 2 \tau$)

$I = I_0 (1 - e^{-2\tau/\tau})$

$I = I_0 (1 - e^{-2})$

$I = 5 \text{ A} \cdot 0,86466$

$I = 4,32 \text{ A}$

$E_\beta = L I^2 / 2$

$E_\beta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ H} (4,32 \text{ A})^2 / 2$

$E_\beta = 1,86 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

$[E_\beta] = [L I^2 / 2]$

$[E_\beta] = \text{V s A}^{-1} \text{ A}^2$

$[E_\beta] = \text{J C}^{-1} \text{ s A}$

$[E_\beta] = \text{J C}^{-1} \text{ s C s}^{-1}$

$[E_\beta] = \text{J}$

Rta: a) $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; b) 5 A ; c) $1,86 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

11: Una resistencia de 20.000Ω y un condensador de $40 \mu\text{F}$ se conectan a una fuente de tensión de 60 V . Hallar: (a) la constante de tiempo, (b) la carga en el condensador y su caída de tensión a los $0,2$ segundos de su conexión, (c) la corriente de equilibrio, (d) la carga en el condensador y su caída de tensión $0,6$ segundos después de haber abierto el interruptor.

Datos: $R = 20.000 \Omega$, $C = 40 \mu\text{F}$; $V = 60 \text{ V}$

Incog: a) τ_C ; b) q y V para $t = 0,2 \text{ s}$ (carga) c) I de equilibrio, d) q y V para $t = 0,6 \text{ s}$ (descarga)

a) $\tau_C = RC$

$\tau_C = 20.000 \Omega \cdot 40 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

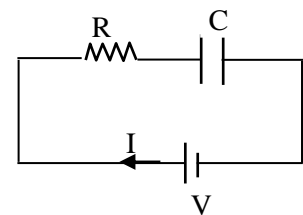
$\tau_C = 0,8 \text{ s}$

$[\tau_C] = [RC]$

$[\tau_C] = \Omega \text{ F} = \text{V A}^{-1} / \text{C V}^{-1}$

$[\tau_C] = \text{A}^{-1} / \text{A s}^{-1}$

$[\tau_C] = \text{s}$



b) $q_C = q_0 (1 - e^{-t/\tau})$

$q = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ C} (1 - e^{-0,2\text{s}/0,8\text{s}})$

$q = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ C} (1 - e^{-0,25})$

$q = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot 0,221$

$q = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ C}$

$q_0 = C V$

$q_0 = 40 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 60 \text{ V}$

$q_0 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

$V = q / C$

$V = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ C} / 40 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

$V = 13,25 \text{ V}$

$[q] = [q_0 (1 - e^{-t/\tau})]$

$[q] = [q_0] = \text{C}$

c)

$$I = dq/dt = d [q_0 (1 - e^{-t/\tau})]/dt$$

$$I = d [q_0 - q_0 \cdot e^{-t/\tau}]/dt$$

$$I = -q_0 e^{-t/\tau} (-1/\tau)$$

$$I = q_0 e^{-t/\tau} (1/RC)$$

$$I = (q_0/RC) e^{-t/\tau}$$

$$I = (V/R) e^{-t/\tau}$$

$$I = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$I_0 = V/R$$

$$I_0 = 60 \text{ V} / 20000 \Omega$$

$$I_0 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

d)

$$q_d = q_0 e^{-t/\tau}$$

$$q_d = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ C} e^{-0,6 \text{ s} / 0,8 \text{ s}}$$

$$q_d = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ C} e^{-0,75}$$

$$q_d = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot 0,472$$

$$q_d = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$V = q_d / C$$

$$V = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ C} / 40 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$V = 28,25 \text{ V}$$

Rta: a) 0,8 s; b) 530 μC ; 13,25 V c) 3 mA; d) 1,13 10^{-3} C; 28,25 V

17: Se carga a 20 V un condensador de 2 μF y luego se conecta a una bobina de 6 mH. **(a)** ¿Cuál es la frecuencia de oscilación? **(b)** ¿Cuál es el valor máximo de corriente?

Datos: V = 20 V; C = 2 μF ; L = 6 mH

Incog: a) frecuencia: ν , b) I_0

$$\text{a) } \omega = (1 / LC)^{1/2}$$

$$\omega = (1 / 6 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ F})^{1/2}$$

$$\omega = 9128,7 \text{ rad/s}$$

$$\omega = 2 \pi \nu \Rightarrow \nu = \omega / 2 \pi$$

$$\nu = 9128,7 \text{ rad/s} / 2 \pi$$

$$\nu = 1452,88 \text{ Hz}$$

$$[\omega] = [(1 / LC)^{1/2}]$$

$$[\omega] = (1 / HF)^{1/2}$$

$$[\omega] = (1 / V s A^{-1} C V^{-1})^{1/2}$$

$$[\omega] = (A / s C)^{1/2}$$

$$[\omega] = (C s^{-1} / s C)^{1/2}$$

$$[\omega] = (s^{-2})^{1/2}$$

$$[\omega] = s^{-1}$$

b) $q = q_0 \cos(\omega t + \Phi)$ donde $\Phi = 0$ para un tiempo $t = 0$

La máxima carga que puede tener el capacitor conectado a esa fuente es:

$$q_0 = C V$$

$$q_0 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 20 \text{ V}$$

$$q_0 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

En el proceso de descarga del condensador la corriente que circule por el circuito será:

$$I = dq/dt$$

$$I = dq/dt = d [q_0 \cos (\omega t)]/dt$$

$$I = q_0 [(- \operatorname{sen} \omega t)] \omega$$

$$I = - (q_0 \omega) \operatorname{sen} (\omega t) \quad \text{donde } I_0 = q \omega$$

$$I = - I_0 \operatorname{sen} (\omega t)$$

$$I_0 = q \omega$$

$$I_0 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ C} \cdot 9128,7 \text{ s}^{-1}$$

$$I_0 = 0,365 \text{ A}$$

Rta: a) 1452,88 Hz; b) 0,365 A

22: Por la asociación en serie RLC, con $R = 2 \Omega$, $C = 20 \mu\text{F}$ y $L = 1,6 \text{ mH}$, circula una corriente $I = 3 \cos (5000 t - \pi/3) \text{ A}$. Hallar la caída de tensión en cada elemento y la tensión total.

Datos: $R = 2 \Omega$; $C = 20 \mu\text{F}$; $L = 1,6 \text{ mH}$; $I = 3 \cos (5000 t - \pi/3) \text{ A}$; $I_0 = 3 \text{ A}$, $\omega = 5000 \text{ rad/s}$, $\alpha = -\pi/3$

Incog: a) V en cada elemento; V_T

a)

$$V_R = R I$$

$$V_R = R 3 \cos (5000 t - \pi/3) \text{ A} =$$

$$V_R = 2\Omega \cdot 3 \cos (5000 t - \pi/3) \text{ A}$$

$$V_R = 6 \cos(5000t - \pi/3) \text{ V}$$

$$V_L = L dI/dt$$

$$V_L = L d [(3 \cos (5000 t - \pi/3)]/dt$$

$$V_L = 1,6 \cdot 10^{-3} \cdot 3 [- \operatorname{sen} (5000 t - \pi/3) 5000]$$

$$V_L = (1,6 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 5000) \operatorname{sen} (5000 t - \pi/3)$$

$$V_L = -24 \operatorname{sen}(5000t - \pi/3) \text{ V}$$

$$V_C = \frac{1}{C} \int I dt$$

$$V_C = (1/C) \int 3 \cos (5000 t - \pi/3) dt$$

$$V_C = (1/20 \cdot 10^{-6}) [-3 \text{ sen } (5000 t - \pi/3)] (1/5000)$$

$$V_C = - (3 / 20 \cdot 10^{-6} \cdot 5000) \text{ sen } (5000 t - \pi/3)$$

$$V_C = -30 \text{ sen}(5000t - \pi/3) \text{ V}$$

$$V_T = V_{oT} \cos (\omega t + \alpha_{oV}) \text{ V}$$

$$\text{tg } \alpha = X / R$$

$$\text{tg } \alpha = X_L - X_C / R$$

$$\text{tg } \alpha = (\omega L - 1 / \omega C) / R$$

$$\text{tg } \alpha = (5000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3} - 1 / 5000 \cdot 20 \cdot 10^{-6}) / 2$$

$$\text{tg } \alpha = - 2 / 2 = -1$$

$$\alpha = - \pi/4$$

Como el ángulo fase entre la corriente y la tensión en todo momento debe ser $\alpha = - \pi/4$, pero la fase inicial de la corriente es $\alpha_{oI} = - \pi/3$, el valor del ángulo de fase inicial para la tensión deberá ser: $\alpha_{oV} = \alpha_{oI} + \alpha = - (7/12)\pi$.

Luego:

$$V_T = 8,49 \cos[(5000t - (7/12)\pi)] \text{ V}$$

$$V_{oT} = I_o Z \quad \text{y} \quad Z = (X^2 + R^2)^{1/2}$$

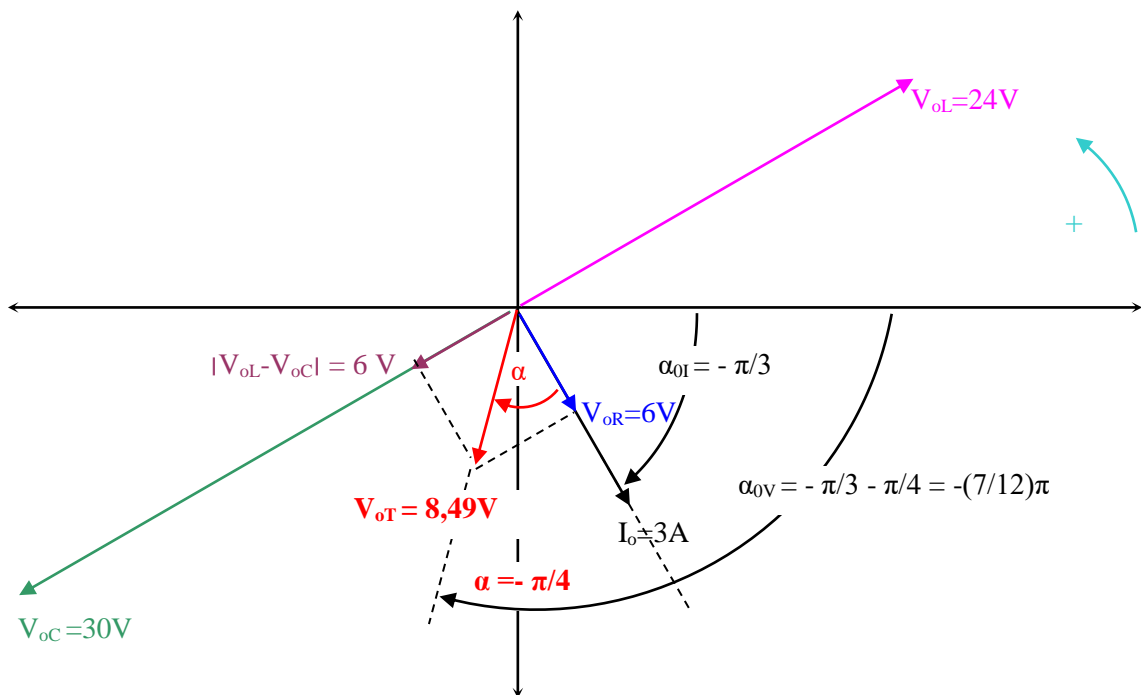
$$Z = [(-2)^2 + 2^2]^{1/2}$$

$$Z = 2,83 \Omega$$

Luego

$$V_{oT} = 3 \text{ A} \cdot 2,83 \Omega$$

$$V_{oT} = 8,49 \text{ V}$$



En el dibujo se representaron los vectores rotantes, que son los valores absolutos máximos o amplitudes de las funciones de voltaje y corriente en función del tiempo. En ella se señaló el sentido positivo de rotación que usualmente suele emplearse para designar ángulos positivos (sentido antihorario). Se representó la amplitud máxima de corriente (I_o) con una fase inicial de $-\pi/3$ (-60°). En fase con la corriente se graficó el voltaje máximo en la resistencia (V_{oR}). Para mayor claridad se usaron escalas diferentes para representar corriente y voltaje. Perpendicular a la corriente, adelantada $+\pi/2$ ($+90^\circ$) se dibujó la tensión máxima en la bobina y atrasada $-\pi/2$ (-90°) se trazó la tensión máxima en el capacitor. Todos los valores máximos de voltaje o tensión están en escala. Seguidamente se procedió a sumar vectorialmente V_{oR} , V_{oL} y V_{oC} para obtener V_{oT} . Como V_{oL} y V_{oC} son vectores colineales de distintos sentidos, es posible obtener el módulo de $|V_{oL} - V_{oC}| = 124 \text{ V} - 30$

$V_I=6$ V y luego mediante la técnica del paralelogramo, se suma ese vector con V_{OR} para dibujar finalmente V_{OT} .

Observe que si los valores máximos de voltaje se grafican a escala y con los ángulos de fase iniciales ya indicados se logra un resultado gráfico coincidente con el desarrollo analítico. Una manera de comprobar si se planteó bien la resolución es observar que V_{OT} se podría haber obtenido aplicando el teorema de Pitágoras $[(6V)^2 + (6V)^2]^{1/2} = 8,49$ V y medir el ángulo entre I_o y V_{OT} ($\alpha = -\pi/4$).

Advierta que la respuesta dada a la tensión total es válida en tanto la corriente esté en función del tiempo tal como se informó en el enunciado del problema, es decir:

$$\begin{cases} V_T = 8,49 \cos [5000 t - (7/12) \pi] \text{ V} \\ I = 3 \cos (5000 t - \pi/3) \text{ A} \end{cases}$$

Otra forma equivalente de expresar las funciones anteriores, es sumar el opuesto de la fase inicial del voltaje a ambas funciones:

$$\begin{cases} V_T = 8,49 \cos [5000 t - (7/12) \pi + (7/12) \pi] \text{ V} \\ I = 3 \cos (5000 t - \pi/3 + (7/12) \pi) \text{ A} \end{cases}$$

De manera que:

$$\begin{cases} V_T = 8,49 \cos (5000 t) \text{ V} \\ I = 3 \cos (5000 t + \pi/4) \text{ A} \end{cases} \quad (1)$$

Que responde a la forma teórica convencional con la que trabajaremos en este curso:

$$\begin{cases} V_T = V_{OT} \cos (\omega t) \text{ V} \\ I = I_o \cos (\omega t - \alpha) \text{ A} \end{cases}$$

Aprecie que el ángulo de fase inicial del voltaje es nulo y que el ángulo de fase inicial de la corriente es igual al opuesto del ángulo de fase entre la corriente y el voltaje. Del conjunto de expresiones numerada como (1), donde dentro del paréntesis de I dice $+\pi/4$, se infiere que $\alpha = -\pi/4$.

Este resultado no sólo concuerda con los valores calculados analíticamente, sino que además indica que es circuito es más capacitivo que inductivo ($X_L < X_C$), el ángulo de fase es negativo y la corriente está adelantada un ángulo de fase α ($\pi/4$) con respecto a la tensión.

Desafío para estudiantes: Realice el diagrama de fase para la funciones numeradas como (1), verifique que $X_L < X_C$, el ángulo de fase es negativo y la corriente está adelantada con respecto a la tensión.

Rta: $V_R = 6 \cos (5000 t - \pi/3)$ V; $V_L = -24 \sin (5000 t - \pi/3)$ V; $V_C = 30 \sin (5000 t - \pi/3)$ V; $V_T = 8,49 \cos [5000 t - (7/12) \pi]$ V

24: Por un circuito RL en serie, con $R = 10 \Omega$ y $L = 20$ mH circula una corriente $I = 2 \sin 500 t$. Hallar (a) la tensión total, (b) el módulo de la impedancia y (c) el ángulo de fase.

Datos: RL; $R = 10 \Omega$; $L = 20$ mH; $I = 2 \sin 500 t$ V; $I_o = 2$ A; $\omega = 500$ rad/seg

Incog: a) V_T ; b) Z ; c) α

$$X = X_L - X_C \quad \text{como } C = 0; \quad X_C = 0$$

$$X = \omega L$$

$$X = 500 \cdot 20 \cdot 10^{-3}$$

$$X = 10 \Omega$$

c)

$$\text{tg } \alpha = X_L - X_C / R$$

$$\text{tg } \alpha = \omega L / R$$

$$\text{tg } \alpha = 10 / 10$$

$$\alpha = \pi / 4$$

b)

$$Z^2 = X^2 + R^2$$

$$Z = (X^2 + R^2)^{1/2}$$

$$Z = (10^2 + 10^2)^{1/2}$$

$$Z = 14,14 \Omega$$

$$V_{oT} = I_o Z$$

$$V_{oT} = 2 \text{ A } 14,41 \Omega$$

$$V_{oT} = 28,28 \text{ V}$$

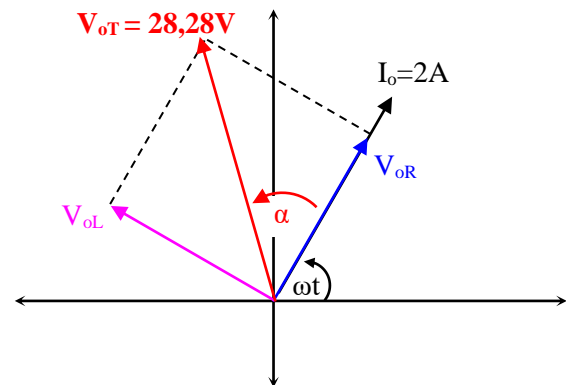
a)

$$V_T = V_{oT} \text{ sen } (\omega t) \text{ V}$$

$$V_T = 28,28 \text{ sen}(500t) \text{ V}$$

$$I_T = I_o \text{ sen } (\omega t - \alpha)$$

$$I_T = 2 \text{ sen}(500t - \pi/4) \text{ A}$$



Desafío para estudiantes: (a) ¿Qué valores tienen V_{oL} y V_{oC} en el gráfico de vectores rotantes? (b) Comprobar la respuesta con el teorema de Pitágoras.

Rta: a) $V_T = 28,284 \text{ sen } 500 t \text{ V}$; $I_T = 2 \text{ sen } (500 t - \pi/4) \text{ A}$; b) $Z = 14,142 \Omega$; c) $\alpha = + \pi/4$ (el circuito es más inductivo, la corriente I está retrasada con respecto a la tensión V)

26: Un resistor de 60Ω , un capacitor de $15 \mu\text{F}$ y un inductor de $0,4 \text{ H}$ están conectados en serie a una fuente de 90 V a 60 Hz . Determine: (a) el voltaje máximo en cada elemento y dibuje los vectores rotantes de este circuito (b) la caída de voltaje a través de la combinación LC y (c) la caída de voltaje a través de la combinación RC.

Datos: $R = 60 \Omega$; $C = 15 \mu\text{F}$; $L = 0,4 \text{ H}$; $V_{oT} = 90 \text{ V}$, $\nu = 60 \text{ Hz}$

Incog: a) V_{oL} ; V_{oC} ; V_{oR} dibuje vectores rotantes, b) $V_{oL} + V_{oC}$; c) $V_{oR} + V_{oC}$

a)

$$\nu = 60 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2 \pi \nu$$

$$\omega = 377 \text{ rad/seg}$$

$$X = X_L - X_C$$

$$X = \omega L - 1 / \omega C$$

$$X = 377 \cdot 0,4 - 1 / 377 \cdot 15 \cdot 10^{-6}$$

$$X = 150,8 - 176,83$$

$$X = -26,03 \Omega$$

$$\Rightarrow X_L = 150,8 \Omega$$

$$X_C = 176,83 \Omega$$

$$Z^2 = X^2 + R^2$$

$$Z = (X^2 + R^2)^{1/2}$$

$$Z = (-26,03)^2 + 60^2$$

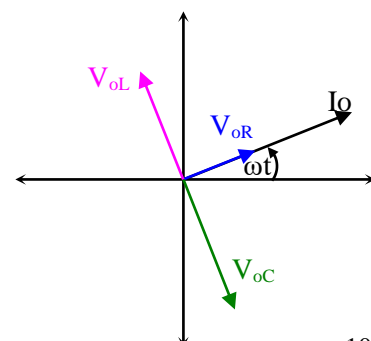
$$Z = 65,4 \Omega$$

$$V_{oT} = I_o Z$$

$$I_o = V_{oT} / Z$$

$$I_o = 90 \text{ V} / 65,4 \Omega$$

$$I_o = 1,38 \text{ A}$$



$$V_{oR} = I_o R$$

$$V_{oR} = 1,38 \text{ A } 60 \Omega$$

$$V_{oR} = 82,8 \text{ V}$$

$$V_{oL} = I_o X_L$$

$$V_{oL} = 1,38 \text{ A } 150,8 \Omega$$

$$V_{oL} = 208 \text{ V}$$

$$V_{oC} = I_o X_C$$

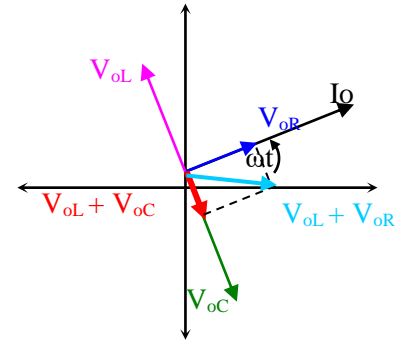
$$V_{oC} = 1,38 \text{ A } 176,83 \Omega$$

$$V_{oC} = 244 \text{ V}$$

b) La caída de voltaje en la combinación LC se obtiene restando los módulos de las tensiones máximas en L y C porque son vectores colineales de distintos sentidos.

$$\vec{V}_{oL} + \vec{V}_{oC} = |V_{oL} - V_{oC}| = |208 \text{ V} - 244 \text{ V}| = 36 \text{ V}$$

$$\vec{V}_{oL} + \vec{V}_{oC} = 36 \text{ V}$$



c) La caída de voltaje en la combinación RC se obtiene sumando vectorialmente los módulos de las tensiones máximas en R y C. Como son vectores perpendiculares la suma es:

$$\vec{V}_{oR} + \vec{V}_{oC} = (V_{oR}^2 + V_{oC}^2)^{1/2} = (82,8^2 + 244^2)^{1/2} = 257,67 \text{ V}$$

$$\vec{V}_{oR} + \vec{V}_{oC} = 257,67 \text{ V}$$

Rta: a) $V_{oR} = 82,8 \text{ V}$; $V_{oC} = 244 \text{ V}$; $V_{oL} = 208 \text{ V}$; b) $V_{oL} + V_{oC} = 36 \text{ V}$; c) $V_{oR} + V_{oC} = 257,67 \text{ V}$

37: Un circuito serie con $R = 5 \Omega$, $L = 0,02 \text{ H}$ y $C = 80 \mu\text{F}$ tiene aplicada una tensión senoidal de frecuencia variable. Determinar la frecuencia (rad/seg) para los cuales la corriente: (a) adelanta $\pi/4$; (b) está en fase con ella y (c) retrasa $\pi/4$.

Datos: $R = 5 \Omega$, $L = 0,02 \text{ H}$, $C = 80 \mu\text{F}$; frecuencia variable

Incog: ω (rad/seg) a) $\alpha = -\pi/4$ (I adelanta $\pi/4$); b) $\alpha = 0^\circ$ (I está en fase con V); c) $\alpha = +\pi/4$ (I retrasa $\pi/4$).

a) ω ? si $\alpha = -\pi/4$

$$X = X_L - X_C$$

$X = \omega L - 1 / \omega C$ sacando común denominador:

$$X = (\omega^2 L - 1) / \omega C$$

$$C X \omega = \omega^2 L - 1$$

$L C \omega^2 - C X \omega - 1 = 0$ resolviendo la ecuación de 2º grado:

$$\omega = \{CX \pm [(CX)^2 + 4. LC]^{1/2} \} / 2 LC$$

$$\omega = \{80 \cdot 10^{-6} (-5) \pm [(-80 \cdot 10^{-6} \cdot 5)^2 + 4 \cdot 0,02 \cdot 80 \cdot 10^{-6}]^{1/2} \} / 2 \cdot 0,02 \cdot 80 \cdot 10^{-6}$$

$$\omega = \{-4 \cdot 10^{-4} \pm 2,56 \cdot 10^{-3} \} / 3,2 \cdot 10^{-6}$$

$$\omega_1 = 675,39 \text{ rad / s}$$

~~$\omega_2 = -925 \text{ rad / seg}$~~ descartamos este valor negativo porque no tiene significado físico.

$$\text{tg } \alpha = X / R \Rightarrow X = R \text{ tg} \alpha$$

$$X = R \text{ tg} \alpha$$

$$X = 5 \Omega \text{ tg } (-\pi/4)$$

$$X = -5 \Omega$$

b) ω ? si $\alpha = 0$

Si $\alpha = 0$; $X = X_L - X_C = 0 \Rightarrow X_L = X_C$

$$\omega L = 1 / \omega C$$

$$\omega = (1 / LC)^{1/2}$$

$$\omega = (1 / 0,02 \cdot 80 \cdot 10^{-6})^{1/2}$$

$$\omega = 790,57 \text{ rad/s}$$

c) ω ? si $\alpha = +\pi/4$

$$X = X_L - X_C$$

$$X = \omega L - 1 / \omega C$$

$$X = (\omega^2 L - 1) / \omega C$$

$$C X \omega = \omega^2 L - 1$$

$$L C \omega^2 - C X \omega - 1 = 0$$

$$\text{tg } \alpha = X / R \Rightarrow X = R \text{ tg } \alpha$$

$$X = R \text{ tg } \alpha$$

$$X = 5 \Omega \text{ tg } (+45^\circ)$$

$$X = + 5 \Omega$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$\omega = \{CX \pm [(CX)^2 + 4 \cdot LC]^{1/2} \} / 2 LC$$

$$\omega = \{80 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \pm [(80 \cdot 10^{-6} \cdot 5)^2 + 4 \cdot 0,02 \cdot 80 \cdot 10^{-6}]^{1/2} \} / 2 \cdot 0,02 \cdot 80 \cdot 10^{-6}$$

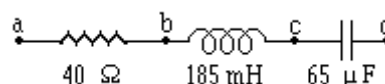
$$\omega = \{4 \cdot 10^{-4} \pm 2,56 \cdot 10^{-3} \} / 3,2 \cdot 10^{-6}$$

$$\omega_1 = 925 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = -675,39 \text{ rad/seg}$$

Rta: a) $\omega = 675,39 \text{ s}^{-1}$; b) $\omega = 790,57 \text{ s}^{-1}$; c) $\omega = 925 \text{ s}^{-1}$

46: Una fuente de corriente alterna con un voltaje máximo de 150 V y una frecuencia de 50 Hz está conectada entre los puntos *a* y *d* de la figura. Calcule el voltaje entre los puntos (a) *a* y *b*; (b) *b* y *c*; (c) *c* y *d* (d) *b* y *d*.



Datos: $R = 40 \Omega$; $L = 185 \text{ mH}$; $C = 65 \mu \text{ F}$; $V_{\text{OT}} = 150 \text{ V}$; $\nu = 50 \text{ Hz}$

Incog: a) $V_{ab} = V_{OR}$; b) $V_{bc} = V_{OL}$; c) $V_{cd} = V_{OC}$; d) $V_{bd} = V_{OL} + V_{OC}$

$$\omega = 2 \pi \nu$$

$$X = X_L - X_C$$

$$\omega = 2 \pi 50 \text{ s}^{-1}$$

$$X = \omega L - 1 / \omega C$$

$$\omega = 314,16 \text{ rad/seg}$$

$$X = 314,16 \cdot 185 \cdot 10^{-3} - 1 / 314,16 \cdot 65 \cdot 10^{-6}$$

$$X = 58,12 \Omega - 48,97 \Omega$$

$$X = 9,15 \Omega$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} X_L &= 58,12 \Omega \\ X_C &= 48,97 \Omega \end{aligned}$$

$$Z = (X^2 + R^2)^{1/2}$$

$$Z = (9,15^2 + 40^2)^{1/2}$$

$$Z = 41,03 \Omega$$

 \Rightarrow

$$I_o = V_oT / Z$$

$$I_o = 150 \text{ V} / 41,03 \Omega$$

$$I_o = 3,66 \text{ A}$$

a)

$$V_{oR} = I_o R$$

$$V_{oR} = 3,66 \text{ A} \cdot 40 \Omega$$

$$V_{oR} = 146,4 \text{ V}$$

b)

$$V_{oL} = I_o X_L$$

$$V_{oL} = 3,66 \text{ A} \cdot 58,12 \Omega$$

$$V_{oL} = 212,72 \text{ V}$$

d)

$$V_{oC} = I_o X_C$$

$$V_{oC} = 3,66 \text{ A} \cdot 48,97 \Omega$$

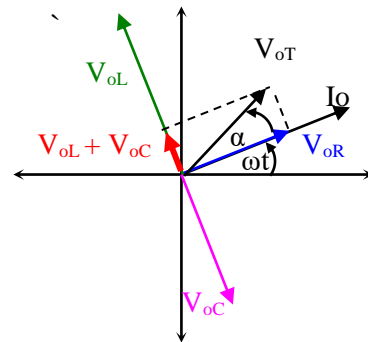
$$V_{oC} = 179,23 \text{ V}$$

d)

$$\vec{V}_{bd} = \vec{V}_{oL} + \vec{V}_{oC}$$

$$|\vec{V}_{oL} + \vec{V}_{oC}| = 212,72 \text{ V} - 179,23 \text{ V}$$

$$|\vec{V}_{oL} + \vec{V}_{oC}| = 33,49 \text{ V}$$



Rta: a) $V_{oR} = 146,4 \text{ V}$; b) $V_{oL} = 212,72 \text{ V}$; c) $V_{oC} = 179,23 \text{ V}$; d) $V_{oL} + V_{oC} = 33,49 \text{ V}$

REVISIÓN CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO

1. Durante una experiencia de Física, un capacitor de $90,0\mu\text{F}$ cargado por completo se “descarga” a través de una resistencia de $60,0\ \Omega$. Calcular el tiempo requerido para que el capacitor pierda el 80% de su “energía inicial”.

Datos: $C = 90,00\ \mu\text{F}$, $R = 60,0\ \Omega$, E_c se pierde 80%

Incog: t ?

Se trata de circuito RC en proceso de descarga. Se solicita calcular el tiempo transcurrido para que el capacitor pierda el 80% de la energía, es decir hasta que la energía en el capacitor sea el 20% de la carga máxima. Simbólicamente:

$$E_C = 0,20.E_{C_{\text{máx}}} \quad (1)$$

La energía de un capacitor es como se indica en (2) y la energía máxima está dada por (4)

$$E_C = \frac{q^2}{2C} \quad (2)$$

$$E_{C_{\text{máx}}} = \frac{q_{\text{máx}}^2}{2C} \quad (3)$$

Sustituyendo (2) y (3) en (1):

$$\frac{q^2}{2C} = 0,2 \frac{q_{\text{máx}}^2}{2C}$$

Simplificando:

$$q^2 = 0,2 \cdot q_{\text{máx}}^2 \quad (4)$$

Por otro lado, la carga durante el proceso de descarga es como se indica en (5).

$$q_d = q_{\text{máx}} e^{-t/\tau} \quad (5)$$

Sustituyendo (5) en (6)

$$(q_{\text{máx}} e^{-t/\tau})^2 = 0,2 \cdot q_{\text{máx}}^2$$

$$q_{\text{máx}}^2 e^{-2t/\tau} = 0,2 \cdot q_{\text{máx}}^2$$

$$e^{-2t/\tau} = 0,2$$

$$-\frac{2t}{\tau} \cdot \ln e = \ln 0,2$$

$$-\frac{2t}{\tau} \cdot \ln e = \ln 0,2$$

$$-\frac{2t}{\tau} = \ln 0,2$$

$$t = -\frac{\ln 0,2 \cdot \tau}{2}$$

$$t = -\frac{\ln 0,2 \cdot R \cdot C}{2}$$

$$t = -\frac{\ln 0,2 \cdot 60,00\ \Omega \cdot 90,00 \cdot 10^{-6}\ \text{F}}{2}$$

$$t = 4,35 \cdot 10^{-3}\ \text{s}$$

Rta: $t = 4,35 \cdot 10^{-3}\ \text{s} = 4,35\ \text{ms}$

2. En el circuito RLC, que se muestra en la Fig.1, el voltaje de la fuente varía a través del tiempo con una frecuencia igual a 1,00 kHz. Los elementos tienen los siguientes valores: $C = 100 \mu\text{F}$, $L = 10,0 \text{ mH}$, $R = 100 \Omega$ y $V_{\text{fem}} = 220\text{V}$. Calcular: (a) El ángulo de fase entre la corriente y el voltaje, (b) el módulo de la impedancia, (c) la corriente máxima y (d) el voltaje máximo en cada elemento. (e) Expresar el voltaje y la corriente en función del tiempo empleando la función seno. (f) Realizar el gráfico de vectores rotantes.

Datos: $\nu = 1,00 \text{ kHz} = 1000\text{Hz}$; $C = 100 \mu\text{F}$, $L = 10,0 \text{ mH}$ y $R = 100 \Omega$, $V_{\text{fem}} = 220 \text{ V} = V_{\text{OT}}$

Incog: a) α y b) Z

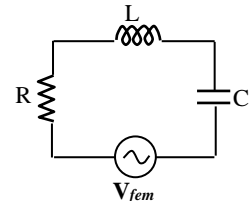


Fig.1

a) $\omega = 2\pi\nu$

$$\omega = 2\pi 1000 \frac{1}{s}$$

$$\omega = 6283,19 s^{-1}$$

$$X = X_L - X_C$$

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

$$X = 6283,19 \frac{1}{s} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ H} - \frac{1}{6283,19 \frac{1}{s} \cdot 100 \cdot 10^{-6} \text{ F}}$$

$$X = 62,83\Omega - 1,59\Omega$$

$$X = 61,24\Omega$$

$$\alpha = \text{arctg} \frac{X}{R}$$

$$\alpha = \text{arctg} \frac{61,24}{100}$$

$$\alpha = 0,55 \text{ rad} \cong 31,5^\circ$$

b)

$$Z = \sqrt{X^2 + R^2}$$

$$Z = \sqrt{(61,24\Omega)^2 + (100\Omega)^2}$$

$$Z = 117,26\Omega$$

c)

$$I_0 = \frac{V_{\text{OT}}}{Z}$$

$$I_0 = \frac{220\text{V}}{117,26\Omega}$$

$$I_0 = 1,88\text{A}$$

d)

$$V_{oR} = I_0 \cdot R$$

$$V_{oR} = 1,88\text{A} \cdot 100\Omega$$

$$V_{oR} = 188\text{V}$$

$$V_{oL} = I_0 \cdot X_L$$

$$V_{oL} = 1,88\text{A} \cdot 62,83\Omega$$

$$V_{oL} = 118,12\text{V}$$

$$V_{oC} = I_0 \cdot X_C$$

$$V_{oC} = 1,88\text{A} \cdot 1,59\Omega$$

$$V_{oC} = 2,99\text{V}$$

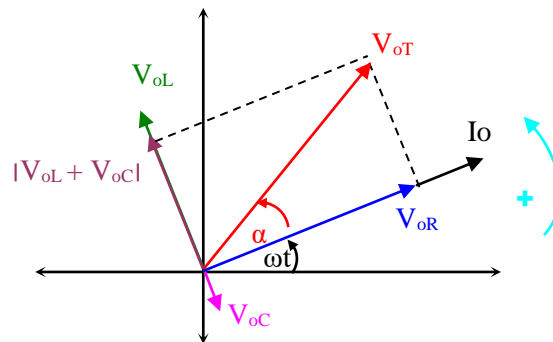
e)

$$V = V_{oT} \text{sen}(\omega t) V$$

$$V = 220 \cdot \text{sen}(6283,19t) V$$

$$I = I_0 \text{sen}(\omega t - \alpha) A$$

$$I = 1,88 \text{sen}(6283,19t - 0,55 \text{rad}) A$$



Rta: a) $\alpha = 0,55 \text{ rad} = 31,5^\circ$, b) $Z = 117,26 \Omega$, c) $I_o = 1,88 \text{ A}$; d) $V_{oR} = 188,00 \text{ V}$; $V_{oL} = 118,12 \text{ V}$, $V_{oC} = 2,99 \text{ V}$; e) $V = 220 \text{ sen}(6283,19t) V$, $I = 1,88 \text{ sen}(6283,19t - 0,55 \text{ rad}) A$.

3. En un circuito serie RLC, la tensión y la corriente son: $V_T = 350 \cos(3000t - 0,436 \text{ rad}) V$ e $I = 12,5 \cos(3000t - 0,174 \text{ rad}) A$. Si la capacitancia del condensador es igual a $4,05 \mu F$, determinar (a) el valor de la autoinducción de la bobina y (b) de la resistencia.

Datos: $V_T = 350 \cos(3000t - 0,436 \text{ rad}) V$

$$I = 12,5 \cos(3000t - 0,174 \text{ rad}) A$$

$$C = 4,05 \mu F$$

Incog: a) $L?$, b) $R?$

a y b) De las funciones dadas, extraemos los datos indirectos y eliminamos el ángulo de fase inicial de voltaje (sumando el opuesto en ambas expresiones):

$$V_T = 350 \cos(3000t - 0,436 \text{ rad} + 0,436 \text{ rad}) V$$

$$I = 12,5 \cos(3000t - 0,174 \text{ rad} + 0,436 \text{ rad}) A$$

$$V_T = 350 \cos(3000t) V$$

$$I = 12,5 \cos(3000t + 0,262 \text{ rad}) A$$

$$V_{oT} = 350 \text{ V}, I_o = 12,5 \text{ A}, \alpha = -0,262 \text{ rad}, \omega = 3000 \text{ rad/s}$$

$$Z = \frac{V_{oT}}{I_o} \Rightarrow Z = \frac{350V}{12,5A} \Rightarrow Z = 28 \Omega$$

$$\text{tag} \alpha = \frac{X}{R} \Rightarrow X = R \text{tag} \alpha \quad (1)$$

$$Z^2 = X^2 + R^2 \quad (2)$$

Sustituyendo (1) en (2):

$$Z^2 = R^2 \text{tag}^2 \alpha + R^2$$

$$Z^2 = R^2(1 + \text{tag}^2 \alpha)$$

$$R = \frac{Z}{\sqrt{1 + \text{tag}^2 \alpha}}$$

$$R = \frac{28\Omega}{\sqrt{1 + [\text{tag}(-0,262\text{rad})]^2}}$$

$$R = 27\Omega$$

Reemplazando el valor de R en (1) se tiene el valor de la reactancia (X):

$$X = R\text{tag}\alpha$$

$$X = 27\Omega\text{tag}(-0,262\text{rad})$$

$$X = -7,23\Omega$$

$$X = X_L - X_C$$

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

$$X + \frac{1}{\omega C} = \omega L$$

$$L = \frac{X + \frac{1}{\omega C}}{\omega}$$

$$L = \frac{-7,23\Omega + \frac{1}{3000\text{s}^{-1} \cdot 4,05 \cdot 10^{-6} \text{F}}}{3000\text{s}^{-1}}$$

$$L = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{H} = 25\text{mH}$$

Rta: a) L= 25 mH, b) R = 27 Ω

CAPÍTULO 5: ÓPTICA GEOMÉTRICA

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

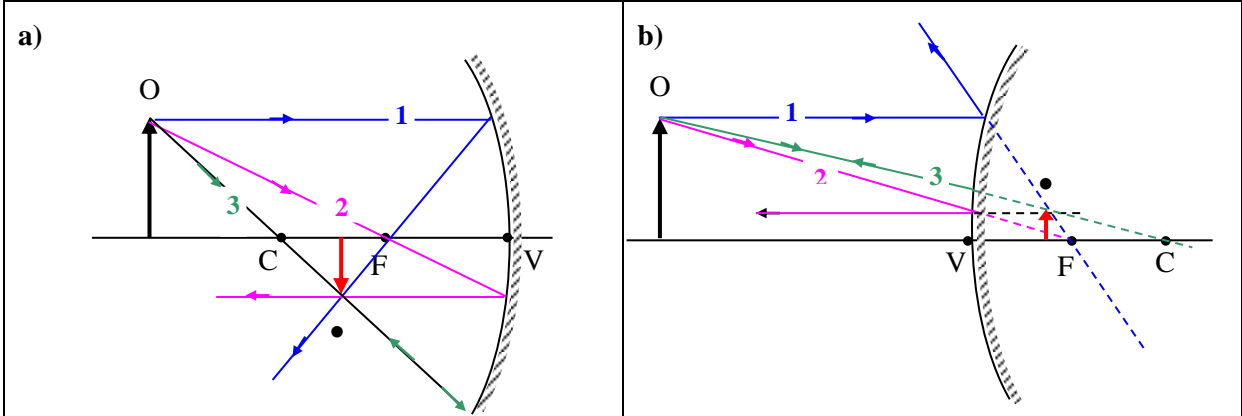
Fenómenos de reflexión y refracción		$n_1 = \frac{c}{v_1} \text{ y } n_2 = \frac{c}{v_2}$ $n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$
$r_i, r_r', r_r \wedge N \varepsilon \pi$		
$\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_r$		
$n_1 \text{sen} \theta_i = n_2 \text{sen} \theta_r$		

Casos de Refracción: I ($n_1 < n_2$) y II ($n_1 > n_2$)		Reflexión total interna y ángulo crítico
I 	II 	$n_1 > n_2$ $\theta_r = 90^\circ$ $n_1 \text{sen} \theta_c = n_2$

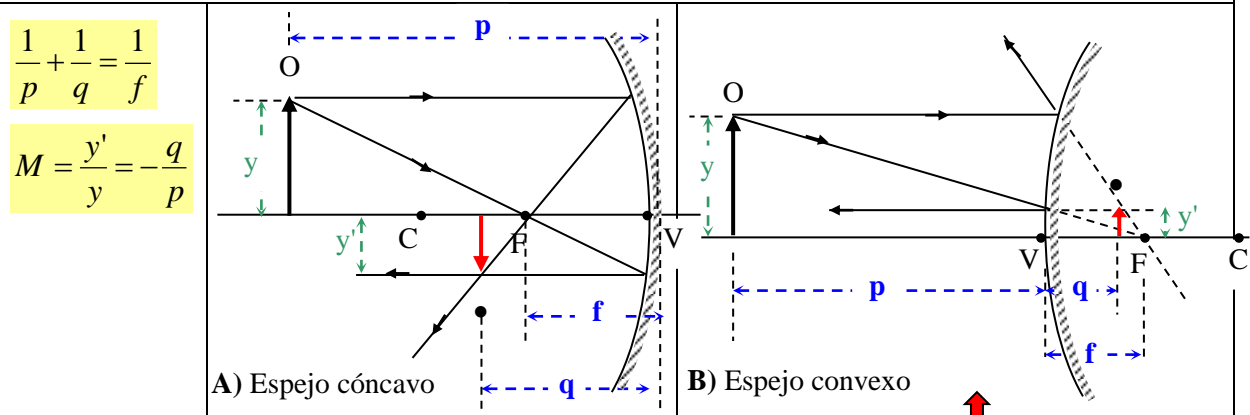
Lámina de caras paralelas $n_2 > n_1$ $d = \frac{a \cdot \text{sen}(\theta_i - \theta_r)}{\cos \theta_r}$ $\hat{\theta}_{r1} = \hat{\theta}_{i2} \text{ y } \hat{\theta}_{i1} = \hat{\theta}_{r2} \Rightarrow$ <p>El rayo incidente y emergente son paralelos, pero están desplazados una distancia d.</p>	
--	--

Espejos esféricos: a) Cóncavo y b) Convexos	
$f = r/2 \text{ ó } r = 2f$ r { + espejo cóncavo - espejo convexo f { + espejo cóncavo - espejo convexo	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>a) Superficie pulida</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>b) Superficie pulida</p> </div> </div>

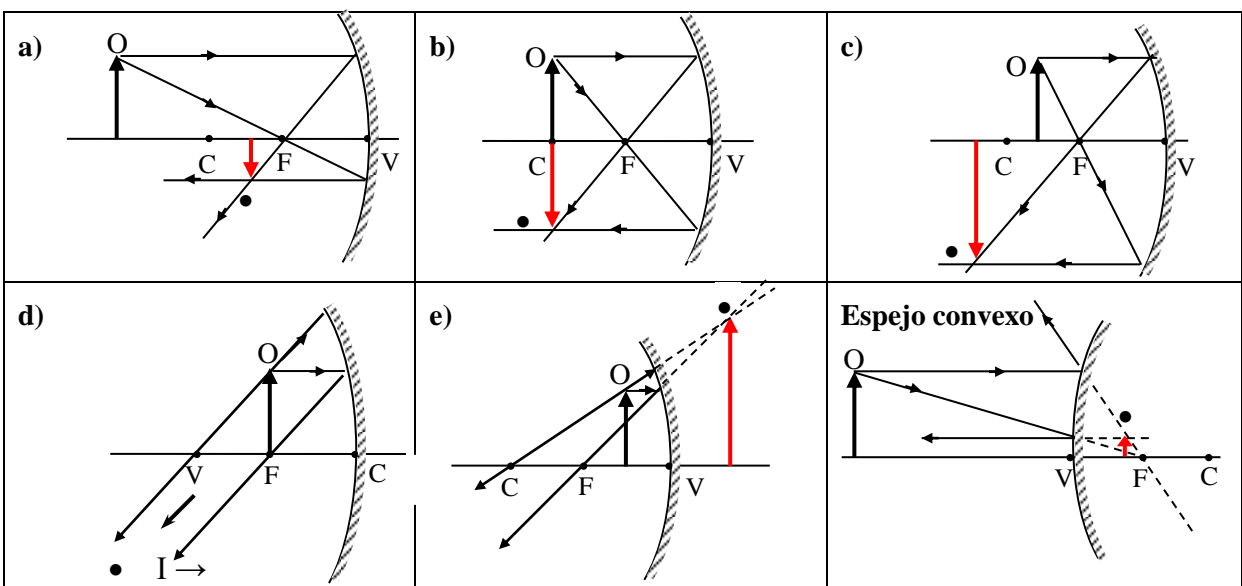
Marcha de rayos: a) Espejos cóncavos y b) Espejos convexos



Ecuación de Descartes para espejos esféricos



<p>Convención de signos</p> <p>p { + Objetos Reales ubicados delante del espejo</p> <p>q { + Imagen Real - Imagen Virtual</p>	<p>M { + Imagen Derecha - Imagen Invertida</p> <p>M { Mayor a 1: imagen aumentada Igual a 1: imagen de igual tamaño Menor a 1: imagen disminuida</p>	<p>Ejemplos</p> <p>A) $p(+)$ OR, $q(+)$ IR, $f(+)$E cóncavo $M(-)$ I Inv, $M < 1 \Rightarrow$ I disminuida</p> <p>B) $p(+)$ OR, $q(-)$ IV, $f(-)$ E convexo, $M(+)$ ID, $M < 1 \Rightarrow$ I disminuida</p>
--	---	---



En los **espejos convexos**, la imagen **siempre** es **virtual**, **derecha** y de **menor tamaño**, independientemente de la posición del objeto real.

	Objeto		Imagen		
	p	q	Clase	Orientación	Tamaño (M)
a	$p > r$	$f < q < r$	real	invertida	Menor; $ M < 1$
b	$p = r$	$q = r$	real	invertida	igual; $ M = 1$
c	$f < p < r$	$q > r$	real	invertida	mayor; $ M > 1$
d	$p = f$	$q \rightarrow \infty$	transición		
e	$p < f$	$q > p$	virtual	derecha	mayor; $ M > 1$

Tabla N° 1: Imágenes en un espejo cóncavo en función de la posición del objeto

Lentes delgadas: a) Convergentes y b) Divergentes

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

El campo (real o virtual) donde se encuentra el centro de curvatura (C_1 y C_2) de la superficie esférica determina

$$f_o = f_i = f$$

f { + lente **convergente**
- lente **divergente**

a)

b)

a)

b)

Marcha de rayos en lentes delgadas a) Lentes Convergentes y b) Lentes Delgadas

a)

b)

Ecuación de Descartes para lentes delgadas

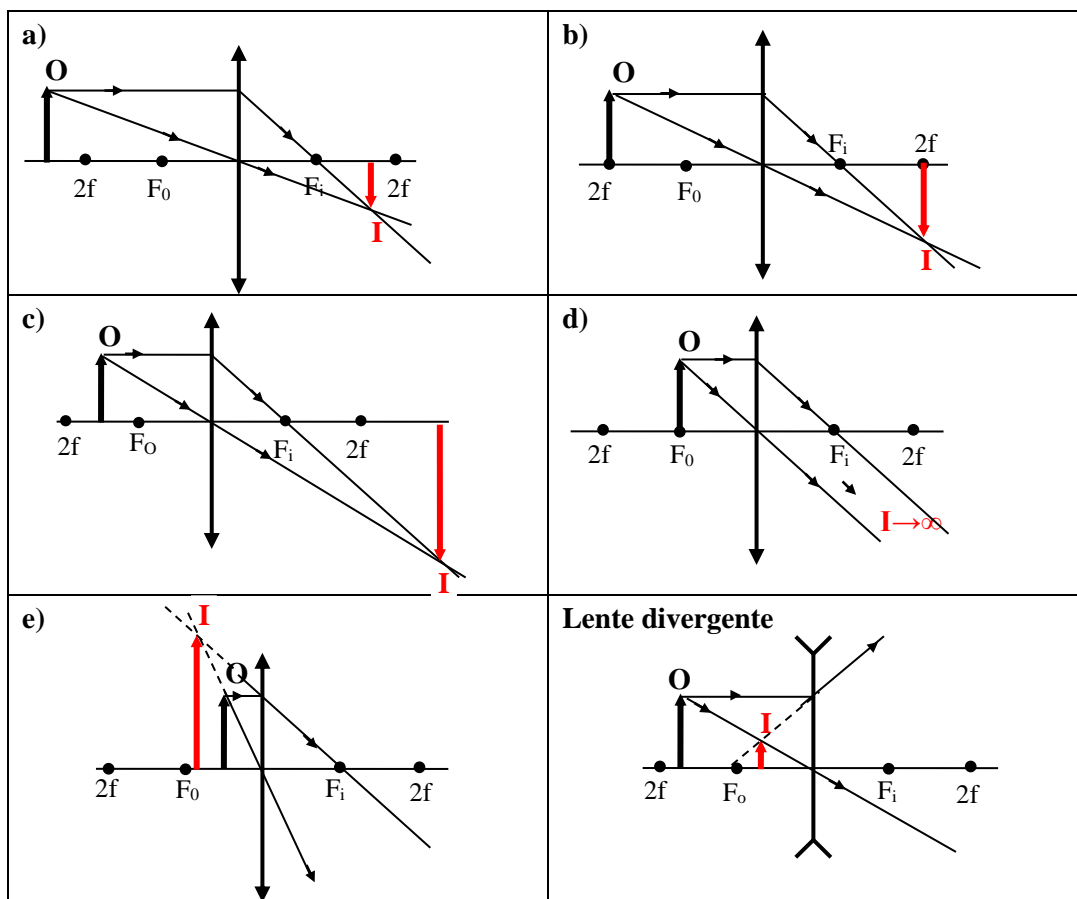
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$M = \frac{y'}{y} = -\frac{q}{p}$$

A) Lente convergente

B) Lente divergente

Convención de signos		Ejemplos
p	+ Objeto Real	M { + Imagen Derecha - Imagen Invertida
	- Objeto Virtual	
q	+ Imagen Real	M { Mayor a 1: imagen aumentada Igual a 1: imagen de igual tamaño Menor a 1: imagen disminuida
	- Imagen Virtual	
		A) p(+) OR, q(+) IR, f(+)L convergente M(-) I Inv, M > 1 => I aumentada
		B) p(+) OR, q(-) IV, f(-)L divergente, M(+) ID, M < 1 => I disminuída



	Objeto		Imagen		
	p	q	Clase	Orientación	Tamaño (M)
a	$p > 2f$	$f < q < 2f$	real	invertida	menor; $ M < 1$
b	$p = 2f$	$q = 2f$	real	invertida	Igual; $ M = 1$
c	$f < p < 2f$	$q > 2f$	real	invertida	mayor; $ M > 1$
d	$p = f$	$q \rightarrow \infty$	transición		
e	$p < f$	$ q > p, q < 0$	virtual	derecha	mayor; $ M > 1$

Tabla N° 2 : Imágenes en una lente convergente en función de la posición del objeto

En las **lentes divergentes**, la imagen **siempre** es **virtual, derecha** y de **menor tamaño**, independientemente de la posición del objeto real.

Microscopio simple o Lupa	
Lente convergente => f (+)	$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$
p < q	$M = \frac{y'}{y} = -\frac{q}{p}$
Imagen: virtual, derecha y aumentada	
q (-) => M (+) y M > 1	

Microscopio compuesto	
L1 y L2 lentes convergentes	
f1 < f2	
p1 > f1 => I1: real, invertida y aumentada	
I1 = O2	
p2 < f2 => I2: virtual, derecha (con respecto a O2) y aumentada	
$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1}$	
$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2}$	
$d = q_1 + p_2$	
$M_T = M_1 \cdot M_2$	

ÓPTICA GEOMÉTRICA

PROBLEMAS PROPUESTOS

1: Un rayo que se propaga por el aire incide en la superficie de un bloque de hielo transparente ($n_h = 1,309$) formando un ángulo de 40° con la normal a dicha superficie. Parte de la luz se refleja y parte se refracta. Calcula el ángulo entre la luz reflejada y la luz refractada.

Rta: $110,6^\circ$

2: El haz de luz que se muestra en la Fig.1 forma un ángulo de $20,0^\circ$ con la línea normal NN' en el aceite de linaza. Si el índice del aceite de linaza es 1,48; determina los ángulos θ y θ' .

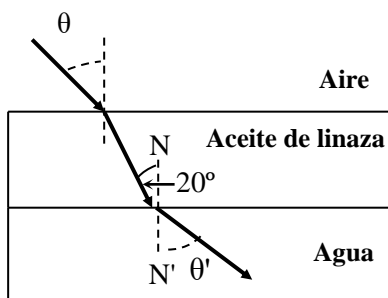


Fig. 1

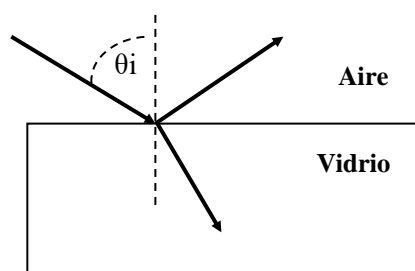


Fig. 2

Rta: $56,3^\circ$

4: Una capa de hielo ($n_h = 1,309$) con lados paralelos flota en el agua. Si incide luz en la cara superior del hielo con un ángulo de incidencia de 30° , ¿cuál es el ángulo de refracción en el agua? ($n_a = 1,33$)

5: Un pez parece estar 2,0 m por debajo de la superficie de un estanque cuando se lo ve directamente por encima. ¿Cuál es la profundidad real a la que se encuentra?

Rta: 2,7 m

6: Dos vasos idénticos, uno lleno de sulfuro de carbono ($n = 1,629$) y otro de agua ($n = 1,33$), se miran desde arriba. (a) ¿Qué vaso parece contener mayor profundidad? (b) ¿Cuál es la razón de las profundidades aparentes?

7: Se coloca un bloque cúbico de hielo de 50 cm de arista sobre un insecto. Localiza la imagen del insecto, vista directamente desde arriba, si el índice de refracción del hielo es 1,309.

Rta: 38 cm por debajo del hielo

8: Un sapo que se halla sumergido en un lago desea atrapar a un insecto que se halla en la rama de un árbol que está prácticamente sobre él y sobre la superficie del agua. Si la distancia

aparente a la que el sapo observa el insecto es de 7,5 cm; ¿hasta dónde tendrá que dirigir realmente su lengua para poder proveerse de alimento?

9: Se vierte sulfuro de carbono ($n = 1,63$) en un recipiente hecho de vidrio óptico ($n = 1,52$). ¿Cuál es el ángulo crítico de un rayo que se propaga en el líquido?

Rta: $68,8^\circ$

10: El haz luminoso de la Fig. 3 incide en B con el ángulo crítico, cuyo valor es de $41,5^\circ$. Calcula el ángulo de incidencia θ_i en el punto A.

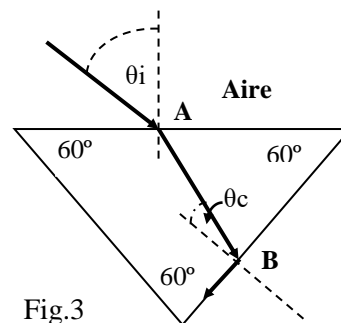


Fig.3

11: Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide con un ángulo de 45° sobre una cara horizontal de un cubo de vidrio. (a) ¿Cuál debe ser el índice de refracción del vidrio para que ocurra reflexión total interna en la cara vertical? (b) ¿Cuál sería este índice para repetir el fenómeno si el cubo se sumerge en el agua?

Rta: a) mayor a 1,2; b) mayor a 1,6

12: Una lámpara puntual está situada a una distancia de 20 cm por debajo de la superficie de una masa de agua. Calcula el diámetro del mayor círculo, en la superficie, a través del cual la luz puede salir del agua.

13: Un ladrón de joyas oculta un diamante colocándolo en el fondo de una fuente pública. El ladrón pone una balsa circular sobre la superficie del agua directamente encima del diamante y centrada con él como muestra la Fig. 4. Si la superficie del agua está tranquila y la profundidad de la fuente es de 1,5 m, determina el diámetro mínimo de la balsa que impedirá ver el diamante.

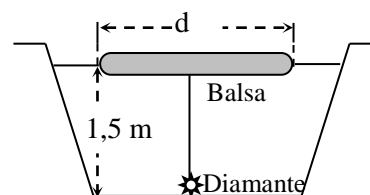


Fig.4

Rta: 3,4 m

14: Un rayo de luz incide de manera normal en una de las caras de un bloque de $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ de cristal de roca ($n = 1,66$) que está inmerso en agua como muestra la Fig.5.

(a) Determina el ángulo de salida θ' . (b) Se disuelve una sustancia en el agua para aumentar el índice de refracción. ¿En qué valor de n_2 deja de haber reflexión total interna en el punto P?

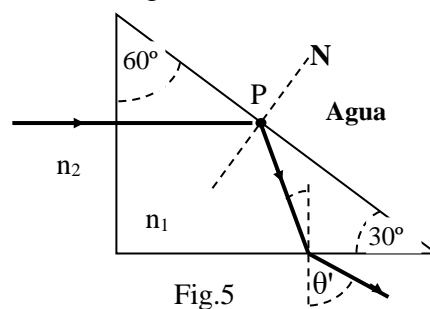


Fig.5

15: Una barra de plástico tiene un índice de refracción de 1,53. Para que ocurra reflexión total interna ¿cuál es el ángulo de incidencia mínimo en la pared de la barra si la misma está (a) en el aire y (b) en el agua?

Rta: a) $40,8^\circ$; b) $60,4^\circ$

16: Una masa de agua está cubierta con una capa de 1 cm de espesor de aceite de índice de refracción igual a 1,63. Un rayo luminoso procedente del agua incide en la superficie límite agua-aceite bajo un ángulo de incidencia de 30° . Si el medio situado encima del aceite es aire, ¿se reflejará totalmente el rayo o no?

17: La luz incide normalmente sobre la cara menor de un prisma cuyos ángulos son 30° , 60° y 90° . Se coloca una gota de líquido sobre la hipotenusa del prisma. Si el índice de refracción del prisma es de 1,50; calcula el índice máximo que debe tener el líquido si la luz ha de reflejarse totalmente.

Rta: 1,29

18: Un haz de láser incide en un extremo de una barra de material transparente como indica la Fig.6. El índice de refracción de la barra es de 1,48. Determina el número de reflexiones internas que experimenta el haz antes de salir por el extremo opuesto de la barra.

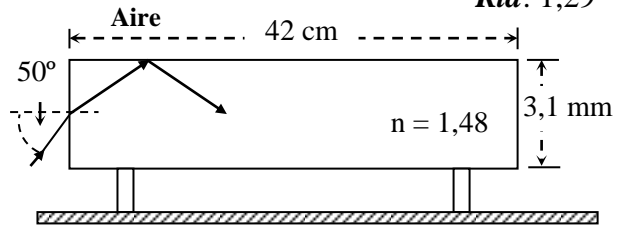


Fig. 6

19: Un rayo luminoso incide con un ángulo de 60° sobre una de las caras de una lámina de vidrio de 2,0 cm de espesor e índice de refracción igual a 1,5. El medio a ambos lados de la lámina es aire. Calcula el desplazamiento lateral entre los rayos incidente y emergente.

Rta: 1,0 cm

20: Una lámina paralela de vidrio ($n = 1,5$) de 2,0 cm de espesor está sumergida en el agua. Si un haz de luz proveniente del agua incide en la lámina con un ángulo de 30° respecto a la normal, calcula el desplazamiento lateral, d , que sufre el rayo emergente que atraviesa la placa de la Fig.7.

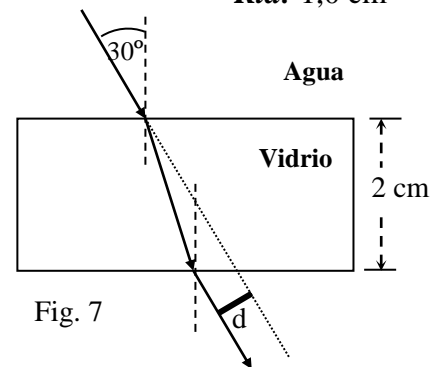


Fig. 7

21: Un espejo cóncavo tiene una distancia focal de 10 cm. Halla la posición y el tamaño de la imagen cuando un objeto de 5 cm de altura está del vértice a: (a) 30 cm; (b) 20 cm; (c) 15 cm; (d) 10 cm; (e) 5,0 cm. Dibuja un diagrama de rayos para cada caso.

Rta: a) 15 cm; -2,5 cm; b) 20 cm; - 5 cm; c) 30 cm; -10 cm; d) ∞ e)- 10 cm; 10 cm

22: Un espejo convexo tiene una distancia focal de 10 cm. Halla la posición y el tamaño de la imagen cuando un objeto de 5 cm de altura está del vértice a: (a) 30 cm; (b) 20 cm; (c) 15 cm; (d) 10 cm; (e) 5 cm. Dibuja un diagrama de rayos para cada caso.

23: Un espejo convexo tiene una distancia focal de 20 cm. Determina la posición del objeto para que la imagen tenga la mitad de la altura del objeto.

Rta: 20 cm

24: Un dentista utiliza un espejo para examinar un diente. El diente está a 1 cm de distancia frente al espejo y la imagen se forma a 10 cm detrás del espejo. Determina: (a) el radio de curvatura del espejo y (b) el aumento de la imagen.

25: Se coloca un objeto de 2 cm de altura a 10 cm de distancia delante de un espejo. ¿Qué tipo de espejo y qué radio de curvatura se necesitan para crear una imagen derecha de 4 cm de altura?

Rta: espejo cóncavo de 40 cm de radio

26: Se coloca un objeto de 2 cm de altura a 3 cm de distancia delante de un espejo cóncavo. Si la imagen tiene 5 cm de altura y es virtual; ¿cuál es la distancia focal del espejo?

27: Un hombre que está derecho a 1,52 m delante de un espejo para afeitarse produce una imagen invertida a 18 cm de distancia del espejo. ¿A qué distancia del espejo se debe colocar para formar una imagen derecha de su barbilla que sea dos veces más grande que la barbilla?

Rta: 8,0 cm

28: Un espejo convexo produce una imagen de tamaño igual a 1/3 del objeto cuando éste se encuentra a 30 cm delante del espejo. ¿Cuál es su radio de curvatura?

29: ¿En qué punto se debe colocar un objeto frente a un espejo esférico cuyo radio de curvatura es de 18 cm para que produzca una imagen real, tres veces el tamaño real?

Rta: 12 cm

30: Un espejo convexo con un radio de curvatura de 0,55 m permite vigilar los pasillos de una tienda. Localice y describa la imagen de un cliente que está a 10 m del espejo. Determina el aumento.

31: Un objeto colocado a 10 cm delante de un espejo esférico cóncavo produce una imagen real a 8,0 cm del mismo. Si el objeto se desplaza a una nueva posición a 20 cm del espejo: (a) ¿cuál es la posición de la imagen? (b) ¿cuál es el aumento? (c) Grafica e indica si la imagen de la segunda posición es real o virtual, aumentada o disminuida.

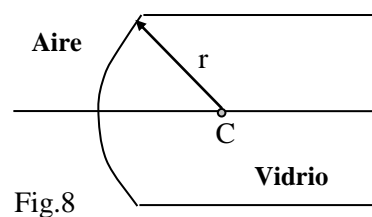
Rta: a) 5,6 cm; b) -0,28; c) Imagen real, invertida y de menor tamaño

32: Un objeto colocado frente a un espejo esférico cóncavo produce una imagen real aumentada cuatro veces. Acercando el objeto 10 cm al espejo se forma una imagen virtual con el mismo aumento. Determinar la distancia focal del espejo.

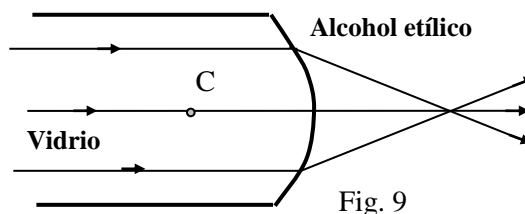
33: Un objeto tiene 5,0 cm de altura. Se desea obtener una imagen de 2,0 cm de altura a 100 cm del objeto. (a) ¿Qué tipo de espejo se necesita? y (b) ¿cuál debe ser la distancia focal?

Rta: cóncavo ($f = + 47,6$ cm) y/o convexo ($f = - 47,6$ cm)

34: La superficie de separación de la Fig. 8 tiene un radio de curvatura de 5,0 cm y separa el aire que está a la izquierda del vidrio ($n = 1,5$) que está a la derecha. Determina la distancia focal objeto y la distancia focal imagen si: (a) se ilumina desde la izquierda y (b) se ilumina desde la derecha.

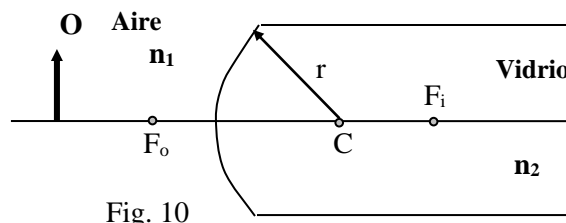


35: La varilla de la Fig.9 es de vidrio ($n = 1,46$) y está sumergida en alcohol etílico ($n = 1,36$). ¿Cuál debe ser el radio de curvatura del extremo derecho de la varilla si el haz de rayos dibujados debe llegar a un foco a 100 cm del vértice?



Rta: - 7,35 cm

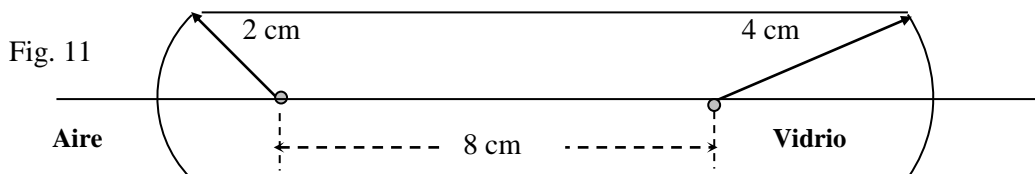
36: A un extremo de una varilla de vidrio larga ($n = 1,5$) se le da forma de una superficie convexa de 8 cm de radio como indica la Fig.10. Se sitúa un objeto en el aire a lo largo del eje de la varilla. Determina la posición de la imagen que corresponda a cada una de las siguientes posiciones del objeto: (a) 20 cm, (b) 80 mm y (c) 20 mm.



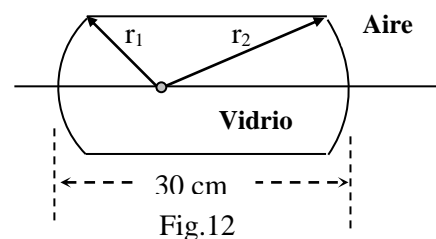
37: Una superficie esférica y convexa tiene un radio de curvatura de 50 mm. La superficie esférica está en uno de los extremos de una varilla hueca que está llena de alcohol etílico de índice de refracción 1,36. Si un objeto, de 2 cm de altura, se coloca en el aire a 60 cm del vértice de la esfera, halla: (a) la posición y (b) el tamaño de la imagen. (Suponga que la refracción se produce sólo en la interfase aire-alcohol)

Rta: a) + 24 cm; b) - 0,6 cm (Imagen real, invertida y de menor tamaño)

38: La Fig.11 muestra un objeto de vidrio con un índice de refracción de 1,5. Los extremos son hemisferios con radios de 2 cm y 4 cm, los centros de los extremos hemisféricos están separados por una distancia de 8 cm. Un objeto puntual está en el aire, a 80 mm del extremo izquierdo del objeto de vidrio. Localiza la imagen debida a la doble refracción.



39: Una barra transparente de 30 cm, de índice de refracción igual a 1,5 tiene sus extremos esféricos como muestra la Fig.12. El radio de la izquierda es de 12 cm y el de la derecha de 18 cm. Si se coloca un objeto a 90 cm del extremo izquierdo de la superficie: (a) ¿cuál es la posición final de la imagen? y (b) ¿cuál es el aumento total?



Rta: $q_1 = + 49$ cm; $M_1 = -0,36$ (Imagen real, invertida y de menor tamaño); $q_2 = -9,4$ cm; $M_2 = +0,74$ (Imagen virtual, derecha y de menor tamaño); $M_T = -0,27$

40: Una esfera de vidrio de 2 cm de diámetro contiene una pequeña burbuja de aire a 0,5 cm del centro. Hallar la posición y el aumento de la imagen vista por una persona que mira a uno u otro lado según la línea que une el centro de la esfera con la burbuja. El índice de refracción del vidrio es 1,5.

41: Una lente bicóncava tiene un índice de refracción de 1,5 y sus radios de curvatura son 0,20 m y 0,30 m respectivamente. **(a)** Halla la distancia focal. **(b)** Determina la posición de la imagen de un objeto que está a 0,20 m de la lente. **(c)** ¿Cuál es el aumento de esta lente?

Rta: a)- 24 cm; b) - 0,1 m; c) 0,5

42: Se va a construir una lente biconvexa de cristal cuyo índice de refracción es de 1,5. Una cara debe tener un radio de curvatura doble de la otra y la distancia focal debe ser de 6 cm. ¿Cuáles son los radios?

43: Una lente de vidrio biconvexa delgada ($n = 1,5$) tiene radio de curvatura de 30 cm y 60 cm respectivamente. Debe recoger una imagen de la mitad del tamaño natural de una lámpara del techo sobre una pantalla de papel. ¿Cuáles deben ser las distancias entre la lente y la lámpara y entre la lente y la pantalla?

Rta: + 60 cm, + 30 cm

44: La longitud focal de una lente convergente es de 15 cm. Un objeto de 3 cm de altura se coloca sobre el eje principal en varias posiciones. Halla la posición y el tamaño de la imagen cuando el objeto se encuentra del vértice: **(a)** en el infinito, **(b)** a 30 cm, **(c)** a 15 cm y **(d)** a 6 cm. Dibuja un diagrama de rayos para cada caso.

45: La longitud focal de una lente divergente es de 15 cm. Un objeto de 30 mm de altura se coloca sobre el eje principal en varias posiciones. Halla la posición y el tamaño de la imagen cuando el objeto se encuentra del vértice: **(a)** en el infinito, **(b)** a 30 cm, **(c)** a 15 cm y **(d)** a 60 mm. Dibuja un diagrama de rayos para cada caso.

Rta: a) - 15 cm; puntual; b) -10 cm; 1 cm; c) -7,5 cm; 1,5 cm; d) - 4,3 cm; 2,1 cm

46: Una lente de radios de curvatura de 52,5 cm y $- 61,9$ cm tiene una distancia focal de + 60 cm. Calcula su índice de refracción.

47: ¿Dónde se debe colocar un objeto para que no tenga aumento ($|M| = 1$) **(a)** con una lente convergente cuya distancia focal es de 12 cm y **(b)** con una lente divergente cuya distancia focal es de - 12 cm?

Rta: a) $p = 24$ cm; $q = 24$ cm con una lente convergente; b) no es posible lograr ese aumento (1) con una lente divergente, ellas siempre producen imágenes virtuales, derechas y de menor tamaño.

48: Se va a utilizar una lente divergente para formar una imagen virtual con un tercio de altura del objeto. ¿Dónde se debe colocar el objeto? (*Expresa la respuesta en función de la distancia focal*)

49: Se pretende formar una imagen a 30 cm de una lente divergente de distancia focal igual a 40 cm. **(a)** ¿Dónde se debe colocar el objeto? **(b)** Determina el aumento.

Rta: a) 1,2 m; b) + 0,25

50: Un observador está situado a 10 cm detrás de una lente divergente de 30 cm de distancia focal, mira a una pared situada a 1,20 m de la lente. Si el diámetro de la lente es de 50 mm ¿cuál será la longitud de pared que el observador puede ver a través de la lente?

51: Un objeto está a 5 m de una pantalla plana. Se coloca una lente convergente, cuya distancia focal es de 80 cm, entre el objeto y la pantalla. **(a)** Demuestra que hay dos posiciones de la lente para las cuales se forma una imagen en la pantalla y determina la distancia de estas posiciones respecto al objeto. **(b)** ¿Cuál es la diferencia entre estas dos imágenes?

Rta: a) $p_1 = 4$ m; $p_2 = 1$ m; b) $M_1 = -4$; $M_2 = -1/4$; Ambas imágenes son reales e invertidas, I_1 es de mayor tamaño e I_2 es de menor tamaño.

52: Las diapositivas para un proyector se deben ampliar 120 veces para que formen una imagen nítida en una pantalla situada a 3,60 m de la lente del proyector. **(a)** ¿A qué distancia debe estar la diapositiva de la lente? y **(b)** ¿cuál es la distancia focal de dicha lente?

53: Se coloca un portaobjetos de microscopio frente a una lente convergente con una distancia focal de 2,44 cm. La lente forma una imagen del portaobjetos a 12,9 cm del mismo. ¿A qué distancia del portaobjetos está la lente si la imagen es a) real y b) virtual?

Rta: a) Si la imagen es real, existen dos posiciones posibles: $p_1 = 9,63$ cm ; y $p_2 = 3,27$ cm; b) Si la imagen es virtual la única respuesta es $p = 2,09$ cm

54: Una lente proyecta una imagen de un objeto sobre una pantalla colocada a 12,0 cm de la lente. Cuando el objeto se aleja 20 mm de la lente, la pantalla se debe acercar 2 cm al objeto para ponerlo en foco. **(a)** ¿Cuál es la distancia focal de la lente?

55: Una lente biconvexa con distancia focal de 15 cm se utiliza como lupa. ¿A qué distancia de una estampilla postal se debe sostener esta lente para obtener una imagen del doble del tamaño original?

Rta: 7,5 cm

56: Una lupa de vidrio de 40 mm de distancia focal se emplea para ampliar un objeto cinco veces. ¿A qué distancia se debe colocar el objeto para obtener dicha ampliación?

57: Cuando se la utiliza como lupa, una lente convergente de distancia focal 10 cm, tiene una imagen a 25 cm. **(a)** ¿Cuál es el tamaño de la imagen si el objeto es de 40 mm de largo? y **(b)** ¿Cuál es la posición del objeto?

Rta: a) 14 cm; b) 7,1 cm

58: Una persona utiliza una lente convergente con una distancia focal de 12,5 cm para examinar una gema. La lente forma una imagen virtual a 30 cm delante de la lente. **(a)** Determina el aumento. **(b)** Indica si la imagen está derecha o invertida.

59: Una lente produce una imagen a 12,5 cm de la misma cuando el objeto está a 112,5 cm del otro lado de la lente. ¿Cuál es el aumento eficaz de la misma cuando se la utiliza como lupa en condiciones de visión normal?

Rta: 3,2

60: Los radios de curvatura de las superficies de una lente delgada son + 10 cm y + 30 cm respectivamente. El índice de refracción es de 1,5. **(a)** Calcula la posición y el tamaño de la imagen de un objeto en forma de flecha de 1 cm de altura, perpendicular al eje de la lente y situado a 40 cm a la izquierda de la misma. **(b)** Se coloca una segunda lente análoga, a la derecha de la primera y separada de ella por una distancia de 160 cm. Calcula la posición de la imagen que ella produce tomando como objeto la imagen de la primera lente.

61: Dos lentes convergentes, cada una con una distancia focal de 15 cm, se colocan a 40 cm de distancia y se pone un objeto a 30 cm de la primera lente. ¿Dónde se forma la imagen final y cuál es el aumento del sistema?

Rta: $q_1 = + 30$ cm; $M_1 = - 1$; $p_2 = 10$ cm; $q_2 = - 30$ cm; $M_2 = + 3$; $M_T = - 3$

62: Se coloca un objeto a 20 cm a la izquierda de una lente convergente cuya distancia focal es de 25 cm. Una lente divergente con una distancia focal de 10 cm está a 25 cm a la derecha de la lente convergente. Determina la posición y el aumento final de la imagen.

63: Se coloca un objeto, de 10 mm de altura, a de 40 mm a la izquierda de una lente convergente cuya distancia focal es de 80 mm. Una lente divergente con distancia focal de 16 cm está a 60 mm a la derecha de la lente convergente. Determina la posición y la altura de la imagen final, e indica sus características.

Rta: $q_2 = - 7,5$ cm a la izquierda de L_2 ; $y' = 1,1$ cm; Imagen virtual, derecha y de mayor tamaño con respecto al objeto

64: Una lente convergente cuya distancia focal es de 20 cm está a 50 cm de una lente convergente con una distancia focal de 50 mm. **(a)** Determine la posición de la imagen final de un objeto colocado a 40 cm delante de la primera lente. **(b)** Si la altura del objeto es de 2 cm ¿cuál es la altura de la imagen final? ¿Es la imagen real o virtual?

65: Un objeto se encuentra a 20 cm a la izquierda de una lente cuya distancia focal es de + 10 cm. Si una segunda lente de distancia focal + 12,5 cm se ubica a 30 cm a la derecha de la primera, determina **(a)** la posición y el tamaño relativo de la imagen final. **(b)** Verifica las conclusiones dibujando el sistema de lentes a escala con la correspondiente marcha ce rayos.

Rta: a) La imagen final está a 50 cm a la izquierda de la segunda lente, su posición coincide con la del objeto original, es virtual y aumentada cinco veces. Está invertida con respecto al objeto O_1 .

66: Un microscopio tiene como ocular una lente cuya distancia focal es de 30 mm y como objetivo una lente convergente de 10 mm de distancia focal. Se coloca un objeto a 1,5 cm del objetivo y la imagen virtual formada por el ocular se encuentra en la distancia de visión nítida ($\delta = 25$ cm) **(a)** ¿cuál es la separación entre las lentes? **(b)** ¿cuál es el aumento del microscopio?

67: Un microscopio compuesto tiene longitudes focales del objetivo y del ocular a 7,0 mm y 5,5 cm respectivamente. Las dos lentes están separadas 15 cm. Calcula: (a) la posición y (b) el aumento de la imagen producida por un objeto colocado a 0,75 cm del objetivo.

Rta: a) -24,75 cm; b) - 77

68: La distancia focal del ocular de cierto microscopio es de 2,5 cm. La distancia focal del objetivo es de 16 mm y la separación entre ambas lentes es de 22,1 cm. Si la imagen formada por el ocular se encuentra en el punto próximo de visión normal: (a) ¿Cuál debe ser la distancia del objetivo al objeto examinado? y (b) ¿Cuál es el aumento total del microscopio?

69: La distancia entre dos lentes convergentes de un microscopio compuesto es de 15 cm. La distancia focal del objetivo es de 10 mm en tanto que la del ocular es de 50 mm. (a) ¿A qué distancia inicial se debe colocar el objeto para formar una imagen nítida a 25 cm del ocular? (b) ¿Cuál es el tamaño de la imagen si el objeto tiene 20 μm de altura?

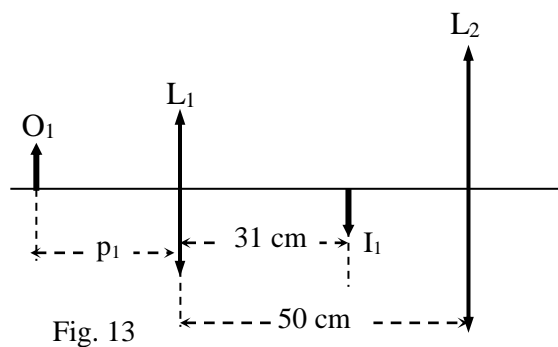
Rta: a) 1,1 cm; b) 1,2 mm

70: Un microscopio compuesto está formado por un objetivo y una lente ocular de longitudes focales 6 mm y 20 mm respectivamente. Si un objeto se coloca a 5/8 cm del objetivo y una persona ve la imagen a la distancia de visión nítida, halla (a) el aumento del sistema y (b) la distancia que separa las lentes.

71: La lente objetivo de un microscopio compuesto, con un tubo de 20 cm de largo, tiene un aumento de 50 y el ocular un aumento de 20. ¿Cuál es la distancia focal (a) del objetivo, (b) del ocular? (c) ¿Cuál es el aumento total del microscopio? (Recuerda que una manera aproximada de calcular el aumento total es $M_T = L\delta / f_{ob} \cdot f_{oc}$; donde $\delta = 25$ cm y L es el largo del tubo o separación de objetivo-ocular)

Rta: a) $f_{ob} = 4$ mm; $f_{oc} = 12$ mm; b) $|M| = 10^3$

72: Se colocan dos lentes convergentes, con distancias focales de 10 cm y 20 cm, separadas una distancia de 50 cm como se muestra en la Fig.13. La imagen producida por la lente L_1 se encuentra en la posición que se indica. (a) ¿A qué distancia hacia la izquierda de la primera lente se deberá situar el objeto? (b) ¿Dónde se forma la imagen final? (c) ¿Cuál es el aumento total? (d) ¿El sistema se comporta como microscopio compuesto? Fundamente.



73: Un microscopio está provisto de objetivos, cuyas distancias focales 16 mm, 4,0 mm y 1,9 mm; y de oculares de aumentos 5x y 10x. Cada objetivo forma una imagen a 160 mm más allá de su foco imagen. ¿Cuáles son: (a) el máximo y (b) el mínimo aumento total obtenible con la combinación de los mencionados objetivos y oculares?

Rta: a) - 8,4 x 10²; b) - 50

SELECCIÓN PROBLEMAS RESUELTOS

3: Un haz de luz se refleja y se refracta en la superficie entre el aire y el vidrio como se muestra en la Fig.2. Si el índice de refracción de vidrio es 1,5 determina el ángulo de incidencia, θ_i , en el aire que daría por resultado que el rayo reflejado y el rayo refractado fuesen perpendiculares entre sí.

Datos: $n_1 = 1$; $n_2 = 1,5$; $(90^\circ - \theta_r') + (90^\circ - \theta_r) = 90^\circ$; **Incog:** θ_i ?

$$90^\circ - \theta_r' + 90^\circ - \theta_r = 90^\circ$$

$$90^\circ - \theta_r' - \theta_r = 0$$

$$\theta_r' + \theta_r = 90^\circ$$

Sabemos por la ley de reflexión que: $\theta_r' = \theta_i$

$$\theta_i + \theta_r = 90^\circ \Rightarrow \theta_r = 90^\circ - \theta_i$$

Por ley de Snell: $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r$

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin (90^\circ - \theta_i)$$

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \cos \theta_i$$

$$\text{tg } \theta_i = n_2/n_1 = 1,5 / 1 \Rightarrow \theta_i = 56,3^\circ$$

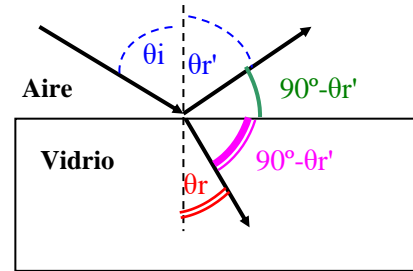


Fig. 2

Rta: $56,3^\circ$

5: Un pez parece estar 2,0 m por debajo de la superficie de un estanque cuando se lo ve directamente por encima. ¿Cuál es la profundidad real a la que se encuentra?

Datos: $h' = 2$ m, $n_1 = 1,33$; $n_2 = 1$; **Incog:** h ?

En la figura se cumple que:

$$\text{tg } \theta_i = x / h \quad (1)$$

$$\text{tg } \theta_r = x / h' \quad (2)$$

además, por ley de Snell:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \quad (1)$$

Con la consideración de ángulos pequeños

$$\sin \theta_i \approx \text{tg } \theta_i \text{ y } \sin \theta_r \approx \text{tg } \theta_r$$

podemos escribir (1) como:

$$n_1 \text{tg } \theta_i = n_2 \text{tg } \theta_r$$

Reemplazando las dos primeras en la última ecuación, relacionamos las magnitudes conocidas con h y calculamos ese valor:

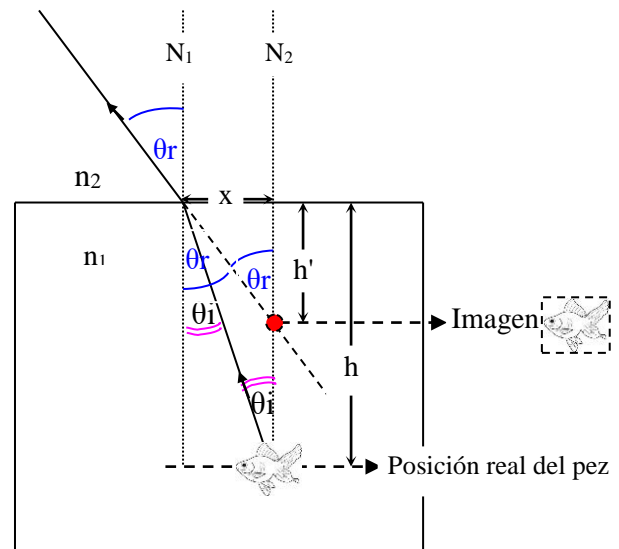
$$n_1 x / h = n_2 x / h'$$

$$n_1 / h = n_2 / h'$$

$$h = h' n_1 / n_2$$

$$h = 2 \text{ m } \cdot 1,33 / 1$$

$$h = 2,66 \text{ m}$$



Rta: 2,66 m

11: Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide con un ángulo de 45° sobre una cara horizontal de un cubo de vidrio. **(a)** ¿Cuál debe ser el índice de refracción del vidrio para que ocurra reflexión total interna en la cara vertical? **(b)** ¿Cuál sería este índice para repetir el fenómeno si el cubo se sumerge en el agua?

Según el enunciado se trata de un problema de refracción y de reflexión total interna en dos caras consecutivas de un cubo de índice de refracción desconocido cuando se encuentra en el aire o se lo sumerge en agua. Las variables significativas explícitas e implícitas son:

Datos	{	$\theta_i = 45^\circ$ $n_{\text{aire}} = 1$ $n_{\text{agua}} = 1,33$	Incógnitas	{	a) n_{vidrio} cuando está en el aire b) n_{vidrio} cuando se sumerge en agua
-------	---	--	------------	---	---

a) Para el fenómeno de refracción en la cara superior del cubo, realizamos un esquema y determinamos en el punto de contacto (A) de la interfase aire-vidrio los valores de variables conocidas:

b)

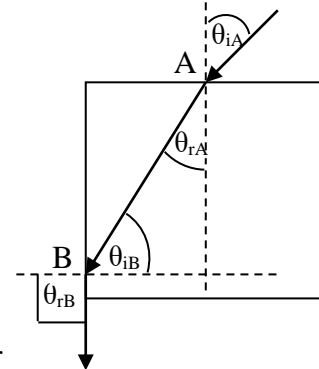
$n_1 = 1; \theta_{iA} = 45^\circ$

No se conocen: $n_2 = n_{\text{vidrio}}$ y θ_{rA}

A partir de la ley de Snell es posible escribir:

$$n_1 \sin \theta_{iA} = n_2 \sin \theta_{rA} \Rightarrow n_2 \sin \theta_{rA} = n_1 \sin \theta_{iA} \quad \text{(I)}$$

Como se trata de una ecuación con dos incógnitas, es imposible hallar simultáneamente sus valores.



Analizamos la reflexión total interna en la otra cara. En el punto B, de la interfase es vidrio-aire, para que ello ocurra el ángulo de incidencia debería ser mayor al ángulo crítico o límite.

Para reducir variables, supondremos en primera instancia que el ángulo de incidencia es igual al crítico. En este caso el primer medio de propagación es el vidrio y el segundo el aire. El ángulo de incidencia, por la geometría del dibujo es el complemento del ángulo refractado en el punto A y el ángulo refractado es igual a un recto. Simbólicamente:

$$\theta_{iB} = 90^\circ - \theta_{rA} \text{ y } \theta_{rB} = 90^\circ$$

De acuerdo a la ley de Snell, se cumple la siguiente relación:

$$n_2 \sin \theta_{iB} = n_1 \sin \theta_{rB}$$

Sustituyendo obtenemos:

$$n_2 \sin (90^\circ - \theta_{rA}) = n_1$$

Y por la propiedad trigonométrica de los ángulos complementarios [$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$], podemos expresar la ecuación anterior de la siguiente manera:

$$n_2 \cos \theta_{rA} = n_1 \quad \text{(II)}$$

Con las expresiones (I) y (II) hemos conseguido plantear un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, lo cual desde el punto de vista matemático es posible resolver por diferentes métodos analíticos. Dividiéndolas miembro a miembro, en ese orden, se obtiene:

$$\frac{\sin \theta_{iA}}{\cos \theta_{rA}} = \sin \theta_{iA}$$

$$\operatorname{tg} \theta_{rA} = \sin 45^\circ$$

$$\theta_{rA} = \operatorname{arctg}(\sin 45^\circ)$$

$$\theta_{rA} = 35,3^\circ$$

Despejando de la expresión (I) y sustituyendo el valor hallado, se puede encontrar el valor del índice de refracción del vidrio, para la situación planteada.

$$n_2 = n_1 \frac{\sin \theta_{iA}}{\sin \theta_{rA}}$$

$$n_2 = 1 \frac{\sin 45^\circ}{\sin 35,3^\circ}$$

$$n_2 = 1,22$$

Este es el valor del índice de refracción del vidrio para que en la cara vertical se produzca simultáneamente la reflexión y la refracción.

Para que ocurra reflexión total interna el ángulo de incidencia deberá ser mayor que el ángulo crítico. Eso significa que el ángulo de incidencia en B (θ_{iB}) debe aumentar o lo que es equivalente a decir que el ángulo refractado en A debe disminuir (θ_{rA}).

En la expresión:

$$n_1 \sin \theta_{iA} = n_2 \sin \theta_{rA}$$

Los valores de las variables intervinientes del primer medio (índice de refracción y ángulo de incidencia) se mantienen constantes. Para que la igualdad sea válida, si θ_{rA} disminuye necesariamente n_2 deberá aumentar.

Luego, queda demostrado que el índice de refracción del vidrio deberá ser **mayor que 1,22**.

b) Con un razonamiento análogo, es posible hallar el índice de refracción del vidrio cuando se sumerge en agua.

En la interfase agua- vidrio, más precisamente en el punto A, conocemos el índice de refracción del primer medio y en ángulo de incidencia ($n_1 = 1,33$ y $\theta_{iA} = 45^\circ$) y desconocemos el índice de refracción del vidrio y el ángulo de refracción.

A partir de la ley de Snell y por propiedad conmutativa obtenemos la primera de las ecuaciones.

$$n_2 \sin \theta_{rA} = 1,33 \sin 45^\circ \text{ (III)}$$

En la condición límite en la interfase vidrio-agua se cumplirá:

$$n_2 \cos \theta_{rA} = 1,33 \text{ (IV)}$$

Dividiendo miembro las expresiones (III) y (IV) se obtiene:

$$\operatorname{tg} \theta_{r1} = \sin \theta_{i1} = \sin 45^\circ \Rightarrow \theta_{r1} = \operatorname{arctg}(\sin 45^\circ) = 35,3^\circ$$

$$\theta_{r1} = 35,3^\circ$$

Sustituyendo el valor hallado en (III) se obtiene:

$$n_2 = n_1 \sin \theta_{i1} / \sin \theta_{r1}$$

$$n_2 = 1,33 \sin 45^\circ / \sin 35,3^\circ$$

$$n_2 = 1,63$$

Por las mismas consideraciones anteriores, el índice del vidrio cuando se sumerja en agua deberá ser mayor que 1,63.

Rta: a) mayor a 1,22; b) mayor a 1,63

13: Un ladrón de joyas oculta un diamante colocándolo en el fondo de una fuente pública. El ladrón pone una balsa circular sobre la superficie del agua directamente encima del diamante y centrada con él como muestra la Fig. 4. Si la superficie del agua está tranquila y la profundidad de la fuente es de 1,5 m, determina el diámetro mínimo de la balsa que impedirá ver el diamante.

Datos: $h = 1,5 \text{ m}$; $n_1 = 1,33$; $n_2 = 1$; **Incog:** diámetro de la balsa?

Primero se calcula el ángulo crítico agua-aire

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \Rightarrow \theta_c = \arcsen n_2 / n_1 = \arcsen 1/1,33 = 48,75^\circ$$

$$\theta_c = 48,75^\circ$$

Luego, por trigonometria:

$$\text{tg } \theta_c = r / h \Rightarrow r = h \text{ tg } \theta_c$$

$$r = 1,5 \text{ m tg } 48,75^\circ$$

$$r = 1,71 \text{ m}$$

$$d = 2 r = 3,42 \text{ m}$$

$$d = 3,42 \text{ m}$$

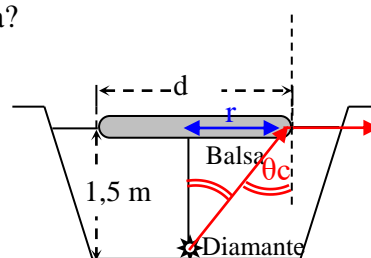


Fig.4

Rta: 3,42 m

14: Un rayo de luz incide de manera normal en una de las caras de un bloque de $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ de cristal de roca ($n = 1,66$) que está inmerso en agua como muestra la Fig.5.

(a) Determina el ángulo de salida θ' . (b) Se disuelve una sustancia en el agua para aumentar el índice de refracción. ¿En qué valor de n_2 deja de haber reflexión total interna en el punto P?

Resolución: Se trata de un problema de refracción y reflexión total interna en un prisma sumergido en agua. El primero de los fenómenos ocurre en los catetos en tanto que el segundo en la hipotenusa del prisma. Se conocen el índice de refracción del prisma y el ángulo de incidencia en uno de los catetos y; se desea encontrar el ángulo de refracción en el otro cateto. Por otro lado, se supone que se disuelve una sustancia en el agua para aumentar el índice de refracción de la solución y se solicita calcular el índice de refracción que debería tener dicha solución para que en la hipotenusa del prisma se produzca una refracción.

Procedemos a completar con letras aquellos puntos del prisma que serán necesarios (A, B, C y D) e identificamos las variables significativas explícitas e implícitas.

$$\text{Datos} \left\{ \begin{array}{l} \theta_{iA} = 0^\circ \\ n_{\text{prisma}} = 1,66 \end{array} \right. \quad \text{Incógnitas} \left\{ \begin{array}{l} \text{a) } \theta' = \theta_{rB} \\ \text{b) } n_2 \text{ cuando en P se produce una refracción} \end{array} \right.$$

a) En el punto A el ángulo de incidencia vale 0° , por lo tanto, según lo establece la ley de Snell, se refracta con un ángulo de 0° .

En el punto P se produce una reflexión, que debe cumplir con la segunda de las leyes de reflexión que indica que el ángulo de incidencia es igual al ángulo reflejado. Nos proponemos determinarlos.

Si se observa el triángulo rectángulo BAP se aprecia que el ángulo APB es igual a 30° porque en todo triángulo la suma de los ángulos interiores es igual a dos rectos. Luego el ángulo incidente es igual a su complemento y simbólicamente podemos escribir:

$$\theta_{iP} = \theta_{rP'} = 60^\circ$$

En el triángulo PDC, el ángulo DPC es igual a 30° por ser el complemento del ángulo de reflexión. Es posible calcular el ángulo PDC de la siguiente manera:

$$\text{Ángulo PDC} = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

Observando la Fig.1 se aprecia que el ángulo de incidencia en el punto D es igual a 30° ($120^\circ - 90^\circ$). Ahora estamos en condiciones de identificar, para el fenómeno de refracción las siguientes variables:

$$n_1 = 1,66; n_2 = 1,33 \text{ y } \theta_i = 30^\circ$$

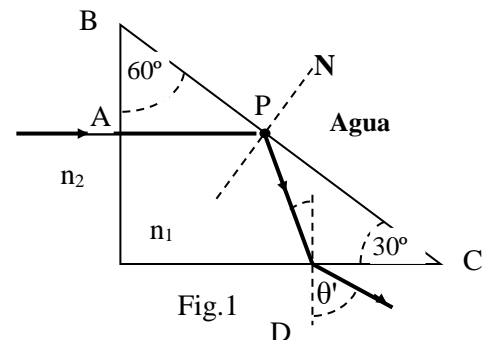
Aplicando la ley de Snell, podemos encontrar el valor del ángulo de refracción.

$$n_1 \text{ sen } \theta_{iD} = n_2 \text{ sen } \theta_{rD}$$

$$\theta_{rD} = \arcsen (n_1 \text{ sen } \theta_{iD} / n_2)$$

$$\theta_{rD} = \arcsen (1,66 \text{ sen } 30^\circ / 1,33)$$

$$\theta_{rD} = 38,6^\circ$$



b) Para solucionar la segunda parte del problema, procedemos a calcular el índice de refracción que debería tener la sustancia si se supone que el ángulo crítico en la interfase cristal de roca-agua es igual a 60° . Para ello conocemos:

$$n_1 = 1,66; \theta_{cP} = 60^\circ$$

$$n_1 \text{ sen } \theta_c = n_2 \quad (I)$$

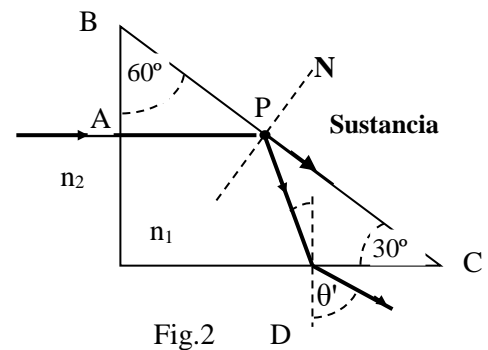
$$n_2 = 1,66 \text{ sen } 60^\circ$$

$$n_2 = 1,44$$

Apréciase que en la expresión (I) los valores del índice de refracción y del ángulo de incidencia son invariantes, por lo tanto si se desea provocar una refracción en el punto P, es decir impedir que se produzca la reflexión total interna se debe aumentar el índice de refracción de la sustancia.

Se sugiere verificar qué sucede para valores mayores y superiores al encontrado. Por ejemplo, si $n_2 = 1,50$, el ángulo de refracción es igual a $73,4^\circ$.

Para $n_2 = 1,40$ no existe rayo refractado y por lo tanto se produce reflexión total interna. Otra posible estrategia es comparar el ángulo crítico en la interfase prisma-sustancia (el cual para este hipotético índice de refracción toma el valor de $57,4^\circ$) con el ángulo de incidencia (60°). Como el ángulo de incidencia es mayor al crítico, se produce reflexión total interna y los valores menores a 1,44 no satisfacen las condiciones solicitadas en el enunciado.



Rta: a) $\theta' = 38,6^\circ$; b) En el punto P deja de haber reflexión total interna para valores mayores a 1,44.

20: Una lámina paralela de vidrio ($n = 1,5$) de 2,0 cm de espesor está sumergida en el agua. Si un haz de luz proveniente del agua incide en la lámina con un ángulo de 30° respecto a la normal, calcula el desplazamiento lateral, d , que sufre el rayo emergente que atraviesa la placa de la Fig.7.

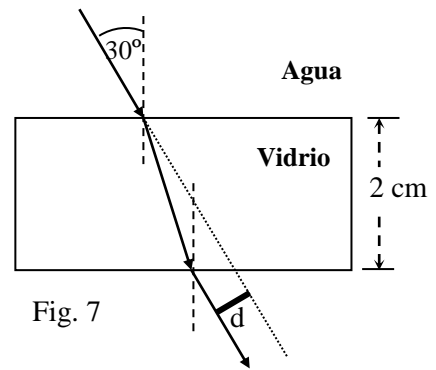


Fig. 7

Datos: $\theta_i = 30^\circ$; $a = 2$ cm, $n_1=1,33$; $n_2= 1,5$; **Incog:** d ?

$$n_1 \text{ sen } \theta_i = n_2 \text{ sen } \theta_r \Rightarrow \theta_r = \arcsen (n_1 \text{ sen } \theta_i / n_2)$$

$$\theta_r = \arcsen (1,33 \text{ sen } 30^\circ / 1,5)$$

$$\theta_r = 26,32^\circ$$

$$d = \frac{a \cdot \text{sen}(\theta_i - \theta_r)}{\cos \theta_r}$$

$$d = 2 \text{ cm sen } (30^\circ - 26,32^\circ) / \cos 26,32^\circ$$

$$d = 0,14 \text{ cm} = 1,4 \text{ mm}$$

Rta: 1,4 mm

25: Se coloca un objeto de 2 cm de altura a 10 cm de distancia delante de un espejo. ¿Qué tipo de espejo y qué radio de curvatura se necesitan para crear una imagen derecha de 4 cm de altura?

Datos: $y = 2$ cm; $p = 10$ cm; $y' = 4$ cm, **Incog:** tipo de espejo y radio?

$$M = \frac{y'}{y} \Rightarrow M = \frac{4}{2} \Rightarrow M = +2$$

$$M = -\frac{q}{p} \Rightarrow q = -M \cdot p \Rightarrow q = -2 \cdot 10 \text{ cm} \Rightarrow q = -20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{10 \text{ cm}} - \frac{1}{20 \text{ cm}} \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

$$r = 2f \Rightarrow r = 40 \text{ cm} \text{ (espejo cóncavo)}$$

Rta: espejo cóncavo de 40 cm de radio

28: Un espejo convexo produce una imagen de tamaño igual a $1/3$ del objeto cuando éste se encuentra a 30 cm delante del espejo. ¿Cuál es su radio de curvatura?

Datos: espejo convexo; $y' = (1/3) y$; o sea $M = + 1/3$; $p = 30$ cm; **Incog:** r ?

$$M = \frac{y'}{y} = -\frac{q}{p} = +\frac{1}{3}$$

$$q = -M \cdot p \Rightarrow q = -\frac{1}{3} \cdot 30 \text{ cm} \Rightarrow q = -15 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{30 \text{ cm}} - \frac{1}{15 \text{ cm}} \Rightarrow f = -15 \text{ cm}$$

$$r = 2f \Rightarrow r = -30 \text{ cm} \text{ (espejo cóncavo)}$$

Rta: - 30 cm

32: Un objeto colocado frente a un espejo esférico cóncavo produce una imagen real aumentada cuatro veces. Acercando el objeto 10 cm al espejo se forma una imagen virtual con el mismo aumento. Determinar la distancia focal del espejo.

Se trata de un problema de reflexión en espejo esférico cóncavo. Se indica que cuando el objeto se coloca en una posición produce una imagen real aumentada cuatro veces y que acercándolo al espejo, la imagen que se obtiene es virtual y del mismo aumento anterior. Se pide encontrar la distancia focal del espejo.

Las variables que interviene son:

Datos: $M_1 = -4$ (porque la imagen real e invertida), $p_2 = p_1 - 10$ cm, $M_2 = +4$ (porque la imagen es virtual y derecha)

Incog: f ?

Dado que el espejo es el mismo se pueden escribir las siguientes ecuaciones de Descartes para espejos:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f}$$

Como puede verse es un sistema de dos ecuaciones con cuatro incógnitas, por lo tanto debemos tratar de reducir variables. En las expresiones que siguen se colocaron todas las incógnitas en función de p_1 :

$$M_1 = -4 = -\frac{q_1}{p_1} \Rightarrow q_1 = 4p_1$$

$$M_2 = +4 = -\frac{q_2}{p_2} \Rightarrow q_2 = -4p_2$$

y como: $p_2 = p_1 - 10$ cm se tiene $q_2 = -4(p_1 - 10\text{cm})$

Sustituyendo se obtiene:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{4q_1} = \frac{1}{f} \quad \text{(i)}$$

$$\frac{1}{p_1 - 10\text{cm}} - \frac{1}{4(p_1 - 10\text{cm})} = \frac{1}{f} \quad \text{(ii)}$$

Resolviendo ahora el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas tenemos que:

$$p_1 = 25\text{cm}$$

Sustituyendo en (i)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25\text{cm}} + \frac{1}{100\text{cm}}$$

$$f = 20\text{cm}$$

Aunque no lo solicita estamos en condicione de afirmar que:

$$q_1 = 4p_1 = 100\text{cm}$$

$$p_2 = p_1 - 10\text{cm} = 15\text{cm}$$

$$q_2 = -4(p_1 - 10\text{cm}) = -60\text{cm}$$

Y que estos valores satisfacen las características de las imágenes logradas en ambas posiciones frente al espejo.

Rta: La distancia focal del espejo cóncavo es igual a 20 cm.

33: Un objeto tiene 5,0 cm de altura. Se desea obtener una imagen de 2,0 cm de altura a 100 cm del objeto. (a) ¿Qué tipo de espejo se necesita? y (b) ¿cuál debe ser la distancia focal?

Se trata de un problema de formación de imágenes por reflexión en espejos esféricos. Solicita encontrar la distancia focal de un espejo (y por lo tanto el tipo de espejo) capaz de producir una imagen disminuida de un objeto real, sabiendo que la distancia entre el objeto y su imagen debe tener un determinado valor.

Las variables numéricas que se pueden identificar en el enunciado son:

$$\text{Datos} \begin{cases} y = 5,00 \text{ cm} \\ |y'| = 2,00 \text{ cm} \\ d_{OI} = 100\text{cm} \end{cases} \quad \text{Incógnitas} \begin{cases} \text{a) tipo de espejo} \\ \text{b) } f \end{cases}$$

Apréciase que el tamaño de la imagen y' se ha tomado en valor absoluto porque no se especifica si debe ser real o virtual, es decir derecha o invertida con respecto al objeto. Con la abreviatura d_{OI} se ha indicado la distancia entre el objeto y la imagen.

La primera cuestión que se debe analizar es con qué tipo de espejo se pueden lograr imágenes disminuidas de objetos reales. Es evidente que podemos lograrlo con espejos cóncavos únicamente cuando la distancia objeto es mayor que el radio de curvatura del espejo y con espejos convexos, independientemente de la posición del objeto, siempre.

Por lo tanto, nuestra solución deberá contemplar ambas posibilidades:

i) Con un espejo cóncavo, siendo $p > r$, es posible disminuir la imagen como se muestra en la Fig.1. Como la imagen que se obtiene es real e **invertida**, la altura de la imagen deberá tomarse con signo negativo ($y' = -2,00 \text{ cm}$).

Si analiza el aumento se aprecia que:

$$M = \frac{y'}{y} \Rightarrow M = -\frac{2,00\text{cm}}{5,00\text{cm}} \Rightarrow M = -\frac{2}{5}$$

Dado que el aumento también relaciona las posiciones objeto e imagen, es posible establecer una relación entre ellos:

$$M = -\frac{q}{p} = -\frac{2}{5} \Rightarrow p = \frac{5}{2} \cdot q \Rightarrow p = 2,5 \cdot q \text{ (I)}$$

Como puede apreciarse $p > q$, y la distancia entre el objeto y la imagen se puede expresar como:

$$p - q = 100\text{cm (II)}$$

De (I) y (II) resulta que:

$$\frac{5}{2}q - q = 100\text{cm}$$

$$\frac{3}{2}q = 100\text{cm}$$

$$q = 200\text{cm}/3 \Rightarrow q = 66,67\text{cm}$$

y

$$p = 2,5 \cdot q \Rightarrow p = 166,67\text{cm}$$

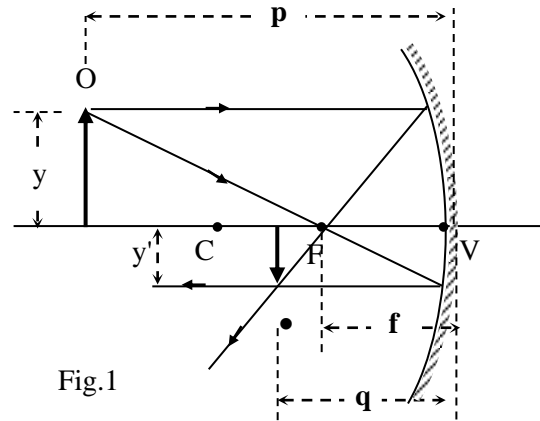


Fig.1

Conociendo estas distancias es posible, a partir de la ecuación de Descartes para espejos esféricos calcular la distancia focal:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{166,67\text{cm}} + \frac{1}{66,67\text{cm}} \Rightarrow f = +47,6\text{cm}$$

ii) Con un espejo convexo las imágenes siempre son virtuales, **derechas** y **disminuidas** como indica la Fig.2. La altura de la imagen deberá tomarse con signo positivo ($y' = +2$).

Procediendo de forma análoga se tiene que:

$$M = \frac{y'}{y} = \frac{2\text{cm}}{5\text{cm}} = \frac{2}{5}$$

$$M = -\frac{q}{p} = \frac{2}{5} \Rightarrow p = -\frac{5}{2} \cdot q \Rightarrow p = -2,5 \cdot q \text{ (III)}$$

Según la convención de signos adoptada, la distancia imagen es negativa porque se forma en campo virtual del espejo y la distancia objeto es positiva por tratarse de un objeto real. La relación III indica que $p > q$, y la distancia entre el objeto y la imagen ahora se puede expresar como:

$$p - q = 100\text{cm (IV)}$$

De (III) y (IV) resulta:

$$-2,5q - q = 100\text{cm}$$

$$-3,5q = 100\text{cm}$$

$$q = -28,50\text{cm}$$

$$p = 100\text{cm} + q$$

$$p = 71,43\text{cm}$$

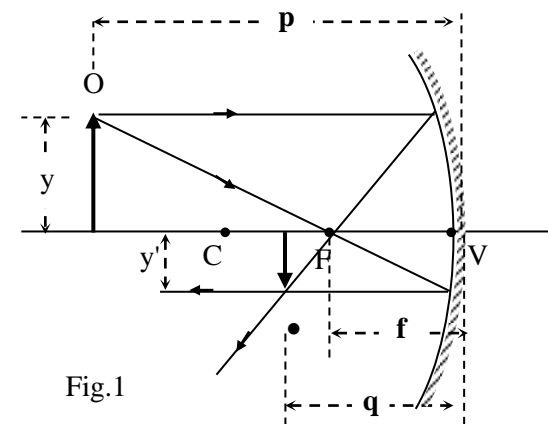


Fig.1

Finalmente calculamos la distancia focal del espejo:

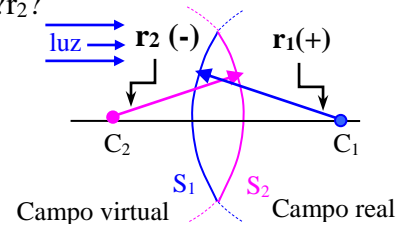
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{71,43\text{cm}} - \frac{1}{28,50\text{cm}} \Rightarrow f = -47,60\text{cm}$$

Rta: a) Con un espejo cóncavo y con un espejo convexo es posible obtener imágenes de menor tamaño que el objeto. b) Si el espejo es cóncavo su distancia focal es $f = +47,6$ cm; si el espejo es convexo, la distancia focal es $f = -47,6$ cm

42: Se va a construir una lente biconvexa de cristal cuyo índice de refracción es de 1,5. Una cara debe tener un radio de curvatura doble de la otra y la distancia focal debe ser de 6 cm. ¿Cuáles son los radios?

Datos: lente biconvexa; $n = 1,5$ $|r_1| = 2|r_2|$; $f = 6$ cm; **Incog:** r_1 ? r_2 ?

Observando el dibujo, se aprecia que si la luz proviene de la manera indica, el campo real para el fenómeno de refracción en superficies esféricas está en el semiplano opuesto (donde se refractan efectivamente los rayos). Por lo tanto, el centro de curvatura de la primera superficie que atraviesa la (C_1) luz está en el campo real y r_1 es positivo. En cambio, el centro de curvatura de la segunda superficie (C_2) está en el campo virtual y r_2 es negativo.



Como los signos de los radios son opuestos, luego la relación entre ellos es:

$$r_1 = -2 \cdot r_2$$

$$r_1 = -2 r_2$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(-\frac{1}{2 \cdot r_2} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1) \left(-\frac{3}{2 \cdot r_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} \left(-\frac{3}{2 \cdot r_2} \right)$$

$$r_2 = -\frac{3}{4} f$$

$$r_2 = -\frac{3}{4} \cdot 6 \text{ cm}$$

$$r_2 = -4,5 \text{ cm}$$

Finalmente:

$$r_1 = -2 \cdot r_2$$

$$r_1 = -2 \cdot (-4,5 \text{ cm})$$

$$r_1 = +9 \text{ cm}$$

Rta: + 9 cm; - 4,5 cm

50: Un observador está situado a 10 cm detrás de una lente divergente de 30 cm de distancia focal, mira a una pared situada a 1,20 m de la lente. Si el diámetro de la lente es de 50 mm ¿cuál será la longitud de pared que el observador puede ver a través de la lente?

Se pretende investigar qué porción de pared puede ser observada a través de una lente divergente de la cual se conoce su índice de refracción y diámetro. Otra información proporcionada es la distancia del observador a la lente y la distancia de la lente a la pared.

$$\text{Datos} \left\{ \begin{array}{l} f = -30\text{cm} \\ p = 120\text{ cm} \\ \text{dist}_{\text{observador-lente}} = 10\text{ cm} \\ \text{diámetro de la lente} = 50\text{ mm} \end{array} \right. \quad \text{Incógnita} \left\{ \begin{array}{l} y_{\text{pared}} \end{array} \right.$$

Con la información proporcionada es posible averiguar dónde se forma la imagen y el aumento de la lente:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{30\text{cm}} - \frac{1}{120\text{cm}} \Rightarrow q = -24\text{cm}$$

$$M = -\frac{q}{p} \Rightarrow M = -\frac{-24\text{cm}}{120\text{cm}} \Rightarrow M = +0,2$$

En el gráfico se ha esquematizado el problema. En él puede apreciarse que el triángulo ABC es semejante al AED por ser triángulos rectángulos que poseen un ángulo agudo en común.

Luego es posible escribir la proporcionalidad de sus lados y encontrar el tamaño de la imagen:

$$CB / DE = AB / AE$$

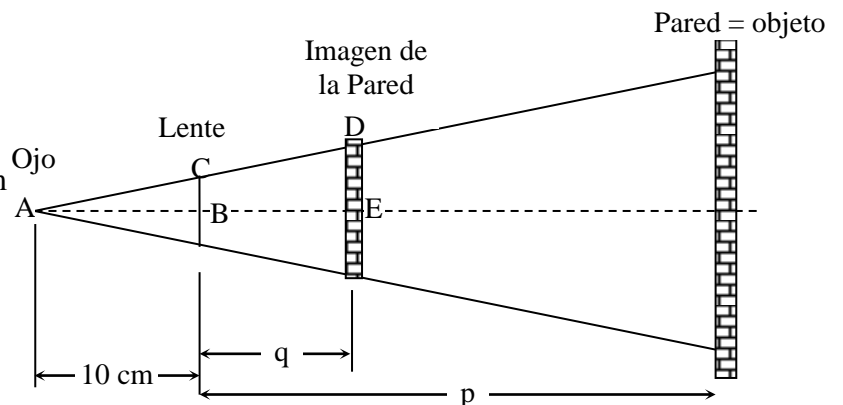
$$DE = CB \cdot AE / AB$$

$$DE = 2,5\text{ cm} (q + 10\text{ cm}) / 10\text{ cm}$$

$$DE = 2,5\text{ cm} \cdot 34\text{ cm} / 10\text{ cm} = 8,5\text{ cm}$$

$$DE = 8,5\text{ cm} = y' / 2$$

$$y' = 17\text{cm}$$



Finalmente, a partir de la definición de aumento es posible calcular la longitud de pared o altura de objeto:

$$M = \frac{y'}{y} \Rightarrow y = \frac{y'}{M} \Rightarrow y = \frac{17\text{cm}}{0,2} \Rightarrow y = 85\text{cm}$$

Rta: 0,85 m

51: Un objeto está a 5 m de una pantalla plana. Se coloca una lente convergente, cuya distancia focal es de 80 cm, entre el objeto y la pantalla. (a) Demuestra que hay dos

posiciones de la lente para las cuales se forma una imagen en la pantalla y determina la distancia de estas posiciones respecto al objeto. **(b)** ¿Cuál es la diferencia entre estas dos imágenes?

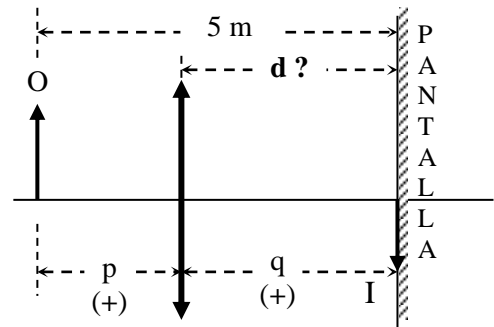
Datos: $di_{\text{obj-pantalla}} = 5 \text{ m}$; lente convergente $f = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$; **Incog:** a) demostrar que hay dos posiciones donde se puede ubicar el objeto; b) comparar imágenes

Del gráfico se deduce que:

$$p + q = 5\text{m} \Rightarrow q = 5\text{m} - p \text{ (i)}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{5\text{m} - p}$$



Resolviendo y reemplazando $f = 0,8 \text{ m}$ se obtiene:

$$p^2 - 5p + 5f = 0$$

$$p^2 - 5p + 5 \cdot 0,8\text{m} = 0$$

$$p^2 - 5p + 4\text{m} = 0$$

$$p_1 = 4\text{m}$$

$$p_2 = 1\text{m}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} \Rightarrow \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p_1} \Rightarrow \frac{1}{q_1} = \frac{1}{0,8\text{m}} - \frac{1}{4\text{m}}$$

$$q_1 = 1\text{m}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \Rightarrow \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p_2} \Rightarrow \frac{1}{q_2} = \frac{1}{0,8\text{m}} - \frac{1}{1\text{m}}$$

$$q_2 = 4\text{m}$$

$$M_1 = -\frac{q_1}{p_1} \Rightarrow M_1 = -\frac{1\text{m}}{4\text{m}} \Rightarrow M_1 = -0,25$$

$$M_2 = -\frac{q_2}{p_2} \Rightarrow M_2 = -\frac{4\text{m}}{1\text{m}} \Rightarrow M_2 = -4$$

Rta: a) $p_1 = 4 \text{ m}$; $p_2 = 1 \text{ m}$; b) $M_1 = -1/4$; $M_2 = -4$; Ambas imágenes son reales e invertidas, I_1 es de menor tamaño e I_2 es de mayor tamaño.

66: Un microscopio tiene como ocular una lente cuya distancia focal es de 30 mm y como objetivo una lente convergente de 10 mm de distancia focal. Se coloca un objeto a 1,5 cm del objetivo y la imagen virtual formada por el ocular se encuentra en la distancia de visión nítida ($\delta = 25$ cm) **(a)** ¿cuál es la separación entre las lentes? **(b)** ¿cuál es el aumento del microscopio?

Datos: microscopio $f_2 = 30$ mm = 3 cm; $f_1 = 10$ mm = 1 cm; $p_1 = 1,5$ cm; $q_2 = -25$ cm (porque la imagen es virtual); **Incog:** a) d ? b) M_T ?

Para el objetivo se tiene que:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} \Rightarrow \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}$$

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{1\text{cm}} - \frac{1}{1,5\text{cm}}$$

$q_1 = +3\text{cm}$ (imagen es real e invertida)

$$M_1 = -\frac{q_1}{p_1} \Rightarrow M_1 = -\frac{3\text{cm}}{1,5\text{cm}} \Rightarrow M_1 = -2 \text{ (imagen aumentada)}$$

Para el ocular conocemos:

$$q_2 = -25 \text{ cm}$$

$$f_2 = 3 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \Rightarrow \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{q_2}$$

$$\frac{1}{p_2} = \frac{1}{3\text{cm}} - \frac{1}{-25\text{cm}}$$

$p_2 = +2,68\text{cm}$

$$M_2 = -\frac{q_2}{p_2} \Rightarrow M_2 = -\frac{-25\text{cm}}{2,68\text{cm}} \Rightarrow M_2 = +9,32 \text{ (imagen aumentada)}$$

Luego la distancia que separa el objetivo del ocular es:

$$d = q_1 + p_2$$

$$d = 3\text{cm} + 2,68\text{cm}$$

$d = 5,68\text{cm}$

Y el aumento total es:

$$M_T = M_1 \cdot M_2$$

$$M_T = (-2) \cdot (9,32)$$

$$M_T = -18,64$$

Rta: a) 5,68 cm; b) -18,64

68: La distancia focal del ocular de cierto microscopio es de 2,5 cm. La distancia focal del objetivo es de 16 mm y la separación entre ambas lentes es de 22,1 cm. Si la imagen formada por el ocular se encuentra en el punto próximo de visión normal: **(a)** ¿Cuál debe ser la distancia del objetivo al objeto examinado? y **(b)** ¿Cuál es el aumento total del microscopio?

Datos: $f_2 = 2,5 \text{ cm}$; $f_1 = 16 \text{ mm} = 1,6 \text{ cm}$; $d = 22,1 \text{ cm}$; $q_2 = -25 \text{ cm}$; **Incog:** a) p_1 ?; b) M_T ?

Para el ocular se cumple:

$$q_2 = -25 \text{ cm}$$

$$f_2 = 2,5 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \Rightarrow \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{q_2}$$

$$\frac{1}{p_2} = \frac{1}{2,5 \text{ cm}} - \frac{1}{-25 \text{ cm}}$$

$$p_2 = +2,27 \text{ cm}$$

Para el objetivo:

$$q_1 = d - p_2$$

$$q_1 = 22,1 \text{ cm} - 2,27 \text{ cm}$$

$$q_1 = 19,83 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} \Rightarrow \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{q_1}$$

$$\frac{1}{p_1} = \frac{1}{1,6 \text{ cm}} - \frac{1}{19,83 \text{ cm}}$$

$$p_1 = +1,74 \text{ cm}$$

El aumento del objetivo y del ocular son:

$$M_1 = -\frac{q_1}{p_1} \Rightarrow M_1 = -\frac{19,83 \text{ cm}}{1,74 \text{ cm}} \Rightarrow M_1 = -11,39 \text{ (imagen aumentada)}$$

$$M_2 = -\frac{q_2}{p_2} \Rightarrow M_2 = -\frac{-25 \text{ cm}}{2,27 \text{ cm}} \Rightarrow M_2 = +11,01 \text{ (imagen aumentada)}$$

Y el aumento total es:

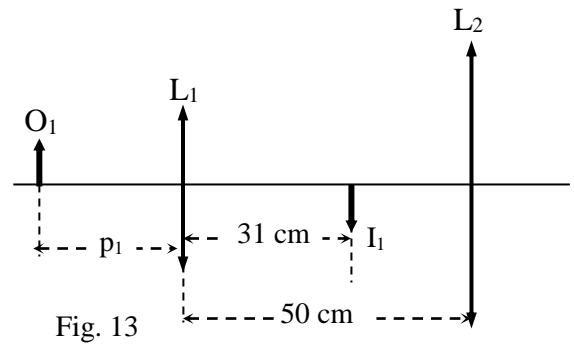
$$M_T = M_1 \cdot M_2$$

$$M_T = (-11,39) \cdot (11,01)$$

$$M_T = -125,04$$

Rta: a) 1,74 cm; b) -125

72: Se colocan dos lentes convergentes, con distancias focales de 10 cm y 20 cm, separadas una distancia de 50 cm como se muestra en la Fig.13. La imagen producida por la lente L₁ se encuentra en la posición que se indica. (a) ¿A qué distancia hacia la izquierda de la primera lente se deberá situar el objeto? (b) ¿Dónde se forma la imagen final? (c) ¿Cuál es el aumento total? (d) ¿El sistema se comporta como microscopio compuesto? Fundamente.



Datos: $f_1 = 10 \text{ cm}$; $f_2 = 50 \text{ cm}$; $d = 50 \text{ cm}$; $q_1 = 31 \text{ cm}$;

Incog: a) p_1 ?; b) q_2 ? c) M_T , d) se comporta como microscopio?

Primera lente

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} \Rightarrow \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{q_1}$$

$$\frac{1}{p_1} = \frac{1}{10\text{cm}} - \frac{1}{31\text{cm}}$$

$$p_1 = +14,76\text{cm}$$

$$d = q_1 + p_2$$

$$p_2 = d - q_1$$

$$p_2 = 35,24\text{cm}$$

Para la segunda lente:

$$p_2 = 35,24 \text{ cm}$$

$$f_2 = 50 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \Rightarrow \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2}$$

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{50\text{cm}} - \frac{1}{35,24\text{cm}}$$

$$q_2 = -119,38\text{cm}$$

Los aumentos de ambas lentes son:

$$M_1 = -\frac{q_1}{p_1} \Rightarrow M_1 = -\frac{31\text{cm}}{14,76\text{cm}} \Rightarrow M_1 = -2,1 \text{ (imagen aumentada)}$$

$$M_2 = -\frac{q_2}{p_2} \Rightarrow M_2 = -\frac{-119,38\text{cm}}{35,24\text{cm}} \Rightarrow M_2 = +3,39 \text{ (imagen aumentada)}$$

Y el aumento total es:

$$M_T = M_1 \cdot M_2$$

$$M_T = (-2,1) \cdot (3,39)$$

$$M_T = -7,12$$

Sí se comporta como un microscopio compuesto, aunque de muy bajo aumento, porque:

$f_1 < f_2$; $p_1 > f_1$ por lo tanto la imagen es real e invertida

$p_2 < f_2$: por lo tanto la imagen es virtual y derecha

Rta: a) 14,76 cm; b) 1,19 m (a la izquierda de L_2); c) $-7,12$; d) Sí.

REVISIÓN ÓPTICA GEOMÉTRICA

1. Un rayo de luz monocromática incide con un ángulo de 60° en el punto A situado en la interfase entre el aire ($n_{\text{aire}}=1$) y una lámina de vidrio ($n_{\text{vidrio}}=1,52$) de 1,2 cm de espesor se refracta como muestra la Fig.1. El rayo refractado alcanza el punto B, situado en la interfase entre el vidrio y el aceite ($n_{\text{aceite}}=1,45$) y sufre una nueva refracción. Calcular: (a) el ángulo θ de refracción en la interfase vidrio-aceite y (b) la distancia x entre los puntos E y D, si la capa de aceite tiene un espesor de 1,60 cm.

Datos: $\theta_i=60^\circ$; $n_{\text{aire}}=1$; $n_{\text{vidrio}}=1,52$; $n_{\text{aceite}}=1,45$; $h_{\text{vidrio}}=1,20$ cm; $h_{\text{aceite}}=1,60$ cm

Incog: a) θ , b) x

a) Aplicando ley de Snell en punto A se puede calcular θ_r en el vidrio:

$$\begin{aligned} n_1 &= n_{\text{aire}} = 1 \\ n_2 &= n_{\text{vidrio}} = 1,52 \\ \theta_i &= 60^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_1 \text{sen} \theta_i &= n_2 \text{sen} \theta_r \\ \theta_r &= \text{arcsen} \frac{n_1 \text{sen} \theta_i}{n_2} \\ \theta_r &= \text{arcsen} \frac{1 \cdot \text{sen} 60^\circ}{1,52} \end{aligned}$$

$$\theta_r = 34,73^\circ$$

En el triángulo ACB, se puede calcular el cateto CB:

$$\text{tg} \theta_r = \frac{CB}{AC} \Rightarrow CB = AC \cdot \text{tg} \theta_r$$

$$CB = 1,20 \text{ cm} \cdot \text{tg} 34,73^\circ$$

$$CB = 0,83 \text{ cm}$$

Aplicando ley de Snell en punto B se puede calcular θ_r en el aceite. Tener presente que el ángulo de refracción en el punto A es igual al ángulo incidente en B (por ser ángulos alternos entre paralelas):

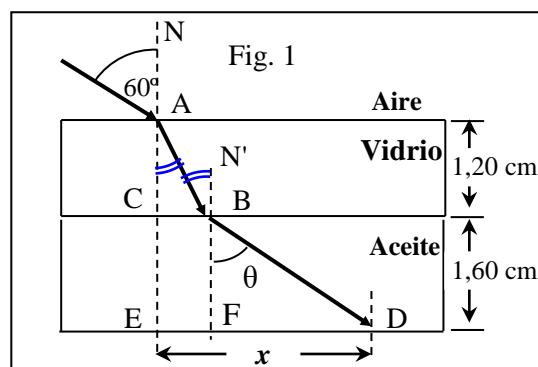
$$\begin{aligned} n_1 &= n_{\text{vidrio}} = 1,52 \\ n_2 &= n_{\text{aceite}} = 1,45 \\ \theta_i &= 34,73^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_1 \text{sen} \theta_i &= n_2 \text{sen} \theta_r \\ \theta_r &= \text{arcsen} \frac{n_1 \text{sen} \theta_i}{n_2} \\ \theta_r &= \text{arcsen} \frac{1,52 \cdot \text{sen} 34,73^\circ}{1,45} \end{aligned}$$

$$\theta_r = 36,67^\circ$$

En el triángulo BFD, se puede calcular el cateto FD:

$$\text{tg} \theta_r = \frac{FD}{BF} \Rightarrow FD = BF \cdot \text{tg} \theta_r$$



$$FD = 1,60\text{cm} \cdot \text{tg} 36,67^\circ$$

$$FD = 1,19\text{cm}$$

b) Para calcular x , debemos sumar los segmentos CB y FD

$$x = CB + FD$$

$$x = 0,83\text{cm} + 1,19\text{cm}$$

$$x = 2,02\text{cm}$$

Rta: a) $\theta_r = 36,67^\circ$; b) $x = 2,02\text{ cm}$

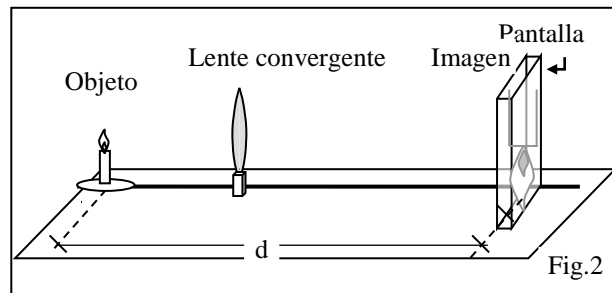
3. Una vela está a 84 cm de una pantalla como muestra la Fig.2. Colocamos una lente convergente entre la vela y la pantalla; y la lente produce una imagen bien enfocada en dos posiciones posibles. En una de las posiciones la imagen se ve aumentada al doble del tamaño del objeto y en la otra, disminuida a la mitad. Determinar la distancia focal de la lente.

Datos: $d = 84\text{ cm}$, $M_1 = -2$; $M_2 = -1/2$

Importante: Ambos aumentos se tomaron con signo **negativo** porque si la imagen de la llama se aprecia proyectada en la pantalla es **real**, y todas las imágenes reales son **invertidas**.

Incog: f ?

En la Fig.2 se aprecia que la distancia entre el objeto y la pantalla es igual a la suma de la distancia objeto y la distancia imagen. Esto se cumple para las dos posibles situaciones.



$$d = p + q \quad (1)$$

Por otro lado el aumento es:

$$M = -\frac{q}{p} \Rightarrow q = -Mp \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1) y operando se obtiene (3)

$$d = p + (-Mp) \Rightarrow d = p - Mp \Rightarrow d = p(1 - M) \Rightarrow p = \frac{d}{(1 - M)} \quad (3)$$

Reemplazando en (3) cada uno de los valores del aumento se obtiene los valores de p_1 y p_2 .

$$p_1 = \frac{d}{(1 - M_1)} \Rightarrow p_1 = \frac{84\text{cm}}{[1 - (-2)]} \Rightarrow p_1 = \frac{84\text{cm}}{[1 + 2]} \Rightarrow p_1 = 28\text{cm}$$

$$p_2 = \frac{d}{(1 - M_2)} \Rightarrow p_2 = \frac{84\text{cm}}{[1 - (-1/2)]} \Rightarrow p_2 = \frac{84\text{cm}}{[1 + 1/2]} \Rightarrow p_2 = 56\text{cm}$$

De la ecuación (1) podemos obtener los valores de q_1 y q_2 .

$$d = p + q \Rightarrow q = d - p$$

$$q_1 = d - p_1 \Rightarrow q_1 = 84\text{cm} - 28\text{cm} \Rightarrow q_1 = 56\text{cm}$$

$$q_2 = d - p_2 \Rightarrow q_2 = 84\text{cm} - 28\text{cm} \Rightarrow q_2 = 56\text{cm}$$

Y para cada una de las dos posibles situaciones se tiene, según la ecuación de Descartes que:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \quad (5)$$

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f} \quad (6)$$

Como la lente es la misma, la distancia focal $f_1=f_2=f$.

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{28\text{cm}} + \frac{1}{56\text{cm}} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 18,67\text{cm}$$

Rta: $f = 18,67\text{ cm}$

6. Un microscopio compuesto consta de un ocular de distancia focal igual a 25 mm y un objetivo de distancia focal igual a 16 mm. La distancia que separa las lentes es de 164 mm. Encuentre el tamaño de la imagen final de un objeto de 1 mm de altura colocado a 18 mm del objetivo.

Datos: $f_2 = 25\text{mm} = 2,5\text{cm}$, $f_1 = 16\text{mm} = 1,6\text{ cm}$; $d = 164\text{ mm} = 16,4\text{ cm}$, $y = 1\text{mm}$, $p_1 = 18\text{mm} = 1,8\text{ cm}$

Incog: y' ?

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1} \Rightarrow \frac{1}{q_1} = \frac{1}{1,6\text{cm}} - \frac{1}{1,8\text{cm}} \Rightarrow q_1 = 14,4\text{cm}$$

$$d = q_1 + p_2 \Rightarrow p_2 = d - q_1 \Rightarrow p_2 = 16,4\text{cm} - 14,4\text{cm} \Rightarrow p_2 = 2\text{cm}$$

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2} \Rightarrow \frac{1}{q_2} = \frac{1}{2,5\text{cm}} - \frac{1}{2\text{cm}} \Rightarrow q_2 = -10\text{cm}$$

$$M = M_1 \cdot M_2 = -\frac{q_1}{p_1} \cdot \left(-\frac{q_2}{p_2} \right)$$

$$M = -\frac{14,4}{1,8} \cdot \left(-\frac{-10}{2} \right)$$

$$M = -40$$

$$y' = My \Rightarrow y' = -40 \cdot 1\text{mm} \Rightarrow y' = -40\text{mm}$$

Rta: $y' = 40\text{ mm}$

CAPÍTULO 6: ÓPTICA FÍSICA

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Interferencia

Experiencia de Young

Posición angular

$a \sin \theta = m\lambda$ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ brillante

$a \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ oscuro

Posición lineal

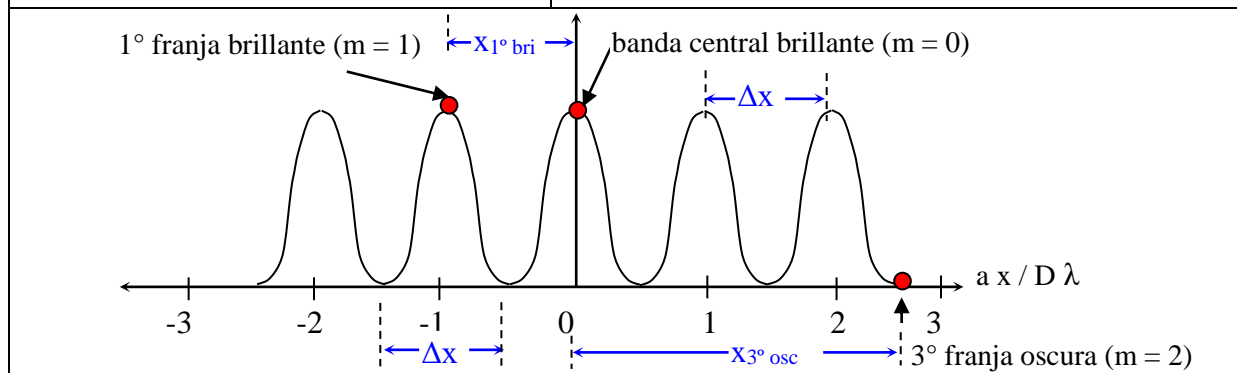
$x = \frac{m\lambda D}{a}$ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ brillante

$x = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda D}{a}$ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ oscuro

Separación entre dos brillantes o dos oscuros consecutivos

$\Delta x = \frac{\lambda D}{a}$

$\lambda = 552 \text{ nm}$



Anillos de Newton

Radio

$r = \sqrt{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_n R}$ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ brillante

$r = \sqrt{m\lambda_n R}$ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ oscuro

$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$

Espeor de la cuña

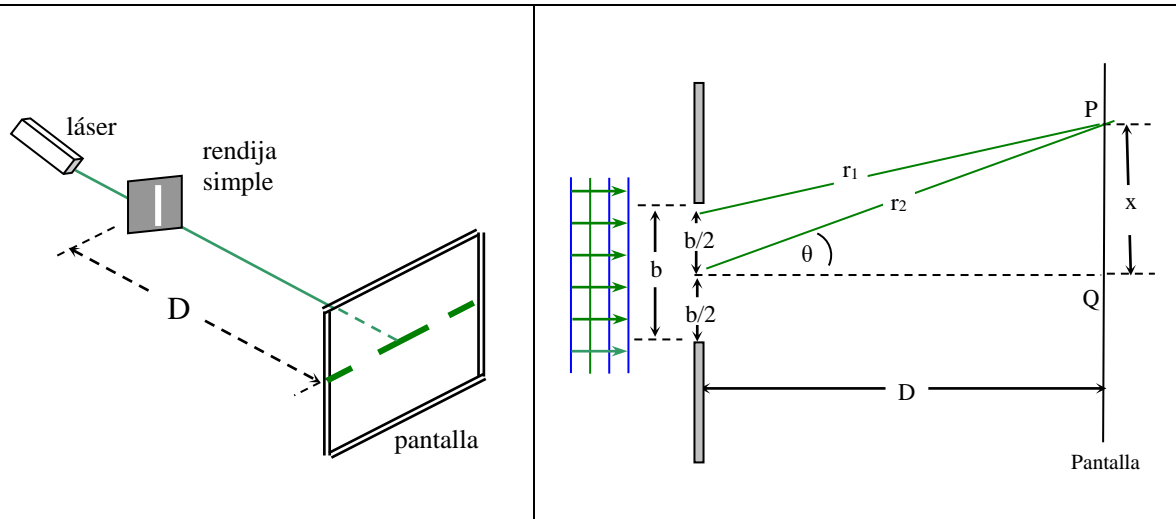
$t = \frac{r^2}{2R}$

Número de anillos

$n^{\circ} \text{ anillos} = 2n^{\circ} \text{ brillantes} - 1$

Difracción

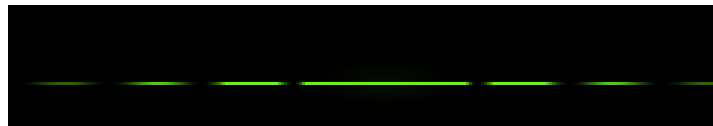
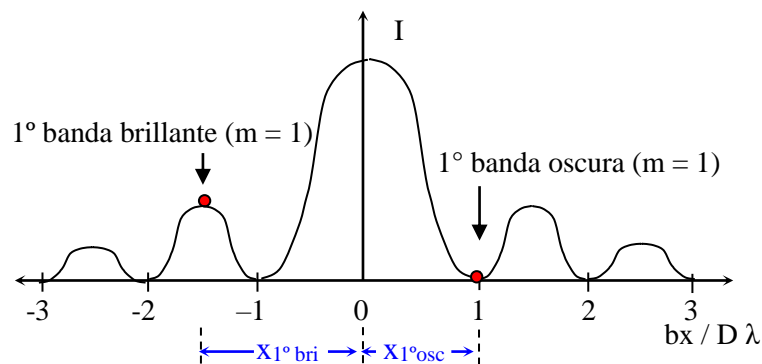
Difracción de Fraunhofer producida por una rendija rectangular



$$b \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ brillante}$$

$$b \sin \theta = m \lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ oscuro}$$

$$\sin \theta \cong \text{tg } \theta = \frac{x}{D} \quad \text{si } \theta \ll \ll \ll \ll \ll$$



$$\lambda = 552 \text{ nm}$$

Crédito: Las imágenes de los patrones de Interferencia de la experiencia de Young y Difracción de Fraunhofer fueron tomados de los simuladores de curso JOptics Curso de Óptica (<http://www.ub.edu/javaoptics/>) del Grupo de Innovación Docente en Óptica Física y Fotónica de la Universidad de Barcelona. En ambos casos se usó una longitud de onda ($\lambda = 552 \text{ nm}$).

ÓPTICA FÍSICA

PROBLEMAS PROPUESTOS

1: Dos rendijas, separadas 1 mm, se iluminan con luz roja de longitud de onda igual a $6,5 \cdot 10^{-7}$ m. Las franjas de interferencia se observan sobre una pantalla ubicada a 1 m. Hallar: (a) la distancia entre dos franjas brillante, (b) la distancia desde el máximo central a la tercer línea oscura y (c) la distancia desde el máximo central a la quinta línea brillante.

Rta: a) $6,5 \cdot 10^{-4}$ m; b) $1,625 \cdot 10^{-3}$ m; c) $3,25 \cdot 10^{-3}$ m

2: En un experimento de doble rendija de Young, se ilumina un conjunto de rendijas paralelas con una separación de 0,10 mm con luz cuya longitud de onda es 5890 \AA y se observa el patrón de interferencia en una pantalla situada a 4 m de las rendijas. (a) ¿Cuál es la diferencia de longitud de trayectoria desde cada una de las rendijas a la pantalla, de una franja brillante de tercer orden? (b) ¿Cuál es la diferencia de longitud de trayectoria desde cada una de las rendijas a la pantalla, de la tercera franja oscura a partir del centro del patrón?

3: Al calentar un filamento de sodio se emite una luz amarilla de longitud de onda igual a $5,910^{-7}$ m. Dos rendijas, separadas 0.1 mm, son iluminadas con esa luz y las franjas de interferencia se observan sobre una pantalla ubicada a 1 m. ¿Cuál será la separación entre las franjas observadas en la pantalla?

Rta: $5,9 \cdot 10^{-3}$ m

4: Si la distancia entre dos rendijas es de 0,050 mm y la distancia a la pantalla es de 2,5 m, calcule la separación entre las franjas brillantes de primer y segundo orden con la luz amarilla cuya longitud de onda es $6 \cdot 10^{-7}$ m?

5: Un dispositivo de doble abertura es iluminado con una luz de vapor de mercurio, cuya longitud de onda igual a $5.38 \cdot 10^{-7}$ m. Las aberturas están separadas 0,1 mm y la pantalla sobre la que se produce el patrón de interferencia está a 20 cm. Hallar: (a) la posición angular del primer mínimo, (b) la posición angular del décimo máximo y (c) la distancia lineal en la pantalla entre máximos adyacentes.

Rta: a) $0^\circ,156$ para el 1º mínimo; $3^\circ,13$ para el 10º máximo b) $1,092 \cdot 10^{-3}$ m

6: Sobre una doble rendija incide luz cuya longitud de onda es de $5,75 \cdot 10^{-7}$ m, y se observa la primera franja brillante a un ángulo de $16,5^\circ$. Determine la distancia entre las rendijas.

7: Una pantalla se encuentra a un metro de dos rendijas que están separadas 1.5 mm. Si el dispositivo se ilumina con una luz de longitud de onda igual a 6500 \AA , cuál es: (a) la distancia de la franja oscura del tercer orden al centro de la pantalla, (b) la distancia de la brillante del cuarto orden al centro de la pantalla y (c) las distancia de separación de las franjas brillantes.

Rta: a) $1,083 \cdot 10^{-3}$ m , b) $1,73 \cdot 10^{-3}$ m, c) $4,33 \cdot 10^{-4}$ m

8: La luz blanca abarca el intervalo de longitudes de onda de alrededor de $4 \cdot 10^{-7}$ m a $7 \cdot 10^{-7}$ m. Si un haz de luz blanca atraviesa dos rendijas separadas una distancia de 0,30 mm e ilumina una pantalla situada a 1,5 m de las rendijas, determine la distancia entre las franjas violeta y roja de primer orden.

9: La luz monocromática de una fuente luminosa incide sobre dos líneas de un retículo separadas 0,5 mm; formándose interferencias sobre una pantalla situada a un metro. Si la distancia entre las áreas iluminadas es de 1,36 mm, ¿cuál es la longitud de onda de la luz incidente?

Rta: $6,8 \cdot 10^{-7}$ m

10: Se lleva a cabo un experimento de Young con luz láser de argón de color azul-verde. La separación entre las rendijas es de 0,50 mm y el patrón de interferencia en una pantalla situada a 3,30 m de distancia muestra el primer máximo a 3,40 mm del centro del patrón. ¿Cuál es la longitud de onda de la luz láser de argón?

11: La distancia entre dos líneas de un retículo, cuando se replica la experiencia de Young, es de $2,5 \cdot 10^{-6}$ m. Si la misma se ilumina con una fuente monocromática (a) ¿cuál es la longitud de onda de la fuente si el ángulo para el primer máximo es de 20° y (b) ¿cuál es la posición angular del segundo máximo?

Rta: a) $8,55 \cdot 10^{-7}$ m; b) $43^\circ,16$

12: Por una ventana estrecha y larga de un edificio que por lo demás es prácticamente opaco a las microondas entra un haz de microondas con una longitud de onda de 5 cm. Si la ventana tiene un ancho de 36 cm ¿cuál es la distancia del máximo central al mínimo de primer orden en un muro situado a 6,5 m de la ventana?

13: En el experimento de Young, las dos rendijas están separadas 1 mm y se iluminan con luz de longitud de onda de 5880 Å y 5040 Å. (a) ¿A qué distancia de la franja central iluminada, sobre la pantalla situada a 1,5 m de las rendijas, se formará una franja brillante de uno de los modelos de interferencia para que coincida con una de las franjas brillantes del segundo modelo? **13**

Rta: $n_1 = 6$; $n_2 = 7$

14: Una lente plano convexa reposa con su lado curvo sobre una superficie de vidrio plana y está iluminada desde arriba con luz cuya longitud de onda es $5 \cdot 10^{-7}$ m. Se observa una mancha oscura en el centro, rodeada de 19 anillos oscuros concéntricos (con anillos brillantes intermedios) ¿Cuál es el espesor de la cuña de aire en la posición de 19º anillo oscuro?

15: Un dispositivo para obtener anillos de Newton, con una lente que posee un radio de curvatura de 5 m, se ilumina con luz blanca que incide normalmente. Hallar: (a) el radio del cuarto anillo brillante azul ($\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-7}$ m) y (b) el radio del tercer anillo rojo ($\lambda_2 = 6.3 \cdot 10^{-7}$ m).

Rta: : a) $2,64 \cdot 10^{-3}$ m; b) $2,8 \cdot 10^{-3}$ m

16: En una rendija de 0,40 mm de ancho incide luz con una longitud de onda de $6 \cdot 10^{-7}$ m y forma un patrón de difracción sobre una pantalla situada a 1,5 m de distancia. (a) Determine la posición de la primera banda oscura a cada lado del máximo central. (b) Determine la anchura del máximo central.

17: La longitud de onda de una luz de sodio es de 6500 \AA . (a) ¿Cuál es el espesor de la cuña de aire en el segundo anillo brillante y en el segundo oscuro? (b) ¿Cuál es el diámetro del segundo anillo brillante si el diámetro de la lente es de 20 cm y el radio de curvatura es de 5 m?

Rta: a) $4,875 \cdot 10^{-7}$ m (brillante); $6,5 \cdot 10^{-7}$ m (oscuro); b) $4,4 \cdot 10^{-3}$ m

18: En una experiencia de anillos de Newton, el radio de curvatura de la lente es de 5 m y su diámetro de 2 cm. Determinar para una fuente luminosa de $\lambda = 5880 \text{ \AA}$: (a) el número de anillos que se forman y (b) el número de anillos que se verían si el dispositivo es introducido en el agua (recuerde que el n del agua es igual a 1,33).

19: El diagrama de difracción de Fraunhofer de una rendija ampliada al doble de su tamaño se muestra en la Fig. 1¹. Ella se formó sobre una película fotográfica ubicada en el plano focal de una lente de 0,6 m de distancia focal.

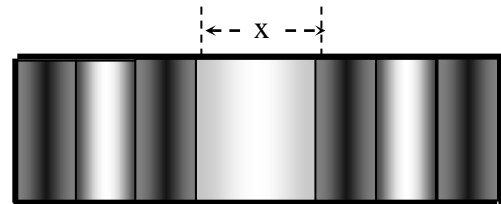


Fig.1

La longitud de onda de la luz utilizada fue de $5,89 \cdot 10^{-7}$ m. Calcular el ancho de la rendija. (La respuesta que se acompaña resulta de tomar $x = 1,6$ cm)

Rta: $8,84 \cdot 10^{-5}$ m

20: Se ilumina una rendija de 0,50 mm de ancho con luz cuya longitud de onda es de $5 \cdot 10^{-7}$ m y se coloca una pantalla delante de la rendija a 120 cm de distancia. Determine la anchura del primer y segundo máximo a cada lado del máximo central.

21: Los rayos paralelos de luz verde de mercurio ($\lambda = 5600 \text{ \AA}$) pasan por una rendija de 0,4 mm de ancho que cubre una lente de 40 cm de distancia focal. (a) ¿Cuál es la distancia de la franja central y el primer mínimo sobre la pantalla ubicada en el plano focal de la lente?

Rta: $5,6 \cdot 10^{-4}$ m

22: Se observa la línea de $5,02 \cdot 10^{-7}$ m del helio a un ángulo de 30° en el espectro de segundo orden brillante de una rendija de difracción. Calcule la desviación angular de la línea de $6,68 \cdot 10^{-7}$ m del helio en el espectro de primer orden brillante de la misma rendija.

23: Una luz monocromática de 6000 \AA pasa por una rendija de 0,04 cm y produce una franja brillante en una pantalla situada a 1,6 m de distancia. (a) ¿Cuál es la distancia de la tercer franja brillante, en una pantalla situada a 1,6 m de distancia?

Rta: a) $8,4 \cdot 10^{-3}$ m

¹ Adaptada de la fotografía de Alonso, M. y Finn, E. (1970) *Física Vol II: Campos y Ondas* Fondo Educativo Interamericano. Fig. 23.5.pp:935)

24: Aparece una línea espectral a $10,1^\circ$ en el espectro de primer orden brillante de un espectrómetro de rejilla de difracción. Si la rejilla tiene 3660 rendijas / cm; ¿cuál es la longitud de onda de la luz utilizada?

25: Una red de difracción que tiene 6000 líneas/cm desvía cierta luz un ángulo de $37^\circ 57'$ en el segundo orden oscuro sobre una pantalla ubicada a 60 cm. (a) ¿Cuál es la longitud de onda de la luz? (b) ¿Cuál es el orden máximo posible?

Rta: a) 5126 \AA ; b) 3

26: Un haz intenso de luz blanca incide en una rejilla de difracción que tiene 600 líneas/mm. (a) ¿Cuál es el orden más elevado que puede verse en el espectro visible completo utilizando esta rejilla? (b) ¿Cuál es la separación angular entre el borde violeta (400 nm) y el borde rojo (700 nm) del espectro de primer orden brillante?

SELECCIÓN PROBLEMAS RESUELTOS

1: Dos rendijas, separadas 1 mm, se iluminan con luz roja de longitud de onda igual a $6,5 \cdot 10^{-7}$ m. Las franjas de interferencia se observan sobre una pantalla ubicada a 1 m. Hallar: (a) la distancia entre dos franjas brillante, (b) la distancia desde el máximo central a la tercer línea oscura y (c) la distancia desde el máximo central a la quinta línea brillante.

Datos: $a = 1 \text{ mm}$; $\lambda = 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. ; $D = 1 \text{ m}$

Incog: a) Δx ; b) $x_{3^{\circ}o}$; c) $x_{5^{\circ}b}$

a) $\Delta x = D \lambda / a$

$$\Delta x = 1 \text{ m } 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} / 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta x = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

c) $x = (m + \frac{1}{2}) D \lambda / a$ oscuro $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ **$m = n^{\circ} - 1$**

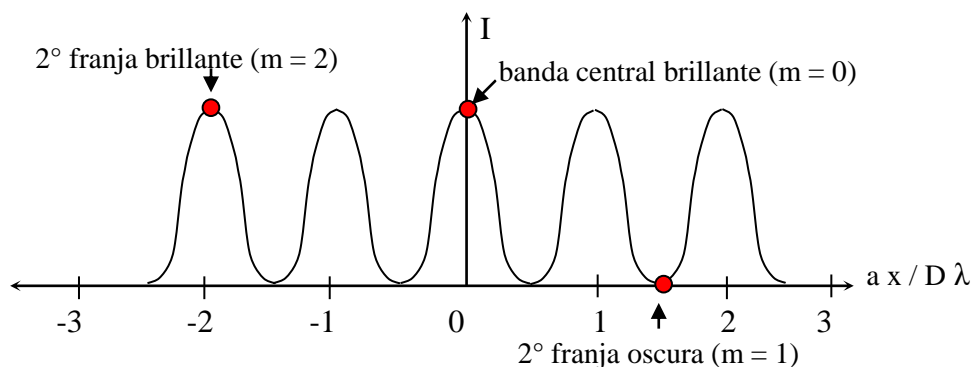
$$x_{3^{\circ}o} = (2 + \frac{1}{2}) 1 \text{ m } 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} / 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$x_{3^{\circ}o} = 1,625 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

c) $x = m D \lambda / a$ brillante $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ **$m = n^{\circ}$**

$$x_{5^{\circ}b} = 5 \cdot 1 \text{ m } 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} / 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$x_{5^{\circ}b} = 3,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$



Rta: a) $6,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$; b) $1,625 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; c) $3,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

2: En un experimento de doble rendija de Young, se ilumina un conjunto de rendijas paralelas con una separación de 0,10 mm con luz cuya longitud de onda es 5890 \AA y se observa el patrón de interferencia en una pantalla situada a 4 m de las rendijas. (a) ¿Cuál es la diferencia de longitud de trayectoria desde cada una de las rendijas a la pantalla, de una franja brillante de tercer orden? (b) ¿Cuál es la diferencia de longitud de trayectoria desde cada una de las rendijas a la pantalla, de la tercera franja oscura a partir del centro del patrón?

Datos: $a = 0,1 \text{ mm}$; $\lambda = 5890 \text{ \AA} = 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. ; $D = 4 \text{ m}$

Incog: a) $r_2 - r_1$ para el 3º franja brillante ; b) $r_2 - r_1$ para el 3º franja oscura

a)

$$\text{sen } \theta = r_2 - r_1 / a$$

$$r_2 - r_1 = a \text{ sen } \theta \quad (1)$$

$$a \text{ sen } \theta = m \lambda \quad \text{brillante} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (2)$$

De (1) y (2):

$$r_2 - r_1 = m \lambda$$

$$r_2 - r_1 = 3 \cdot 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$r_2 - r_1 = 1,77 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

b)

$$\text{sen } \theta = r_2 - r_1 / a$$

$$r_2 - r_1 = a \text{ sen } \theta \quad (1)$$

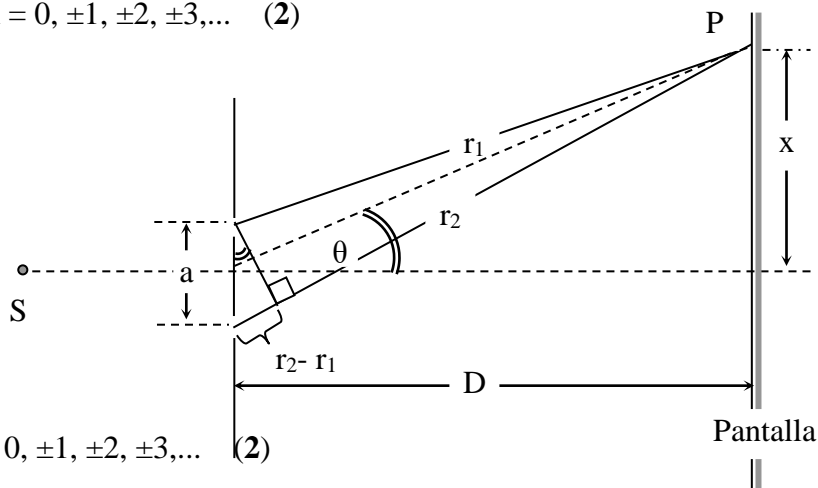
$$a \text{ sen } \theta = (m + \frac{1}{2}) \lambda \quad \text{oscuro} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (2)$$

De (1) y (2):

$$r_2 - r_1 = (m + \frac{1}{2}) \lambda$$

$$r_2 - r_1 = (2 + \frac{1}{2}) \cdot 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$r_2 - r_1 = 1,47 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$



Rta: a) $1,77 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; b) $1,47 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

13: En el experimento de Young, las dos rendijas están separadas 1 mm y se iluminan con luz de longitud de onda de 5880 Å y 5040 Å. (a) ¿A qué distancia de la franja central iluminada, sobre la pantalla situada a 1,5 m de las rendijas, se formará una franja brillante de uno de los modelos de interferencia para que coincida con una de las franjas brillantes del segundo modelo?

Datos: $a = 1 \text{ mm}$; $\lambda_1 = 5880 \text{ Å}$; $\lambda_2 = 5040 \text{ Å}$; $D = 1,5 \text{ m}$

Incog: m_1 y m_2 serán iguales $x_1 = x_2$

$$x = m D \lambda / a \quad \text{brillante} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad \mathbf{m = n^\circ}$$

Para $\lambda_1 = 5880 \text{ Å}$:

$$x_1 = m_1 D \lambda_1 / a \quad (1)$$

Para $\lambda_2 = 5040 \text{ Å}$:

$$x_2 = m_2 D \lambda_2 / a \quad (2)$$

Iguando (1) y (2) se obtiene:

$$m_1 D \lambda_1 / a = m_2 D \lambda_2 / a$$

Que es una ecuación con dos incógnitas. Por lo tanto no se puede resolver por los métodos tradicionales. Construimos una tabla para ver en que valores de m la distancia $x_1 = x_2$

$$x_1 = m_1 D \lambda_1 / a = m_1 1,5 \text{ m } 5,88 \cdot 10^{-7} \text{ m} / 1 \cdot 10^{-3} = m_1 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$x_2 = m_2 D \lambda_2 / a = m_2 1,5 \text{ m } 5,04 \cdot 10^{-7} \text{ m} / 1 \cdot 10^{-3} = m_2 7,56 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

m	$[x_1] = m$	$[x_2] = m$
1	$8,82 \cdot 10^{-4}$	$7,56 \cdot 10^{-4}$
2	$1,764 \cdot 10^{-3}$	$1,512 \cdot 10^{-3}$
3	$2,646 \cdot 10^{-3}$	$2,268 \cdot 10^{-3}$
4	$3,528 \cdot 10^{-3}$	$3,024 \cdot 10^{-3}$
5	$4,41 \cdot 10^{-3}$	$3,78 \cdot 10^{-3}$
6	$5,292 \cdot 10^{-3}$	$4,536 \cdot 10^{-3}$
7	$6,174 \cdot 10^{-3}$	$5,292 \cdot 10^{-3}$

Rta: $m_1 = 6$; $m_2 = 7$

18: En una experiencia de anillos de Newton, el radio de curvatura de la lente es de 5 m y su diámetro de 2 cm. Determinar para una fuente luminosa de $\lambda = 5880 \text{ \AA}$: (a) el número de anillos que se forman y (b) el número de anillos que se verían si el dispositivo es introducido en el agua (recuerde que el n del agua es igual a 1,33).

Datos: $R = 5 \text{ m}$; $\text{diam} = 2 \text{ cm}$; $\lambda = 5880 \text{ \AA}$

Incog: a) n° de anillos que se forman en el aire, b) n° de anillos que se forman en el agua

Para encontrar el n° de anillos que se forman en el aire, suponemos que el último de los anillos que se observa es brillante y el radio es igual al radio de la lente que los contiene.

Cuando la cuña sea de aire ($n = 1$) $\lambda_n = \lambda / n = \lambda_n$

$$r = [(m + 1/2) \lambda_n R]^{1/2} \quad \text{brillante} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad m = n^\circ - 1$$

$$m = (r^2 / \lambda_n R) - 1/2$$

$$m = [(1 \cdot 10^{-2})^2 / 5,88 \cdot 10^{-7} \text{ m } 5\text{m}] - 1/2$$

$$m = 33,55$$

Como m admite únicamente valores enteros, descartamos los decimales.

$$m = 33$$

Pero dado que para obtener el radio de los anillos brillantes se cumple que:

$$m = n^\circ - 1$$

$$n^\circ = m + 1$$

$$n^\circ_b = 34 \text{ (anillos brillantes)}$$



El número total de anillos es:

$$n^\circ_t = 2 n^\circ_b - 1$$

$$n^\circ_t = 2 \cdot 34 - 1$$

$$n^\circ_{total} = 67$$

b) Cuando el dispositivo se sumerja en agua ($n=1,33$): $\lambda_n = \lambda / n = \lambda_n = 4,421 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

$$m = (r^2 / \lambda_n R) - 1/2$$

$$m = [(1 \cdot 10^{-2})^2 / 4,421 \cdot 10^{-7} \text{ m } 5\text{m}] - 1/2$$

$$m = 44,73$$

Como m admite únicamente valores enteros, descartamos los decimales.

$$m = 44$$

$$n^\circ = m + 1$$

$$n^\circ_b = 45 \text{ (anillos brillantes)}$$



El número total de anillos es:

$$n^\circ_t = 2 n^\circ_b - 1$$

$$n^\circ_t = 2 \cdot 45 - 1$$

$$n^\circ_{total} = 89$$

Rta: a) 67; b) 89

19: El diagrama de difracción de Fraunhofer de una rendija ampliada al doble de su tamaño se muestra en la Fig. 1². Ella se formó sobre una película fotográfica ubicada en el plano focal de una lente de 0,6 m de distancia focal. La longitud de onda de la luz utilizada fue de $5,89 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Calcular el ancho de la rendija. (La respuesta que se acompaña resulta de tomar $x = 1,6 \text{ cm}$)

Datos: la fotografía está ampliada al doble;
 $f = 0,6 \text{ m}$; $\lambda = 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $x = 1,6 \text{ cm}$

Incog: b

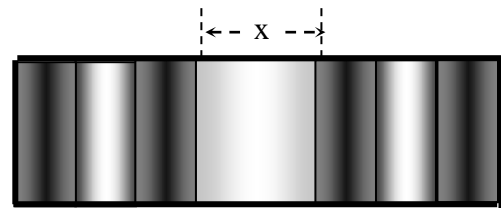
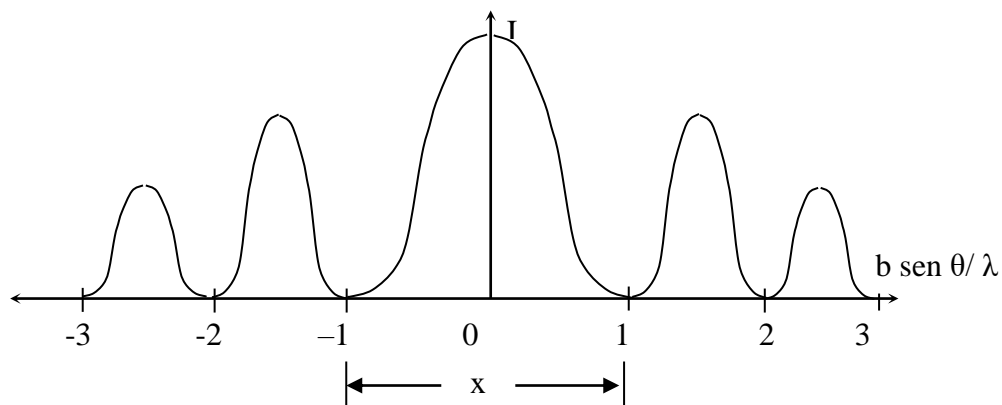


Fig.1

La distancia x indicada en la figura corresponde al ancho de la banda central brillante, ella es igual al doble de la posición lineal del primer oscuro. Por lo tanto debemos dividir por dos el valor 1,6 cm (medido o indicado) para tener x_{1o} en un diagrama de difracción. Como además se indica que la fotografía está ampliada al doble del tamaño real debemos dividir nuevamente por dos para tener la posición lineal real del primer oscuro.



$$x_{1o} = 0,4 \text{ cm}; f = D = 0,6\text{m}$$

$$b \text{ sen } \theta = m \lambda \quad \text{oscuro} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad \mathbf{m = n^\circ}$$

² Adaptada de la fotografía de Alonso, M. y Finn, E. (1970) *Física Vol II: Campos y Ondas* Fondo Educativo Interamericano. Fig. 23.5.pp:935)

Si el ángulo es pequeño la función seno se puede aproximar a la función tangente ($\text{tg } \theta = x / D$)

$$b (x / D) = m \lambda$$

$$b = m \lambda D / x$$

$$b = 1. 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ m. } 0,6 \text{ m} / 0,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$b = 8,84 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Rta: $8,84 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

21: Los rayos paralelos de luz verde de mercurio ($\lambda = 5600 \text{ \AA}$) pasan por una rendija de 0,4 mm de ancho que cubre una lente de 40 cm de distancia focal. (a) ¿Cuál es la distancia de la franja central y el primer mínimo sobre la pantalla ubicada en el plano focal de la lente?

Datos: $\lambda = 5600 \text{ \AA}$, $b = 0,4 \text{ mm}$; $f = D = 40 \text{ cm}$

Incog: posición lineal del 1° mínimo

$$b \text{ sen } \theta = m \lambda \quad \text{oscuro} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad \mathbf{m = n^\circ}$$

Si el ángulo es pequeño la función seno se puede aproximar a la función tangente ($\text{tg } \theta = x / D$)

$$b (x / D) = m \lambda$$

$$x = m \lambda D / b$$

$$x = 1. 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ m. } 0,4 \text{ m} / 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$x = 5,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Rta: $5,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

REVISIÓN ÓPTICA FÍSICA

1. Dos rendijas están separadas una distancia igual a 1,65 mm, se iluminan con luz de longitud de onda igual a 640,0 nm y el patrón de interferencia se observa sobre una pantalla ubicada a 3,00 m de las rendijas. Calcular la separación entre dos máximos de interferencia adyacentes.

Datos: $a = 1,65 \text{ mm}$; $\lambda = 640,0 \text{ nm} = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $D = 3,00 \text{ m}$

Incog: Δx ?

a)

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{a}$$

$$\Delta x = \frac{3\text{m} \cdot 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{1,65 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

$$\Delta x = 1,16 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Rta: $\Delta x = 1,16 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

2. Cuando un dispositivo para producir anillos de Newton se sumerge en un líquido, el diámetro del octavo anillo oscuro que se observa en el aire disminuye de 3,25 cm a 2,83 cm. Determinar el índice de refracción del líquido.

Datos: $r_{8^\circ \text{ oscuro en aire}} = 3,25 \text{ cm}$; $r_{8^\circ \text{ oscuro en líquido}} = 2,83 \text{ cm}$, $n_1 = n_{\text{aire}} = 1$

Incog: $n_{\text{líquido}} = n_2$?

El radio de los anillos oscuros es como se indica en (1), donde la longitud de onda relativa (λ_n) es igual al cociente entre la longitud de onda en el vacío (λ) y el índice del medio (n). Es decir $\lambda_n = \lambda/n$.

$$r = \sqrt{m\lambda_n R} \quad (1) \quad \text{oscuros} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad \mathbf{m = n^\circ}$$

Llamando r_1 al radio del octavo anillo oscuro en el aire ($n_1 = 1$) y r_2 al radio del octavo anillo oscuro en el líquido (n_2) se tienen las ecuaciones (2) y (3).

$$r_1 = \sqrt{m \frac{\lambda}{n_1} R} \quad (2)$$

$$r_2 = \sqrt{m \frac{\lambda}{n_2} R} \quad (3)$$

Dividiendo miembro a miembro (2) y (3) y elevando al cuadrado se tiene:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{m \frac{\lambda}{n_1} R}}{\sqrt{m \frac{\lambda}{n_2} R}}$$

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{m \frac{\lambda}{n_1} R}{m \frac{\lambda}{n_2} R}$$

Para el octavo anillo $m=8$. El radio de curvatura de la lente plano convexa (R) es el mismo porque la lente no cambió. Y la longitud de onda en el vacío es la misma para esta situación dada. Por lo tanto simplificando se tiene:

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{\frac{1}{n_1}}{\frac{1}{n_2}} \Rightarrow \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} n_1$$

$$n_2 = \frac{(3,25\text{cm})^2}{(2,83\text{cm})^2} \cdot 1$$

$$n_2 = 1,32$$

Rta: $n_2=1,32$

3. Una luz monocromática de 6600 \AA pasa por una rendija de $0,03 \text{ cm}$ y produce una franja brillante central en una pantalla situada a $1,6 \text{ m}$ de distancia. Calcular el ancho de banda central.

Datos: $\lambda = 6600 \text{ \AA} = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $b = 0,03 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$; $D = 1,6 \text{ m}$

Incog: ancho de la banda centra (x_{BC}) $\Rightarrow x_{BC} = 2 \times 1^\circ \text{banda oscura}$

$$b \sin \theta = m \lambda \quad \text{oscuro} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad \mathbf{m = n^\circ}$$

Para la primer banda oscura, $m = 1$

$$\sin \theta = \frac{m \lambda}{b} \Rightarrow \sin \theta = \frac{1 \cdot 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{3 \cdot 10^{-4} \text{ m}}$$

$$\sin \theta = 2,2 \cdot 10^{-3}$$

$$\theta = 0,126^\circ$$

Luego:

$$\text{tg } \theta = \frac{x}{D} \Rightarrow x = D \cdot \text{tg } \theta$$

$$x = 1,6 \text{ m} \cdot \text{tg } 0,126^\circ$$

$$x = 3,52 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Finalmente el ancho de la banda central es: $x_{BC} = 2 \times 1^\circ \text{banda oscura}$

$$x_{BC} = 2 \cdot 3,52 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$x_{BC} = 7,04 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Rta: $x_{BC} = 7,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 7,04 \text{ mm}$

CAPÍTULO 7: AUTOEVALUACIÓN

AUTOEVALUACIÓN I: INTERACCIÓN ELÉCTRICA Y MAGNÉTICA –

EJERCITACIÓN

Instrucciones: Señale con una cruz (x) la ÚNICA respuesta correcta. Utilice la abreviatura NRC (Ninguna de las Respuestas es Correcta) cuando estime que ninguna de las respuestas es adecuada.

1: En un sistema de coordenadas rectangulares, dos cargas puntuales $q_1 = + 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $q_2 = - 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentran fijas en los puntos $x_1 = - 0,25 \text{ m}$, $y_1 = 0$ y $x_2 = + 0,25 \text{ m}$, $y_2 = 0$. **(a)** En el punto $x = + 0,5 \text{ m}$, $y = 0$ el módulo del campo eléctrico y el ángulo que forma el vector con el semieje positivo del eje x es aproximadamente igual a:

(a) $E = 4,10 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 180^\circ$	(d) $E = 4,00 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 180^\circ$
(b) $E = 4,32 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 0^\circ$	(e) NRC
(c) $E = 4,64 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 0^\circ$	

(b) El campo eléctrico en el punto $x = + 0,25 \text{ m}$, $y = + 0,25 \text{ m}$ es aproximadamente igual a:

(a) $E = 4,10 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 83^\circ$	(d) $E = 4,02 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 77^\circ$
(b) $E = 4,02 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 7^\circ$	(e) NRC
(c) $E = 4,10 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 277^\circ$	

(c) El potencial eléctrico en el origen de coordenadas cartesianas es aproximadamente igual a:

(a) $V = - 36.000 \text{ V}$	(d) $V = - 180.000 \text{ V}$
(b) $V = + 180.000 \text{ V}$	(e) NRC
(c) $V = + 36.000 \text{ V}$	

2: Se lanza un electrón en un campo eléctrico de 65.000 N/C dirigido hacia abajo, generado por dos placas cuadradas de 6 cm de largo separadas una distancia de $2,5 \text{ cm}$. Si la carga inicia su movimiento coincidiendo con el eje geométrico del dispositivo con una velocidad de $4,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ perpendicular a las líneas de campo eléctrico **(a)** ¿qué distancia – **por encima (+)** o **por debajo del eje(-)** -se desplazó cuando recorrió 3 cm ?

(a) $y = +2,54 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	(d) $y = -2,54 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
(b) $y = +3,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	(e) NRC
(c) $y = -3,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	

3: Un ión (con carga $q = +qe$) que parte del reposo en el vacío es acelerado por dos placas paralelas entre las que existe una diferencia de potencial de 1000 V . Al salir de la segunda placa, el ión se mueve bajo la acción de un campo magnético de $0,12 \text{ T}$, perpendicular a su trayectoria y describe una semi-circunferencia de $0,3 \text{ m}$ de radio. La masa del ión es aproximadamente igual a:

(a) $m = 25 \text{ uma}$		(d) $m = 100 \text{ uma}$	
(b) $m = 50 \text{ uma}$		(e) NRC	
(c) $m = 75 \text{ uma}$			

(b) El sentido de rotación de un ión con carga positiva que se muestra en la Fig.1 es:

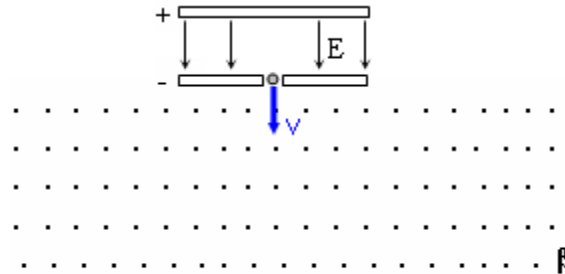


Fig.1

(a) horario		(b) antihorario	
-------------	--	-----------------	--

4: Dos alambres rectos y paralelos están separados 12 cm como muestra la Fig 2. Por el conductor inferior **2** circula una corriente de 15 A en el sentido indicado.

(a) ¿Cuál debe ser la intensidad y sentido de la corriente en el conductor **1** para que el campo resultante en C sea nulo? Nota: “saliente” (•) y “entrante” (x)

(a) $I = 3,75 \text{ A}$ (•)		(d) $I = 3,75 \text{ A}$ (x)	
(b) $I = 7,50 \text{ A}$ (•)		(e) NRC	
(c) $I = 3,75 \text{ A}$ (x)			

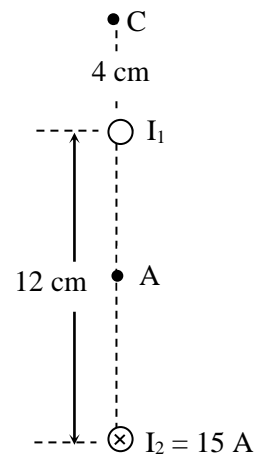


Fig.2

(b) Teniendo en cuenta el valor de intensidad de corriente calculada en el ítem anterior (4.a) diga cuál es el módulo y la dirección del campo magnético en el punto medio A.

(a) $\beta = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}; \theta = 180^\circ$		(d) $\beta = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ T}; \theta = 180^\circ$	
(b) $\beta = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ T}; \theta = 0^\circ$		(e) NRC	
(c) $\beta = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}; \theta = 0^\circ$			

5: La espira rectangular de la Fig. 3 transporta una corriente de 15 A en el sentido indicado, se encuentra en una región de campo magnético uniforme de 300 mT paralelo al eje “+ y” y puede girar alrededor del eje z.

(a) El torque magnético con respecto al eje z es aproximadamente igual a:

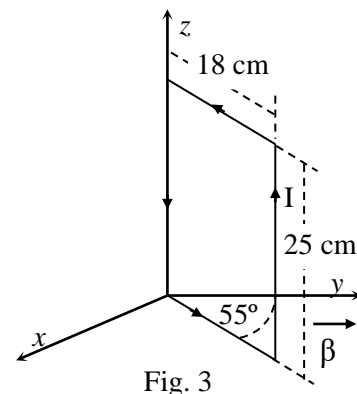


Fig. 3

(a) $\tau = 1,16 \cdot 10^{-1} \text{ Nm}; (-\mu z)$		(d) $\tau = 1,16 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}; (+\mu z)$	
(b) $\tau = 1,16 \cdot 10^{-1} \text{ Nm}; (+\mu z)$		(e) NRC	
(c) $\tau = 1,16 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}; (-\mu z)$			

(b). Debido al torque magnético indicado en el ítem anterior la espira rotará hacia:

(a) El eje + x		(c) El eje - z	
(b) El eje + y		(d) NRC	

AUTOEVALUACIÓN II: CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS ESTÁTICOS Y DEPENDIENTES DEL TIEMPO - EJERCITACIÓN

Nota: Señala la **ÚNICA** respuesta correcta. Utiliza la abreviatura NRC (Ninguna Respuesta es Correcta) cuando creas que ninguna de las respuestas dadas es adecuada

1. Un cilindro de radio igual a 30 cm y 80 cm de altura tiene una densidad lineal de carga, uniformemente distribuida en su superficie lateral, igual a $4,5 \cdot 10^{-3}$ C/cm. El campo eléctrico a una distancia perpendicular al eje igual a 50 cm es aproximadamente igual a:

(a) $E = 9,00 \cdot 10^9$ N/C	(d) $E = 2,46 \cdot 10^8$ N/C
(b) $E = 1,62 \cdot 10^{10}$ N/C	(e) NRC
(c) $E = 1,35 \cdot 10^9$ N/C	

2. En el circuito de la Fig. 1, si el interruptor S está abierto, la capacitancia equivalente es:

(a) $C_{eq} = 3,0 \mu\text{F}$	(d) $C_{eq} = 6,0 \mu\text{F}$
(b) $C_{eq} = 8,0 \mu\text{F}$	(e) NRC
(c) $C_{eq} = 9,0 \mu\text{F}$	

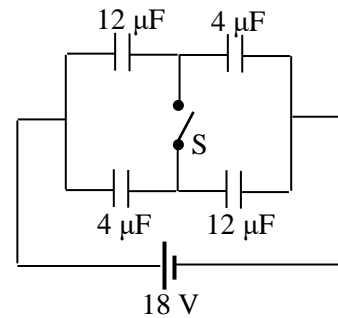


Fig.1

3. En el circuito de la Fig. 1, si el interruptor S está cerrado, la capacitancia equivalente es:

(a) $C_{eq} = 3,0 \mu\text{F}$	(d) $C_{eq} = 6,0 \mu\text{F}$
(b) $C_{eq} = 8,0 \mu\text{F}$	(e) NRC
(c) $C_{eq} = 9,0 \mu\text{F}$	

4. En el circuito de la Fig.2 la diferencia de potencial en la resistencia de 7Ω es:

(a) $V = 7,0$ V	(d) $V = 2,0$ V
(b) $V = 14,0$ V	(e) NRC
(c) $V = 10,0$ V	

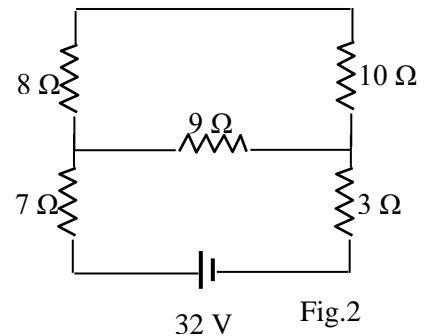


Fig.2

5. En el circuito de la Fig.3 la diferencia de potencial entre los puntos a y b es:

(a) $V_{ab} = - 2,34$ V	(d) $V_{ab} = 5,26$ V
(b) $V_{ab} = 7,52$ V	(e) NRC
(c) $V_{ab} = -1,70$ V	

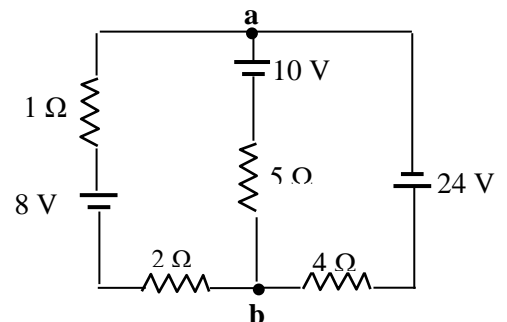


Fig.3

6. Una bobina con una inductancia de 50 H y una resistencia de 25 Ω se conecta en serie de pronto con una batería ideal sin resistencia interna que tiene una fem de 100 V. Luego trascurrido un segundo de la conexión, la corriente es aproximadamente igual a:

(a) $I = 1,57$ A		(d) $I = 4,00$ A	
(b) $I = 2,52$ A		(e) NRC	
(c) $I = 3,60$ A			

7. Una resistencia de 120 k Ω y un condensador de 30 μ F se conectan en serie a una fuente de tensión de 240 V. Después que el capacitor se cargó completamente, se desconecta la fuente. El tiempo trascurrido desde la desconexión hasta que la carga disminuye hasta tres cuartos de su valor máximo es aproximadamente igual a:

(a) $t = 5,25$ s		(d) $t = 0,71$ s	
(b) $t = 1,04$ s		(e) NRC	
(c) $t = 0,96$ s			

8: En un circuito en serie RLC la tensión en el capacitor es: $V_C = 16 \text{ sen } 2250 t$ V y los valores de los elementos son: $R = 20 \Omega$, $L = 15$ mH y $C = 60 \mu$ F. La tensión máxima total V_{OT} es:

(a) $V_{OT} = 26,40$ V		(d) $V_{OT} = 83,15$ V	
(b) $V_{OT} = 54,25$ V		(e) NRC	
(c) $V_{OT} = 71,28$ V			

9. Un circuito serie con $R = 15 \Omega$, $L = 10$ mH y $C = 50 \mu$ F tiene aplicada una tensión cosenoidal de frecuencia variable. Si la corriente está adelantada $7\pi/36$ con respecto a la tensión, la frecuencia es:

(a) $\omega = 3056$ rad/s		(d) $\omega = 985$ rad/s	
(b) $\omega = 2035$ rad/s		(e) NRC	
(c) $\omega = 1250$ rad/s			

10. Una resistencia $R = 25 \Omega$ y una cierta bobina L se unen en serie. La tensión medida en los bornes de la resistencia es $V_R = 50 \text{ sen } (2000 t + \pi/9)$ V. Si la corriente está atrasada $\pi/4$ respecto a la tensión, el valor de la inductancia de la bobina es:

(a) $L = 10,0$ mH		(d) $L = 2,00$ mH	
(b) $L = 12,5$ mH		(e) NRC	
(c) $L = 5,0$ mH			

AUTOEVALUACIÓN III: ÓPTICA GEOMÉTRICA Y FÍSICA – EJERCITACIÓN

Nota: Señala la **ÚNICA** respuesta correcta. Utiliza la abreviatura NRC (Ninguna Respuesta es Correcta) cuando creas que ninguna de las respuestas dadas es adecuada. Entregue la resolución.

1. La Fig. 1 ilustra un sección transversal de un bloque de vidrio ($n = 1,50$) rodeado de aire. Un rayo de luz entra al bloque por la cara izquierda con un ángulo de incidencia θ_i y vuelve a salir al aire por la cara derecha con una dirección paralela a la base del bloque. El ángulo de incidencia es aproximadamente igual a:

(a) $\theta_i = 12,9^\circ$		(d) $\theta_i = 25,8^\circ$	
(b) $\theta_i = 14,3^\circ$		(e) NRC	
(c) $\theta_i = 17,7^\circ$			

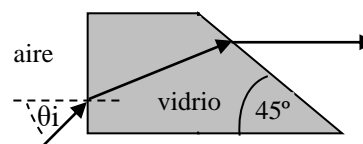


Fig.1

2. Un submarino está a 300 m de la costa en dirección horizontal y a 100 m por debajo de la superficie del agua ($n_{\text{agua}} = 1,33$). Se envía un haz de láser desde el submarino de tal manera que incide en un punto, contenido en la recta que separa el agua y el aire ($n_{\text{aire}} = 1$), situado a 210 m de la costa. El haz alcanza exactamente la parte superior de un edificio que está a la orilla del agua. La altura del edificio es aproximadamente igual a:

(a) $h = 440$ m		(d) $h = 147$ m	
(b) $h = 242$ m		(e) NRC	
(c) $h = 178$ m			

3. Un rayo que se propaga por el aire incide con ángulo de 30° en una lámina de caras paralelas de vidrio ($n = 1,5$) de 3 cm de espesor. El desplazamiento lateral entre el rayo incidente y el rayo refractado emergente es aproximadamente igual a:

(a) $d = 5,8 \cdot 10^{-3}$ m		(d) $d = 1,45 \cdot 10^{-2}$ m	
(b) $d = 7,9 \cdot 10^{-3}$ m		(e) NRC	
(c) $d = 4,2 \cdot 10^{-3}$ m			

4. El rostro de un hombre está 30 cm frente a un espejo cóncavo para afeitarse que crea una imagen derecha 1,5 veces más grande que el objeto. La distancia focal del espejo es aproximadamente igual a:

(a) $f = 12$ cm		(d) $f = 90$ cm	
(b) $f = 18$ cm		(e) NRC	
(c) $f = 70$ cm			

5. La llama de una vela encendida está situada a 2,1 m de la pared de una tienda de campaña. Una lente forma una imagen de la llama en la pared, de forma que la imagen es invertida y aumentada seis veces. La distancia focal de la lente es igual a:

(a) $f = + 25,71$ cm		(d) $f = - 36,00$ cm	
(b) $f = + 36,00$ cm		(e) NRC	
(c) $f = - 25,71$ cm			

6. Se pretende formar una imagen a 20 cm de una lente divergente de distancia focal igual a 30 cm. El objeto se debe colar a una distancia de la lente igual a:

(a) $p = 30$ cm		(d) $p = 60$ cm	
(b) $p = 40$ cm		(e) NRC	
(c) $p = 50$ cm			

7. Dos lentes convergentes delgadas se colocan a 37,5 cm una de la otra y tienen el mismo eje óptico. La primera lente tiene una longitud focal de 5 cm y la segunda de 10 cm. Un objeto de 2 cm de altura se coloca a 7 cm de L_1 . El aumento total del sistema óptico centrado es aproximadamente igual a:

(a) $M_T = + 5,0$		(d) $M_T = - 2,5$	
(b) $M_T = + 2,5$		(e) NRC	
(c) $M_T = -5,0$			

8. Se lleva a cabo un experimento de Young con luz láser. La distancia entre el plano que contiene las rendijas y el de observación es de 3,00 m. La separación entre las dos rendijas es de 1,7 mm y el patrón de interferencia muestra el primer máximo a 1,12 mm de la banda central luminosa. La longitud de onda de la luz del láser esa aproximadamente igual a:

(a) $\lambda = 4270 \text{ \AA}$		(d) $\lambda = 6350 \text{ \AA}$	
(b) $\lambda = 5360 \text{ \AA}$		(e) NRC	
(c) $\lambda = 5870 \text{ \AA}$			

9. En una experiencia de anillos de Newton, el radio de curvatura de la lente es de 4,5 m y su diámetro de 4 cm. Se introduce el dispositivo en el agua ($n=1,33$) y se ilumina con una fuente luminosa de 6000 \AA . El número total de anillos que se aprecian es:

(a) $n^\circ_T = 99$		(d) $n^\circ_T = 71$	
(b) $n^\circ_T = 97$		(e) NRC	
(c) $n^\circ_T = 73$			

10. Una rendija de 1,1 mm se ilumina con luz roja de longitud de onda igual a 633 nm. El espectro de difracción se observa en el plano focal de una lente convergente de distancia focal igual a 758 mm. La posición lineal del primer mínimo es aproximadamente igual a:

(a) $x_{1^\circ b} = 6,54 \cdot 10^{-4}$ m		(d) $x_{1^\circ b} = 4,36 \cdot 10^{-3}$ m	
(b) $x_{1^\circ b} = 4,36 \cdot 10^{-4}$ m		(e) NRC	
(c) $x_{1^\circ b} = 6,54 \cdot 10^{-3}$ m			

AUTOEVALUACIÓN I: INTERACCIÓN ELÉCTRICA E INTERACCIÓN MAGNÉTICA – CORRECCIÓN

Instrucciones: Señale con una cruz (x) la ÚNICA respuesta correcta. Utilice la abreviatura NRC (Ninguna de las Respuestas es Correcta) cuando estime que ninguna de las respuestas es adecuada.

1: En un sistema de coordenadas rectangulares, dos cargas puntuales $q_1 = + 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $q_2 = - 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentran fijas en los puntos $x_1 = - 0,25 \text{ m}$, $y_1 = 0$ y $x_2 = + 0,25 \text{ m}$, $y_2 = 0$. **(a)** En el punto $x = + 0,5 \text{ m}$, $y = 0$ el módulo del campo eléctrico y el ángulo que forma el vector con el semieje positivo del eje x es aproximadamente igual a:

(a) $E = 4,10 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 180^\circ$		(d) $E = 4,00 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 180^\circ$	x
(b) $E = 4,32 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 0^\circ$		(e) NRC	
(c) $E = 4,64 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 0^\circ$			

(b) El campo eléctrico en el punto $x = + 0,25 \text{ m}$, $y = + 0,25 \text{ m}$ es aproximadamente igual a:

(a) $E = 4,10 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 83^\circ$		(d) $E = 4,02 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 77^\circ$	
(b) $E = 4,02 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 7^\circ$		(e) NRC	
(c) $E = 4,10 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $\theta = 277^\circ$	x		

(c) El potencial eléctrico en el origen de coordenadas cartesianas es aproximadamente igual a:

(a) $V = - 36.000 \text{ V}$	x	(d) $V = - 180.000 \text{ V}$	
(b) $V = + 180.000 \text{ V}$		(e) NRC	
(c) $V = + 36.000 \text{ V}$			

2: Se lanza un electrón en un campo eléctrico de 65.000 N/C dirigido hacia abajo, generado por dos placas cuadradas de 6 cm de largo separadas una distancia de $2,5 \text{ cm}$. Si la carga inicia su movimiento coincidiendo con el eje geométrico del dispositivo con una velocidad de $4,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ perpendicular a las líneas de campo eléctrico **(a)** ¿qué distancia – **por encima (+)** o **por debajo del eje(-)** -se desplazó cuando recorrió 3 cm ?

(a) $y = +2,54 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	x	(d) $y = -2,54 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	
(b) $y = +3,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}$		(e) NRC	
(c) $y = -3,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}$			

3: Un ión (con carga $q = +qe$) que parte del reposo en el vacío es acelerado por dos placas paralelas entre las que existe una diferencia de potencial de 1000 V . Al salir de la segunda placa, el ión se mueve bajo la acción de un campo magnético de $0,12 \text{ T}$, perpendicular a su trayectoria y describe una semi-circunferencia de $0,3 \text{ m}$ de radio. La masa del ión es aproximadamente igual a:

(a) $m = 25 \text{ uma}$		(d) $m = 100 \text{ uma}$	
(b) $m = 50 \text{ uma}$		(e) NRC	x
(c) $m = 75 \text{ uma}$			

(b) El sentido de rotación de un ión con carga positiva que se muestra en la Fig.1 es:

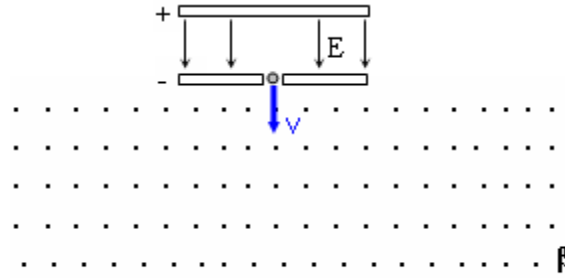


Fig.1

(a) horario	x	(b) antihorario	
-------------	---	-----------------	--

4: Dos alambres rectos y paralelos están separados 12 cm como muestra la Fig 2. Por el conductor inferior 2 circula una corriente de 15 A en el sentido indicado.

(a) ¿Cuál debe ser la intensidad y sentido de la corriente en el conductor 1 para que el campo resultante en C sea nulo? Nota: “saliente” (•) y “entrante” (x)

(a) $I = 3,75 \text{ A}$ (•)	x	(d) $I = 3,75 \text{ A}$ (x)	
(b) $I = 7,50 \text{ A}$ (•)		(e) NRC	
(c) $I = 3,75 \text{ A}$ (x)			

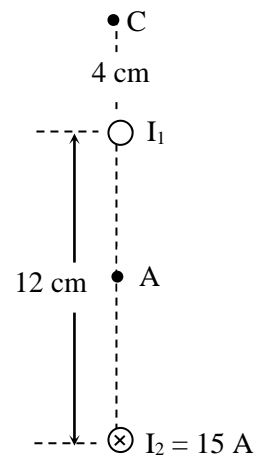


Fig.2

(b) Teniendo en cuenta el valor de intensidad de corriente calculada en el ítem anterior (4.a) diga cuál es el módulo y la dirección del campo magnético en el punto medio A.

(a) $\beta = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}; \theta = 180^\circ$		(d) $\beta = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ T}; \theta = 180^\circ$	
(b) $\beta = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ T}; \theta = 0^\circ$	x	(e) NRC	
(c) $\beta = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}; \theta = 0^\circ$			

5: La espira rectangular de la Fig. 3 transporta una corriente de 15 A en el sentido indicado, se encuentra en una región de campo magnético uniforme de 300 mT paralelo al eje “+ y” y puede girar alrededor del eje z.

(a) El torque magnético con respecto al eje z es aproximadamente igual a:

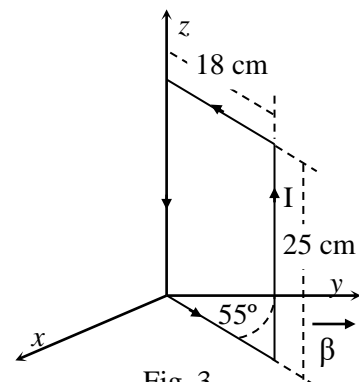


Fig. 3

(a) $\tau = 1,16 \cdot 10^{-1} \text{ Nm}; (-\mu z)$		(d) $\tau = 1,16 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}; (+\mu z)$	
(b) $\tau = 1,16 \cdot 10^{-1} \text{ Nm}; (+\mu z)$	x	(e) NRC	
(c) $\tau = 1,16 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}; (-\mu z)$			

(b). Debido al torque magnético indicado en el ítem anterior la espira rotará hacia:

(a) El eje + x		(c) El eje - z	
(b) El eje + y	x	(d) NRC	

AUTOEVALUACIÓN II: CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS ESTÁTICOS Y DEPENDIENTES DEL TIEMPO - CORRECCIÓN

Nota: Señala la **ÚNICA** respuesta correcta. Utiliza la abreviatura NRC (Ninguna Respuesta es Correcta) cuando creas que ninguna de las respuestas dadas es adecuada

1. Un cilindro de radio igual a 30 cm y 80 cm de altura tiene una densidad lineal de carga, uniformemente distribuida en su superficie lateral, igual a $4,5 \cdot 10^{-3} \text{ C/cm}$. El campo eléctrico a una distancia perpendicular al eje igual a 50 cm es aproximadamente igual a:

(a) $E = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N/C}$		(d) $E = 2,46 \cdot 10^8 \text{ N/C}$	
(b) $E = 1,62 \cdot 10^{10} \text{ N/C}$	x	(e) NRC	
(c) $E = 1,35 \cdot 10^9 \text{ N/C}$			

2. En el circuito de la Fig. 1, si el interruptor S está abierto, la capacitancia equivalente es:

(a) $C_{eq} = 3,0 \mu\text{F}$		(d) $C_{eq} = 6,0 \mu\text{F}$	x
(b) $C_{eq} = 8,0 \mu\text{F}$		(e) NRC	
(c) $C_{eq} = 9,0 \mu\text{F}$			

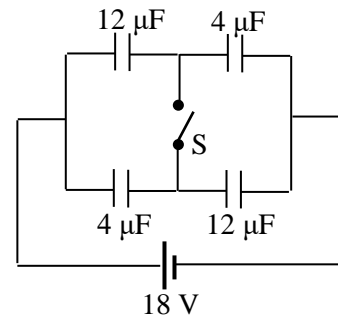


Fig.1

3. En el circuito de la Fig. 1, si el interruptor S está cerrado, la capacitancia equivalente es:

(a) $C_{eq} = 3,0 \mu\text{F}$		(d) $C_{eq} = 6,0 \mu\text{F}$	
(b) $C_{eq} = 8,0 \mu\text{F}$	x	(e) NRC	
(c) $C_{eq} = 9,0 \mu\text{F}$			

4. En el circuito de la Fig.2 la diferencia de potencial en la resistencia de 7Ω es:

(a) $V = 7,0 \text{ V}$		(d) $V = 2,0 \text{ V}$	
(b) $V = 14,0 \text{ V}$	x	(e) NRC	
(c) $V = 10,0 \text{ V}$			

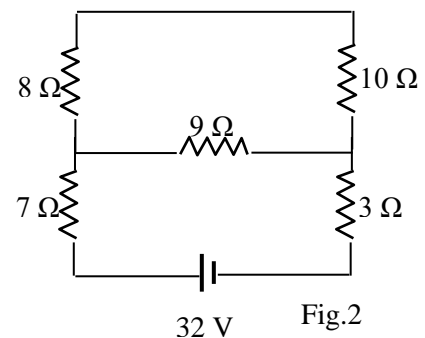


Fig.2

5. En el circuito de la Fig.3 la diferencia de potencial entre los puntos a y b es:

(a) $V_{ab} = -2,34 \text{ V}$		(d) $V_{ab} = 5,26 \text{ V}$	
(b) $V_{ab} = 7,52 \text{ V}$		(e) NRC	
(c) $V_{ab} = -1,70 \text{ V}$	x		

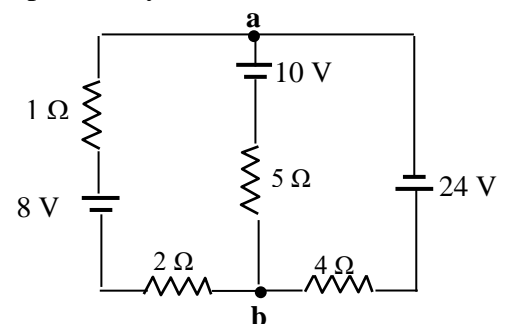


Fig.3

6. Una bobina con una inductancia de 50 H y una resistencia de 25 Ω se conecta en serie de pronto con una batería ideal sin resistencia interna que tiene una fem de 100 V. Luego trascurrido un segundo de la conexión, la corriente es aproximadamente igual a:

(a) $I = 1,57$ A	x	(d) $I = 4,00$ A	
(b) $I = 2,52$ A		(e) NRC	
(c) $I = 3,60$ A			

7. Una resistencia de 120 k Ω y un condensador de 30 μ F se conectan en serie a una fuente de tensión de 240 V. Después que el capacitor se cargó completamente, se desconecta la fuente. El tiempo trascurrido desde la desconexión hasta que la carga disminuye hasta tres cuartos de su valor máximo es aproximadamente igual a:

(a) $t = 5,25$ s		(d) $t = 0,71$ s	
(b) $t = 1,04$ s	x	(e) NRC	
(c) $t = 0,96$ s			

8: En un circuito en serie RLC la tensión en el capacitor es: $V_C = 16 \text{ sen } 2250 t$ V y los valores de los elementos son: $R = 20 \Omega$, $L = 15$ mH y $C = 60 \mu$ F. La tensión máxima total V_{OT} es:

(a) $V_{OT} = 26,40$ V		(d) $V_{OT} = 83,15$ V	
(b) $V_{OT} = 54,25$ V		(e) NRC	
(c) $V_{OT} = 71,28$ V	x		

9. Un circuito serie con $R = 15 \Omega$, $L = 10$ mH y $C = 50 \mu$ F tiene aplicada una tensión cosenoidal de frecuencia variable. Si la corriente está adelantada $7\pi/36$ con respecto a la tensión, la frecuencia es:

(a) $\omega = 3056$ rad/s		(d) $\omega = 985$ rad/s	x
(b) $\omega = 2035$ rad/s		(e) NRC	
(c) $\omega = 1250$ rad/s			

10. Una resistencia $R = 25 \Omega$ y una cierta bobina L se unen en serie. La tensión medida en los bornes de la resistencia es $V_R = 50 \text{ sen } (2000 t + \pi/9)$ V. Si la corriente está atrasada $\pi/4$ respecto a la tensión, el valor de la inductancia de la bobina es:

(a) $L = 10,0$ mH		(d) $L = 2,00$ mH	
(b) $L = 12,5$ mH	x	(e) NRC	
(c) $L = 5,0$ mH			

AUTOEVALUACIÓN III: ÓPTICA GEOMÉTRICA Y FÍSICA – CORRECCIÓN

Nota: Señala la **ÚNICA** respuesta correcta. Utiliza la abreviatura NRC (Ninguna Respuesta es Correcta) cuando creas que ninguna de las respuestas dadas es adecuada. Entregue la resolución.

1. La Fig. 1 ilustra un sección transversal de un bloque de vidrio ($n = 1,50$) rodeado de aire. Un rayo de luz entra al bloque por la cara izquierda con un ángulo de incidencia θ_i y vuelve a salir al aire por la cara derecha con una dirección paralela a la base del bloque. El ángulo de incidencia es aproximadamente igual a:

(a) $\theta_i = 12,9^\circ$		(d) $\theta_i = 25,8^\circ$	x
(b) $\theta_i = 14,3^\circ$		(e) NRC	
(c) $\theta_i = 17,7^\circ$			

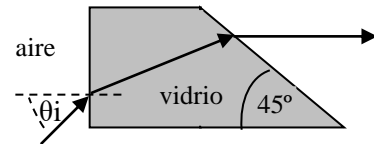


Fig.1

2. Un submarino está a 300 m de la costa en dirección horizontal y a 100 m por debajo de la superficie del agua ($n_{\text{agua}} = 1,33$). Se envía un haz de láser desde el submarino de tal manera que incide en un punto, contenido en la recta que separa el agua y el aire ($n_{\text{aire}} = 1$), situado a 210 m de la costa. El haz alcanza exactamente la parte superior de un edificio que está a la orilla del agua. La altura del edificio es aproximadamente igual a:

(a) $h = 440$ m		(d) $h = 147$ m	
(b) $h = 242$ m		(e) NRC	x
(c) $h = 178$ m			

3. Un rayo que se propaga por el aire incide con ángulo de 30° en una lámina de caras paralelas de vidrio ($n = 1,5$) de 3 cm de espesor. El desplazamiento lateral entre el rayo incidente y el rayo refractado emergente es aproximadamente igual a:

(a) $d = 5,8 \cdot 10^{-3}$ m	x	(d) $d = 1,45 \cdot 10^{-2}$ m	
(b) $d = 7,9 \cdot 10^{-3}$ m		(e) NRC	
(c) $d = 4,2 \cdot 10^{-3}$ m			

4. El rostro de un hombre está 30 cm frente a un espejo cóncavo para afeitarse que crea una imagen derecha 1,5 veces más grande que el objeto. La distancia focal del espejo es aproximadamente igual a:

(a) $f = 12$ cm		(d) $f = 90$ cm	x
(b) $f = 18$ cm		(e) NRC	
(c) $f = 70$ cm			

5. La llama de una vela encendida está situada a 2,1 m de la pared de una tienda de campaña. Una lente forma una imagen de la llama en la pared, de forma que la imagen es invertida y aumentada seis veces. La distancia focal de la lente es igual a:

(a) $f = + 25,71$ cm	x	(d) $f = - 36,00$ cm	
(b) $f = + 36,00$ cm		(e) NRC	
(c) $f = - 25,71$ cm			

6. Se pretende formar una imagen a 20 cm de una lente divergente de distancia focal igual a 30 cm. El objeto se debe colar a una distancia de la lente igual a:

(a) $p = 30$ cm		(d) $p = 60$ cm	x
(b) $p = 40$ cm		(e) NRC	
(c) $p = 50$ cm			

7. Dos lentes convergentes delgadas se colocan a 37,5 cm una de la otra y tienen el mismo eje óptico. La primera lente tiene una longitud focal de 5 cm y la segunda de 10 cm. Un objeto de 2 cm de altura se coloca a 7 cm de L_1 . El aumento total del sistema óptico centrado es aproximadamente igual a:

(a) $M_T = + 5,0$		(d) $M_T = - 2,5$	
(b) $M_T = + 2,5$	x	(e) NRC	
(c) $M_T = -5,0$			

8. Se lleva a cabo un experimento de Young con luz láser. La distancia entre el plano que contiene las rendijas y el de observación es de 3,00 m. La separación entre las dos rendijas es de 1,7 mm y el patrón de interferencia muestra el primer máximo a 1,12 mm de la banda central luminosa. La longitud de onda de la luz del láser esa aproximadamente igual a:

(a) $\lambda = 4270 \text{ \AA}$		(d) $\lambda = 6350 \text{ \AA}$	x
(b) $\lambda = 5360 \text{ \AA}$		(e) NRC	
(c) $\lambda = 5870 \text{ \AA}$			

9. En una experiencia de anillos de Newton, el radio de curvatura de la lente es de 4,5 m y su diámetro de 4 cm. Se introduce el dispositivo en el agua ($n=1,33$) y se ilumina con una fuente luminosa de 6000 \AA . El número total de anillos que se aprecian es:

(a) $n^\circ_T = 99$		(d) $n^\circ_T = 71$	
(b) $n^\circ_T = 97$		(e) NRC	x
(c) $n^\circ_T = 73$			

10. Una rendija de 1,1 mm se ilumina con luz roja de longitud de onda igual a 633 nm. El espectro de difracción se observa en el plano focal de una lente convergente de distancia focal igual a 758 mm. La posición lineal del primer mínimo es aproximadamente igual a:

(a) $x_{1^\circ b} = 6,54 \cdot 10^{-4}$ m		(d) $x_{1^\circ b} = 4,36 \cdot 10^{-3}$ m	
(b) $x_{1^\circ b} = 4,36 \cdot 10^{-4}$ m	x	(e) NRC	
(c) $x_{1^\circ b} = 6,54 \cdot 10^{-3}$ m			

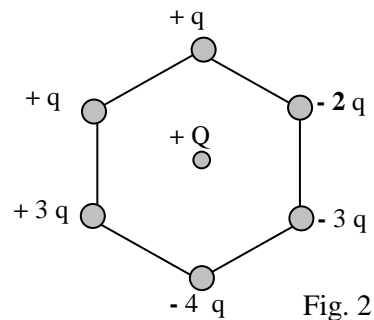
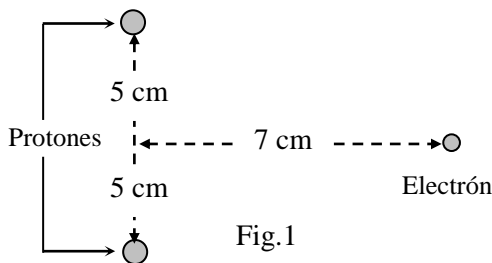
CAPÍTULO 8: PROBLEMAS ADICIONALES

Interacción Eléctrica

1: Dos cargas puntuales A y B, con cargas $+q$ y $-q$ respectivamente, se colocan a cierta distancia entre sí, siendo F la fuerza que actúa entre ellas. Si un 25% de la carga de A se transfiere a B manteniéndolas a la misma distancia, ¿cómo es ahora la nueva fuerza F' en función de F ?

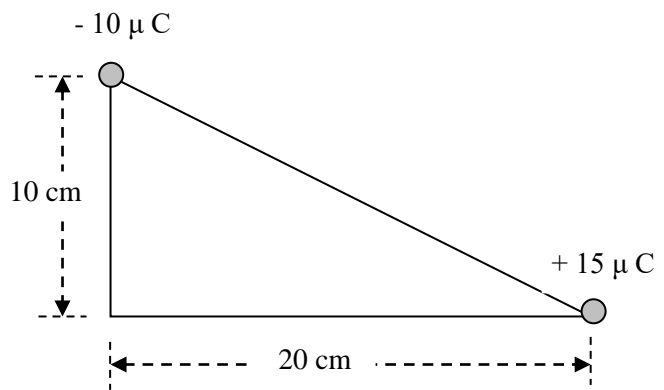
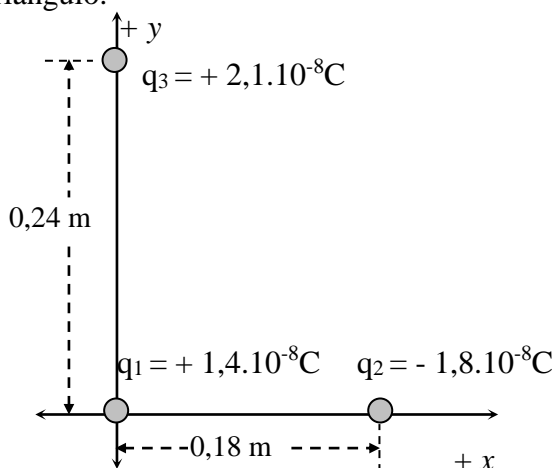
2: Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza electrostática sobre el electrón en la Fig.1.

3: Se mantienen seis cargas en los vértices de un hexágono regular, como se muestra en la Fig.2.figura. Si la magnitud de la fuerza aplicada por $+Q$ sobre la carga $+q$ es F , y si la fuerza eléctrica neta sobre la $+Q$ es nF , encuentre el valor de n .



4: La carga $q_1 = 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ se coloca en el origen. Las cargas $q_2 = -1,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ y $q_3 = 2,1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ se colocan en los puntos $(0,18 \text{ m}; 0 \text{ m})$ y $(0 \text{ m}; 0,24 \text{ m})$ respectivamente, como muestra la Fig. 3. Determine la fuerza electrostática neta (magnitud y dirección) sobre la carga q_3 .

5: Dos cargas puntuales se colocan en dos de los vértices de un triángulo, como muestra la Fig. 4. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico en el tercer vértice del triángulo.



6: Se disponen tres cargas de 10 nC en tres de los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Determine en el centro del cuadrado: **(a)** el módulo, la dirección y el sentido del vector campo eléctrico; y **(b)** el potencial eléctrico.

7: Una carga de $+3 \text{ mC}$ y una carga de -4 mC están fijas y la distancia entre ellas es de 5 m .
(a) ¿Dónde puede colocarse una carga de $+7 \text{ mC}$ de modo que la fuerza neta sobre ella sea cero?
(b) ¿Dónde puede colocarse una carga de -7 mC de modo que la fuerza neta sobre ella sea cero?

8: Dos cargas puntuales están ubicadas en dos vértices de un rectángulo, como muestra la Fig. 5. **(a)** ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto A? **(b)** ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos A y B?

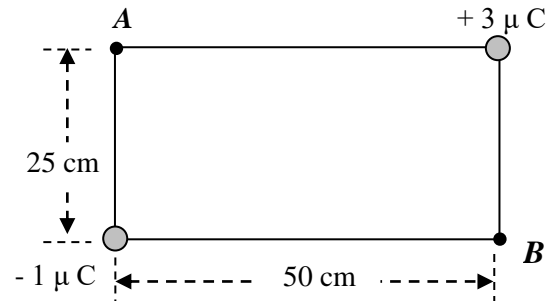


Fig.5

9: Una carga puntual de $+1,6 \text{ nC}$ está colocada en el vértice superior izquierdo de un cuadrado de 1 m de lado, y una carga de $-2,4 \text{ nC}$ está colocada en el vértice inferior derecho del mismo cuadrado. ¿Cuál es el campo eléctrico (módulo y dirección) en el vértice superior derecho?

10: Una carga puntual de valor q ocupa la posición $(0; 0)$ en el plano xy en el vacío. En un punto A del eje x el potencial es: $V = -120 \text{ V}$ y el campo eléctrico es: $E = 80 \text{ N/C}$, a lo largo del eje x apuntando en sentido negativo. Si las coordenadas están dadas en metros, calcule: **(a)** la posición del punto A y el valor de la carga q ; **(b)** el trabajo necesario para llevar un electrón desde el punto B $(2; 2)$ hasta el punto A.

11: Se crea un campo eléctrico uniforme de intensidad $6 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ entre dos láminas metálicas planas y paralelas que distan entre sí $2,5 \text{ cm}$. Calcule: **(a)** La aceleración a la que está sometido un electrón situado en dicho campo. **(b)** Si el electrón parte del reposo de la lámina negativa, ¿con qué velocidad llegará a la lámina positiva?

12: Un protón se acelera a partir del reposo en un campo eléctrico uniforme de 640 N/C . Poco tiempo después su rapidez es de $1,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. **(a)** Determine la aceleración del protón. **(b)** ¿En qué intervalo de tiempo el protón alcanza esta rapidez? **(c)** ¿Qué distancia recorre en ese intervalo de tiempo? **(d)** ¿Cuál es su energía cinética al final de este intervalo?

13: Cuatro cargas puntuales de $+8 \mu\text{C}$, $-1 \mu\text{C}$, $-1 \mu\text{C}$ y $+8 \mu\text{C}$ están ubicadas en los puntos $-\sqrt{27/2}$, $-\sqrt{3/2}$, $+\sqrt{3/2}$ y $+\sqrt{27/2}$ respectivamente sobre el eje y . Una partícula de masa $m = 6 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ y carga $+0,1 \mu\text{C}$ se mueve sobre el eje x . Si llamamos v_0 a la velocidad de la partícula en un punto infinitamente alejado ($x = +\infty$) **(a)** encuentre el mínimo valor que debe tener v_0 para que la partícula cruce por el origen de coordenadas. **(b)** Calcule también cuál será en ese caso su energía cinética en dicho origen. Desprecie los efectos de la gravedad.

14: Dos cargas puntuales e iguales de valor $+2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, están situadas respectivamente en los puntos $(0; 8)$ y $(6; 0)$. Si las coordenadas están expresadas en metros, determine: **(a)** el campo eléctrico en el origen de coordenadas $(0; 0)$; **(b)** el trabajo que es necesario realizar para llevar una carga $q = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto P $(3,4)$, punto medio del segmento que une ambas cargas, hasta el origen de coordenadas.

15: Se proyectan varios protones con una rapidez inicial $v_0 = 9,55 \text{ km/s}$ desde una región libre de campo y, a través de un plano, hacia adentro de una región donde está presente un campo eléctrico uniforme $E = 720 \text{ N/C}$ dirigido hacia abajo, como se muestra en la Fig. 6. El vector de velocidad inicial de los protones forma un ángulo θ con el plano.

Los protones deben alcanzar un objetivo que se encuentra a una distancia horizontal de $R = 1,27 \text{ mm}$ del punto por donde los protones atraviesan el plano y entran en el campo eléctrico. Encontrar el ángulo θ con el que los protones deben pasar a través del plano para dar en el blanco.

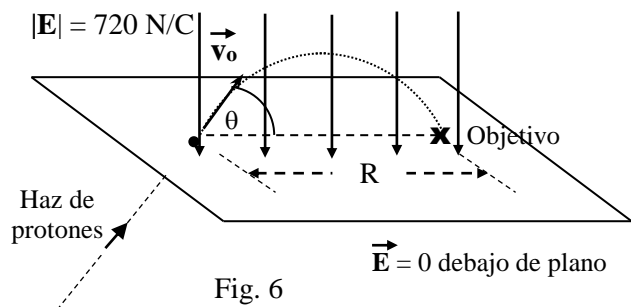


Fig. 6

Interacción Magnética

1: Un laboratorio electromagnético produce un campo magnético de magnitud $1,5 \text{ T}$. Un protón se mueve a través de este campo con una rapidez de $6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. **(a)** Calcule la magnitud de la fuerza magnética máxima que podría ser ejercida sobre el protón. **(b)** ¿Cuál es la magnitud de la aceleración máxima del protón? **(c)** ¿El campo ejerce la misma fuerza magnética sobre un electrón que se mueve a través del campo con la misma rapidez? **(d)** ¿Los electrones experimentan la misma aceleración? Explique.

2: Un protón que se mueve con rapidez $v = 2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ en una región de espacio libre abruptamente entra a un campo magnético en uniforme $\beta = 0,85 \text{ T}$ perpendicular a la velocidad. Si el protón entra a la región del campo magnético en un ángulo de 45° , como se muestra en la Fig. 7, **(a)** ¿con qué ángulo θ sale? y **(b)** ¿cuál es la distancia x entre en punto de ingreso y punto de egreso del campo?

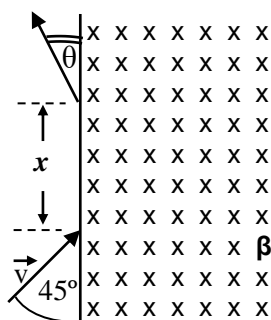


Fig.7

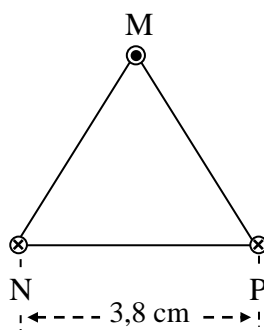


Fig. 8

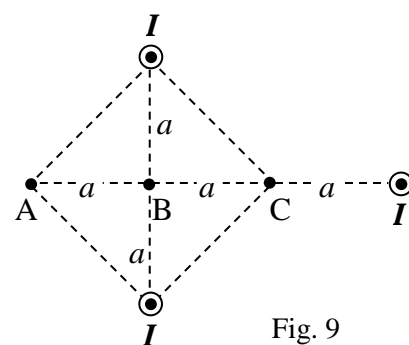


Fig. 9

3: Tres largos alambres paralelos están en los vértices de un triángulo equilátero, a $3,8 \text{ cm}$ uno de otro. La corriente en cada alambre es de 8 A , pero su dirección en el alambre M es opuesta a la de los alambres N y P, como se muestra en la Fig.8. Determine el campo magnético resultante en el punto medio del lado MN, en módulo y dirección.

4: Tres largos conductores paralelos transportan corrientes iguales de 2 A saliendo de la página, como se muestra en la Fig. 9. **(a)** Determine la magnitud y la dirección del campo magnético en los puntos A, B y C si $a = 1 \text{ cm}$. **(b)** Si en el punto C, un electrón se mueve con una velocidad de $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ hacia la derecha, calcule la fuerza (módulo y dirección) que actúa sobre el mismo.

5: Un haz de iones pasa a través del selector de velocidades de un espectrómetro de masas que tiene un campo eléctrico de $1,4 \cdot 10^5$ N/C. **(a)** Si los iones que salen del selector tienen una velocidad de $2 \cdot 10^3$ m/s, ¿cuánto vale el campo magnético en el selector? **(b)** El campo magnético en la región de curvatura vale 1 T. ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por un ion He^+ de carga $+e$ y masa $6,68 \cdot 10^{-27}$ kg?

6: En un espectrómetro de masas, el selector de velocidades tiene un campo eléctrico de 10^5 N/C y un campo magnético de 0,6 T, y el campo magnético de la región de curvatura vale 0,8 T. **(a)** ¿Cuál es la velocidad de los iones que pasan a través del selector de velocidades? **(b)** Hallar la separación espacial de los iones de los isótopos neón-20 y neón-22, con una carga $+e$, después de haber descrito media circunferencia.

7: Las masas (en uma) de cada isótopo se corresponde con su número másico (1 uma = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg). Tres iones de igual carga ingresan a un espectrómetro de masa de Bainbridge en el cual se encuentra un campo magnético de 0,3 T tanto en el selector de velocidades como en la región de separación. Las líneas de detección sobre la placa fotográfica entre los iones son de $4,4 \cdot 10^{-40}$ m. El primero de los iones es el ^{12}C y el último en impactar el ^{16}O . **(a)** ¿Cuál es la masa del ión ubicado entre el C y el O? (suponer que las masas son en uma iguales al número másico indicado como superíndice a la izquierda del símbolo químico). **(b)** ¿A qué potencial deben ajustarse las placas del selector de velocidad separadas 126 mm para que esto ocurra? **(c)** Esquematizar el espectrómetro indicando: ϵ , \mathbf{F}_e , \mathbf{F}_β , \mathbf{v} y r .

8: En un espectrómetro de masas, dos iones con masa y rapidez idénticas se aceleran en dos arcos semicirculares diferentes. El arco del ion A tiene un radio de 25 cm y el radio del arco de B mide 50 cm. ¿Qué podría decirse acerca de sus cargas netas?

- (a)** $q_A = q_B$,
- (b)** $q_A = 2q_B$,
- (c)** no es posible afirmar algo a partir de los datos.

9: En la Fig. 10 se ilustra una especie de “lanza-proyectiles”. Una gran corriente se mueve en un lazo cerrado compuesto de rieles fijos, una batería de corriente continua y una barra muy ligera, casi sin fricción, que toca los rieles. Un campo magnético es perpendicular al plano del circuito. Si la barra tiene una longitud $L = 22$ cm, una masa de 1,5 g y se coloca en un campo de 1,7 T, **(a)** ¿qué corriente constante se necesita para acelerar la barra desde el reposo hasta 28 m/s en una distancia de 1,0 m? **(b)** ¿En qué sentido debe apuntar el campo magnético?

10: Dos cables rectos, largos y paralelos conducen las corrientes I_1 e I_2 , como se muestra en la Fig. 11. Sabiendo que ambas tienen la misma magnitud de 8 A, determine el campo magnético resultante (módulo y dirección) en los puntos P y W.

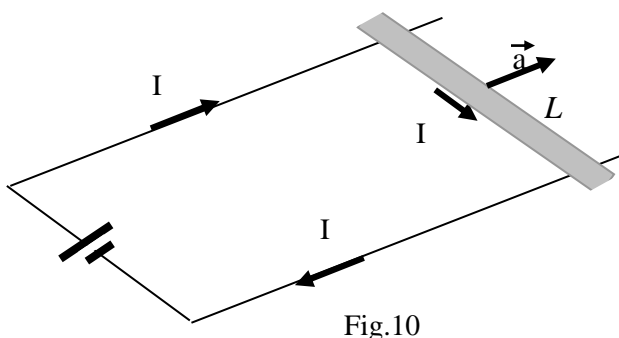


Fig.10

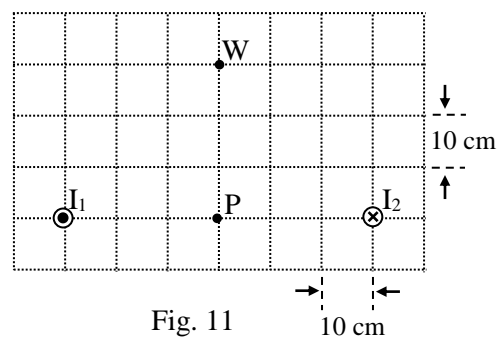


Fig. 11

11: Dos conductores paralelos, rectos e infinitos, son recorridos por corrientes I_1 e I_2 de igual intensidad 10 A y sentidos opuestos como indica la Fig.12. Un protón es "disparado" desde el punto A con una velocidad $v_0 = 1,6 \cdot 10^6$ m/s en dirección paralela a los conductores y en el plano que los contiene. Calcule la fuerza magnética (módulo y dirección) sobre el protón en ese punto.

12: La espira rectangular de la Fig. 13 puede girar libremente alrededor del eje y, y lleva una corriente de 10 A en la dirección indicada. S existe un campo magnético de 0,2 T paralelo al eje x calcular: (a) las fuerzas sobre cada lado y (b) el torque resultante; e (c) indicar el sentido de giro alrededor del eje y.

13: Una bobina de alambre que consta de 40 bucles rectangulares, con ancho 16 cm y altura 30 cm, está colocada en un campo magnético constante dado por $\beta = 0,065 \mu x + 0,250 \mu z$. La bobina está articulada a una barra delgada a lo largo del eje y (a lo largo del segmento da en la Fig. 14) y originalmente está ubicada en el plano xy. Por el alambre circula una corriente de 0,2 A. Calcular (en módulo y dirección): (a) la fuerza sobre el lado bc y (b) el torque sobre la espira. (Sugerencia: recuerde que puede calcular el módulo del campo magnético y el ángulo forma con el eje x y/o el eje y)

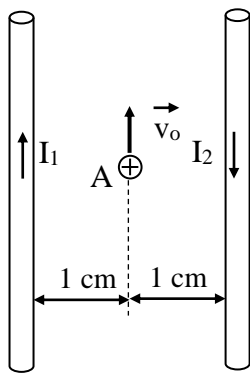


Fig.12

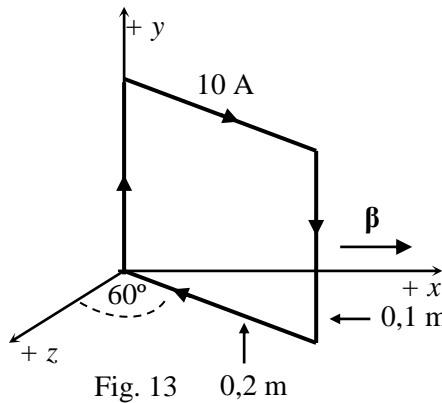


Fig. 13

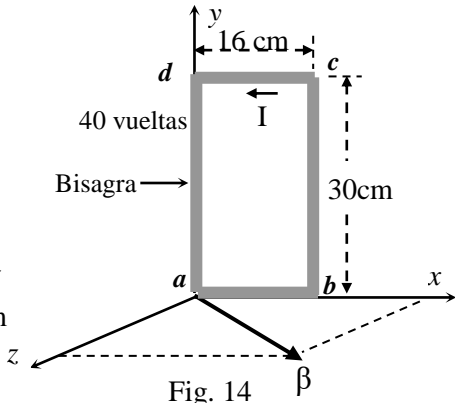


Fig. 14

14: Los dos cables mostrados en la Fig. 15 están separados por $d = 10$ cm y llevan corrientes de $I = 5$ A en direcciones opuestas. Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético neto: (a) en el punto medio entre los alambres; (b) en el punto P_1 , a la distancia d a la derecha del alambre derecho, y (c) en el punto P_2 , a la distancia $2d$ a la izquierda del alambre izquierdo.

15: Un campo magnético ejerce un torque sobre cada uno de los circuitos portadores individuales de corriente de alambre que se muestran en la Fig.16, de forma rectangular, circular y triangular, respectivamente. Los circuitos se encuentran en el plano xy, cada uno con la misma magnitud de corriente, y un campo magnético uniforme apunta en la dirección x positiva. Clasifique de mayor a menor los circuitos por la magnitud del torque ejercido sobre ellos por el campo.

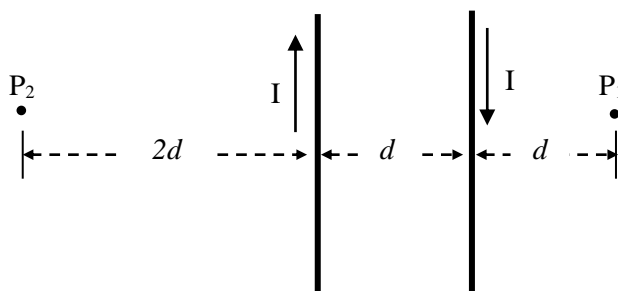


Fig.15

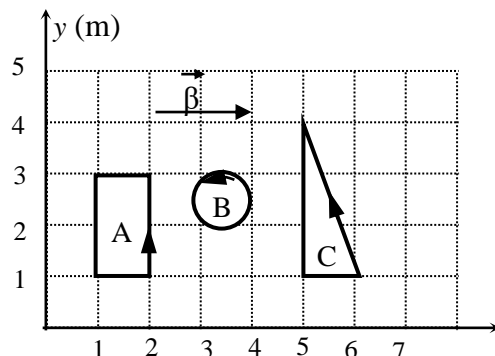


Fig. 16

16: Un conductor muy largo conduce una corriente eléctrica de 5 A, y comparte el mismo plano vertical con una espira rectangular con una corriente de 4 A como señala la Fig. 17. ¿Qué peso deberá tener la espira para que se mantenga en equilibrio en la posición mostrada?

17: Suponga que la región a la derecha de cierto plano vertical contiene un campo magnético vertical de 1 mT de magnitud y el campo es cero en la región a la izquierda del plano como muestra la Fig.18. Un electrón, que originalmente viaja perpendicular al plano frontera, pasa a la región del campo. **(a)** Determine el intervalo de tiempo requerido para que el electrón salga de la región “plena de campo”, y note que su trayectoria es un semicírculo. **(b)** Encuentre la energía cinética del electrón si supone que la máxima profundidad de penetración horizontal en el campo es 2 cm.

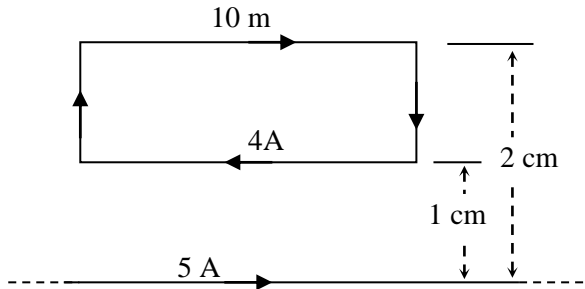


Fig. 17

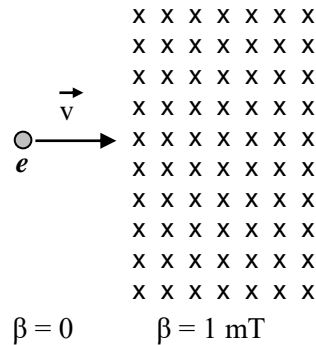


Fig.18

Campos Electromagnéticos Estáticos

1. Una corteza esférica conductora hueca tiene un radio interno de 8,00 cm y un radio externo de 10,0 cm. El campo eléctrico en la superficie interna de la corteza, E_i , tiene una magnitud de 80,0 N/C y apunta hacia el centro de la esfera, y el campo eléctrico en la superficie externa, E_o , tiene una magnitud de 80,0 N/C y se aleja del centro de la esfera (vea la Fig. 19). Determine la magnitud de la carga sobre la superficie interna y la superficie externa de la corteza esférica.

2. Una esfera metálica hueca tiene radios interior y exterior de 20,0 cm y 30,0 cm, respectivamente. Como se muestra en la Fig. 20, una esfera metálica sólida de radio 10,0 cm está colocada en el centro de la esfera hueca. Se encuentra que el campo eléctrico en un punto P a una distancia de 15,0 cm del centro es $E_1 = 1 \cdot 10^4$ N/C, dirigido radialmente hacia dentro. En el punto Q, a una distancia de 35,0 cm del centro, se encuentra que el campo eléctrico es $E_2 = 1 \cdot 10^4$ N/C, dirigido radialmente hacia fuera. Determine la carga total sobre **(a)** la superficie de la esfera interna, **(b)** la superficie interna de la esfera hueca y **(c)** la superficie externa de la esfera hueca.

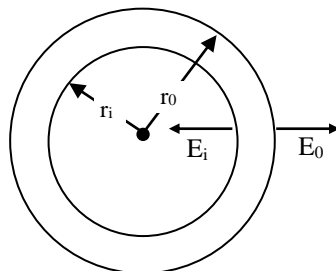


Fig. 19

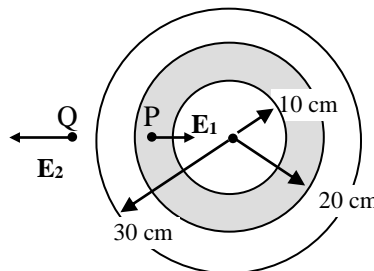


Fig. 20

3. Entre los dos cilindros conductores colineales que se muestran en la Fig. 21 se aplica una diferencia de potencial de 100 V. El radio del cilindro exterior es 15,0 cm, el radio del cilindro interior es 10,0 cm y la longitud de los dos cilindros es 40,0 cm. (a) ¿Cuánta carga se aplica a cada uno de los dos cilindros? (b) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico entre los dos cilindros?

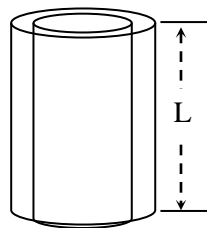


Fig. 21

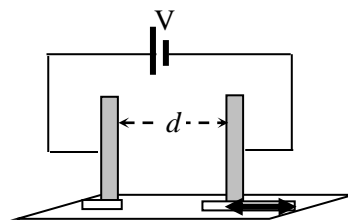


Fig. 22

4. Un capacitor consta de dos placas paralelas, pero una puede moverse con respecto a la otra como se muestra en la Fig.22. Entre las placas hay aire que llena este espacio, y la capacitancia es 32,0 pF cuando la separación entre las placas es $d = 0,500$ cm. (a) A las placas se conecta una batería con diferencia de potencial $V = 9,0$ V. ¿Cuál es la distribución de carga, σ , sobre la placa izquierda? ¿Cuáles son la capacitancia, C' , y la distribución de carga, σ' , cuando d cambia a 0,250 cm? (b) Con $d = 0,500$ cm, la batería se desconecta de las placas. Luego, éstas se mueven de modo que $d = 0,250$ cm. ¿Cuál es la diferencia de potencial V' , entre las placas?

5. Las placas de un capacitor de placas paralelas A constan de dos discos metálicos del mismo radio, $R_1 = 4,00$ cm, separados por una distancia $d = 2,00$ mm, como se muestra en la Fig.23. (a) Calcule la capacitancia de este capacitor de placas paralelas donde el espacio entre las placas está lleno de aire. (b) Un dieléctrico en forma de cilindro con pared gruesa y radio exterior $R_1 = 4,00$ cm, radio interior $R_2 = 2,00$ cm, altura $d = 2,00$ mm y constante dieléctrica $k = 2,00$ se coloca entre las placas, en forma coaxial con éstas, como ilustra la Fig. xx. Calcule la capacitancia del capacitor B con este dieléctrico. (c) El cilindro dieléctrico se retira, y en su lugar se coloca un disco sólido de radio R_1 hecho del mismo dieléctrico para formar el capacitor C, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la nueva capacitancia?

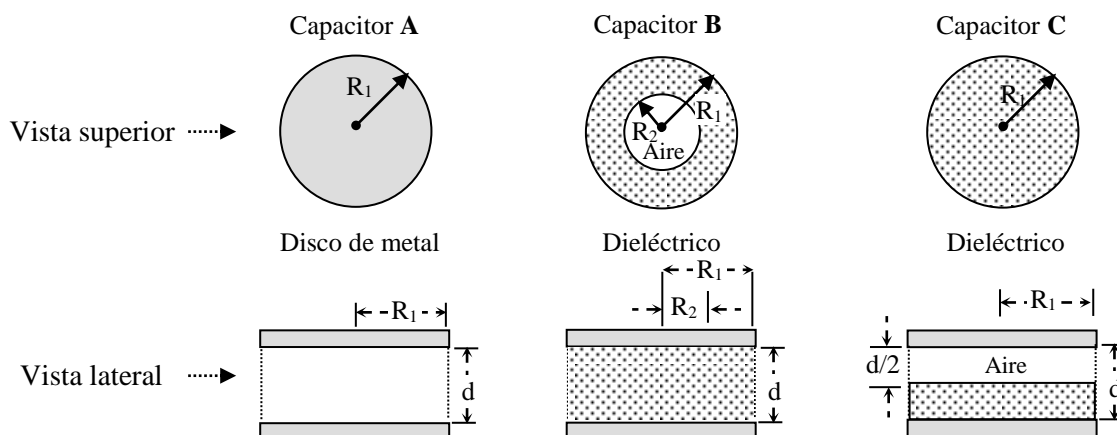


Fig. 23

6. Las placas de un capacitor cuadrado de placas paralelas miden $L = 10,0$ cm por lado y están separadas por una distancia $d = 2,5$ mm, como muestra la Fig. 24. El capacitor se carga por medio de una batería con diferencia de potencial $V_0 = 75,0$ V; luego, la batería se desconecta. (a) Determine la capacitancia, C_0 , y la energía potencial eléctrica, E_{p0} , almacenada en el capacitor en este punto. (b) Luego se inserta una plancha de plexiglás ($k = 3,4$) de modo que tres cuartas partes del volumen ocupa entre las placas, como se ilustra en la Fig. 24 determine la nueva capacitancia, C' , la nueva diferencia de potencial entre las placas V' y la nueva energía potencial eléctrica, $E_{p'}$, almacenada en el capacitor.

7. Seis capacitores están conectados como se muestra en la Fig. 25. (a) Si $C_3 = 2,3$ nF, ¿cuál debe ser C_2 para producir una capacitancia equivalente de $5,000$ nF para la combinación de los dos capacitores? (b) Para los mismos valores de C_2 y C_3 que en el inciso a), ¿cuál es el valor de C_1 que proporcionará una capacitancia equivalente de $1,914$ nF para la combinación de los tres capacitores? (c) Para los mismos valores de C_1 , C_2 y C_3 que en el inciso b), ¿cuál es la capacitancia equivalente de todo el conjunto de capacitores si los valores de las otras capacitancias son $C_4 = 1,3$ nF, $C_5 = 1,7$ nF y $C_6 = 4,7$ nF? (d) Si una batería con una diferencia de potencial de $11,77$ V se conecta a los capacitores mostrados en la figura mencionada, ¿cuál es la carga total sobre los seis capacitores? (e) ¿Cuál es la caída de potencial a través de C_5 en este caso?

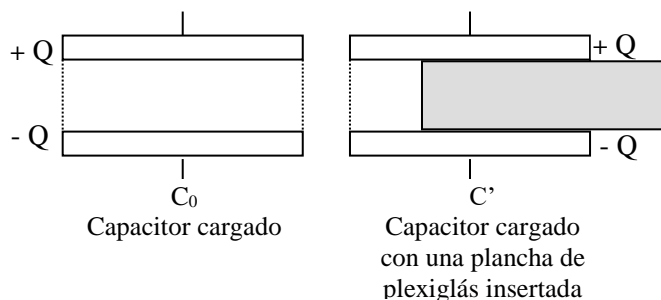


Fig. 24

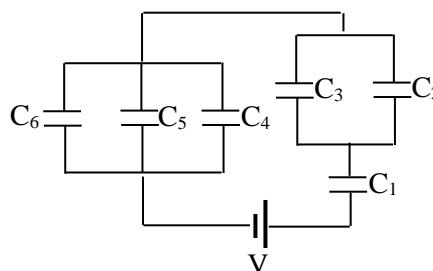


Fig. 25

8. Una diferencia de potencial de $V = 80,0$ V se aplica a través de un circuito con capacitancias $C_1 = 15,0$ nF, $C_2 = 7,00$ nF y $C_3 = 20,0$ nF, como muestra la Fig. 26. (a) ¿Cuáles son la magnitud y el signo de q_{3l} , la carga sobre la placa izquierda de C_3 (marcada por el punto A)? (b) ¿Cuál es el potencial eléctrico, V_3 , a través de C_3 ? (c) ¿Cuáles son la magnitud y el signo de la carga q_{2r} , sobre la placa derecha de C_2 (marcada por el punto B)?

9. Un circuito con cuatro capacitores se carga por medio de una batería, como muestra la Fig. 27. Las capacitancias son $C_1 = 1,0$ mF, $C_2 = 2,0$ mF, $C_3 = 3,0$ mF y $C_4 = 4,0$ mF, y el potencial de la batería es $V_B = 1,0$ V. Cuando el circuito está en equilibrio, el punto D tiene un potencial $V_D = 0$ V. ¿Cuál es el potencial, V_A , en el punto A?

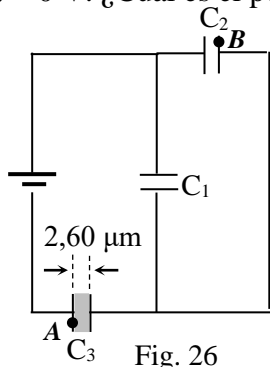


Fig. 26

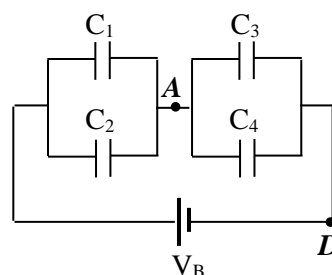


Fig. 27

10. Para el circuito mostrado en la Fig. 28, $R_1 = 6,00 \Omega$, $R_2 = 6,00 \Omega$, $R_3 = 2,00 \Omega$, $R_4 = 4,00 \Omega$, $R_5 = 3,00 \Omega$, y la diferencia de potencial es $12,0 \text{ V}$. (a) ¿Cuál es la resistencia equivalente para el circuito? (b) ¿Cuál es la corriente que pasa por R_5 ? (c) ¿Cuál es la caída de potencial a través de R_3 ?

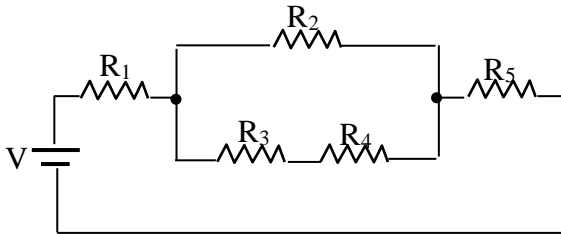


Fig. 28

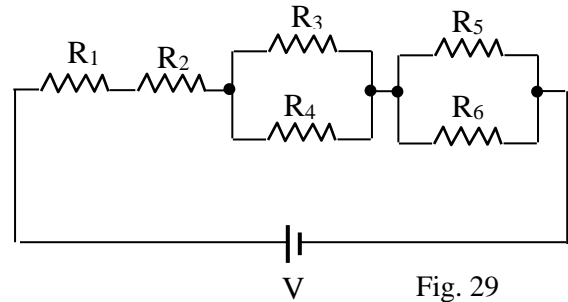


Fig. 29

12. En el circuito que se muestra en la Fig. 30, $R_1 = 3,00 \Omega$, $R_2 = 6,00 \Omega$, $R_3 = 20,0 \Omega$, y $V_{fem} = 12,0 \text{ V}$. (a) Determine un valor para la resistencia equivalente. (b) Calcule la magnitud de la corriente que fluye a través de R_3 en la rama superior del circuito (marcada con una flecha vertical).

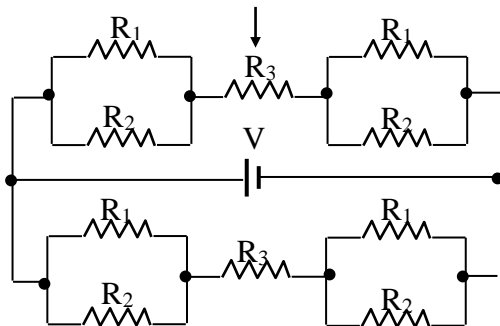


Fig. 30

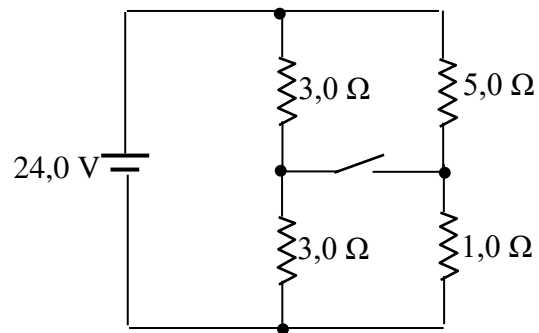


Fig. 31

14. En el circuito de la Fig. 32, determine las intensidades de corrientes de cada rama.

15. ¿Cuál es la corriente que atraviesa la rama AB de la Fig. 33?

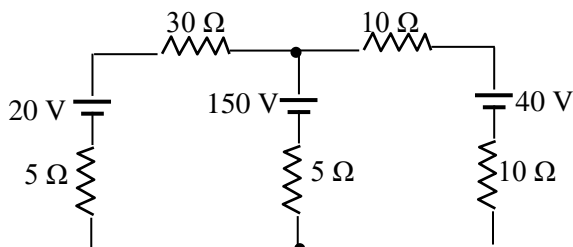


Fig. 32

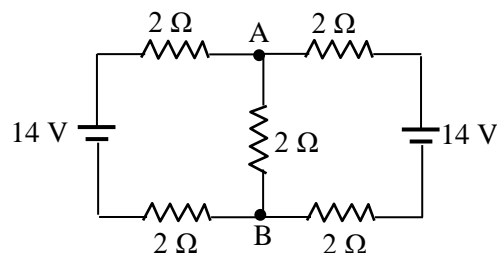


Fig. 33

16. En el puente de Wheatstone, ilustrado en la Fig. 34, las resistencias conocidas son $R_1 = 8,00 \Omega$, $R_4 = 2,00 \Omega$, y $R_5 = 6,00 \Omega$, y la batería tiene $V_{fem} = 15,0 \text{ V}$. La resistencia variable R_2 se ajusta hasta que la diferencia de potencial a través de R_3 es cero ($V = 0$). Encuentre I_2 (la corriente que pasa por el resistor R_2) en este punto.

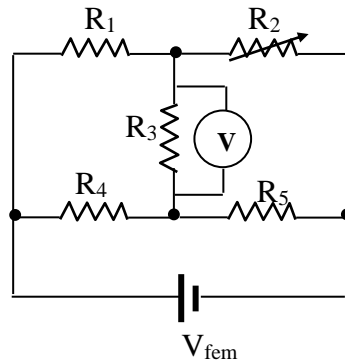


Fig. 34

Campos Electromagnéticos dependientes del Tiempo

1. Un bucle de metal tiene un área de $0,100 \text{ m}^2$ y está colocado horizontalmente sobre el suelo. Hay un campo magnético que apunta hacia el oeste, como indica la Fig. 35. Inicialmente, el campo magnético tiene una magnitud de $0,123 \text{ T}$, que decrece linealmente y en forma continua hasta $0,075 \text{ T}$ durante un periodo de $0,579 \text{ s}$. Encuentre la diferencia de potencial inducida en el bucle durante este tiempo.

2. Un marco rectangular de alambre conductor tiene una resistencia despreciable y ancho w , y está sostenido verticalmente en un campo magnético de magnitud β , como muestra la Fig. 36. Una barra de metal con masa m y resistencia R se coloca a través del marco, manteniendo contacto con éste. Obtenga una expresión para la velocidad terminal de la barra si se deja que ésta caiga libremente a lo largo de este marco empezando a partir del reposo. Ignore la fricción entre los alambres y la barra de metal.

3. Por el alambre recto y largo de la Fig. 37 circula una corriente $i = 1,00 \text{ A}$. Un bucle cuadrado de $10,0 \text{ cm}$ por lado y resistencia de $0,0200 \Omega$ está ubicado a $10,0 \text{ cm}$ del alambre. Luego, se mueve en la dirección x positiva con velocidad $v = 10,0 \text{ cm/s}$. (a) Encuentre la dirección de la corriente inducida en el bucle. (b) Identifique las direcciones de las fuerzas magnéticas que actúan sobre todos los lados del bucle cuadrado. (c) Calcule la dirección y la magnitud de la fuerza neta que actúa en el bucle cuadrado en el instante que comienza a moverse.

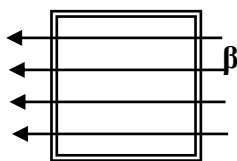


Fig. 35

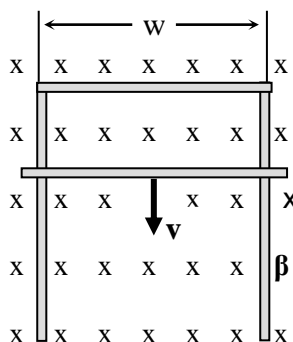


Fig. 36

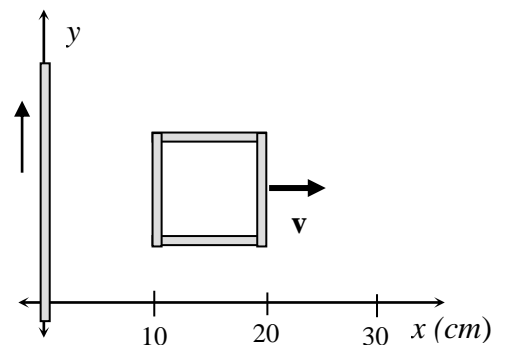


Fig. 37

4. La corriente crece a razón de 3.6 A/s en un circuito RL con $R = 3,25 \Omega$ y $L = 440 \text{ mH}$. ¿Cuál es la diferencia de potencial a través del circuito en el momento en el que la corriente en el circuito es $3,0 \text{ A}$?

5. ¿Cuál es la inductancia en un circuito RL donde $R = 3,00 \text{ k}\Omega$ si la corriente crece hasta la mitad de su valor final en $20,0 \mu\text{s}$?

6. Inicialmente, los interruptores S_1 y S_2 en el circuito en la Fig.38 están abiertos y el capacitor tiene una carga de 100 mC . ¿Cuánto tiempo se requiere después de que se cierra el interruptor S_1 para que la carga sobre el capacitor caiga a $5,00 \text{ mC}$?

7. ¿Cuál es la constante de tiempo para descargar los capacitores en el circuito que muestra la Fig. 39? Si el capacitor de $2,00 \mu\text{F}$ al principio tiene una diferencia de potencial de $10,0 \text{ V}$ a través de sus placas, ¿cuánta carga queda en éste después de que se cierra el interruptor durante un tiempo igual a la mitad de la constante de tiempo?

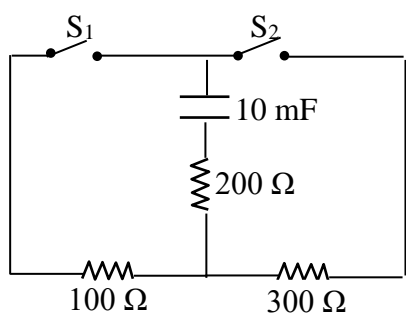


Fig. 38

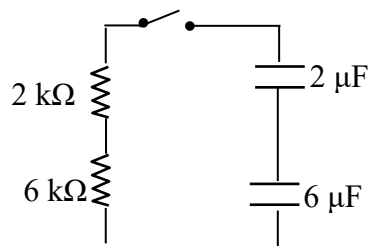


Fig. 39

8. Muchos aparatos electrónicos pueden ser peligrosos aún después de que se han apagado. Considere un circuito RC con un capacitor de $150 \mu\text{F}$ y un resistor de $1 \text{ M}\Omega$ conectados a una fuente de alimentación de 200 V durante mucho tiempo, que luego se desconecta y corta, como muestra la Fig.40. ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que la diferencia de potencial a través del capacitor cae por debajo de $50,0 \text{ V}$?

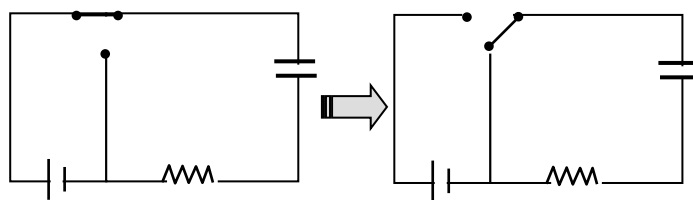
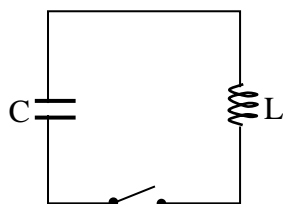


Fig. 40

9. Para el circuito LC en la Fig. 41, $L = 32,0 \text{ mH}$ y $C = 45,0 \mu\text{F}$. El capacitor está cargado a $q_0 = 10,0 \mu\text{C}$, el interruptor se cierra a $t = 0 \text{ s}$, ¿En qué instante la energía almacenada en el capacitor es igual a la energía almacenada en el inductor?



10. Un circuito LC consta de un inductor Fig. 41 mH y un capacitor cargado por completo. Luego de $2,10 \text{ ms}$, la energía almacenada en el capacitor es la mitad de su valor original. ¿Cuál es la capacitancia?

11. Un capacitor de $5,00 \mu\text{F}$ en serie con un resistor de $4,00 \Omega$ se carga con una batería de $9,00 \text{ V}$ durante bastante tiempo al cerrar el interruptor (posición *a* en la Fig. 42). Luego, el capacitor se descarga por medio de un inductor ($L = 40,0 \text{ mH}$) al cerrar el interruptor (posición *b*) en $t = 0$. **(a)** Determine la corriente máxima a través del inductor. **(b)** ¿Cuándo es la primera vez en la que la corriente está en su máximo?

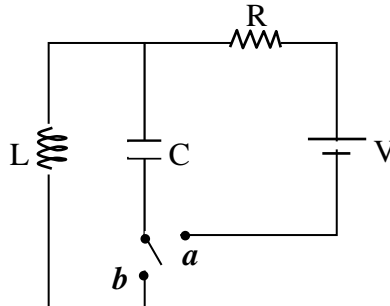
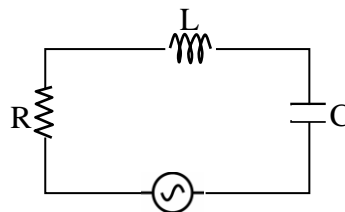


Fig. 42

12. Un circuito en serie contiene un resistor de $100,0 \Omega$, un inductor de $0,500 \text{ H}$, un capacitor de $0,400 \mu\text{F}$ y una fuente de fem que varía con el tiempo que suministra $40,0 \text{ V}$. **(a)** ¿Cuál es la frecuencia angular de resonancia del circuito? **(b)** ¿Qué corriente fluye por el circuito a la frecuencia de resonancia?

13. En un circuito RLC en serie, $V = 12 (\sin \omega t) \text{ V}$, $R = 10,0 \Omega$, $L = 2,00 \text{ H}$ y $C = 10,0 \mu\text{F}$. En resonancia, determine la amplitud del voltaje a través del inductor. ¿Es razonable el resultado, considerando que el voltaje suministrado a todo el circuito tiene una amplitud de $12,0 \text{ V}$?

14. El circuito RLC en serie que se muestra en la Fig. 43 tiene $R = 2,20 \Omega$, $L = 9,30 \text{ mH}$, $C = 2,27 \text{ mF}$, $V_{0T} = 110 \text{ V}$ y $\omega = 377 \text{ rad/s}$. **(a)** ¿Cuál es la corriente máxima, I_0 , en este circuito? **(b)** ¿Cuál es el ángulo de fase, α , entre el voltaje y la corriente? **(c)** Es posible variar la capacitancia, C . ¿Qué valor de C permite que ocurran la amplitud máxima de las oscilaciones, y cuáles son las magnitudes de esta corriente, $I_0'm$, y el ángulo de fase, α' , entre la corriente y el voltaje?



V_{fem} Fig. 43

15. Un sintonizador de radio tiene una resistencia de $1,00 \mu\Omega$, una capacitancia de $25,0 \text{ nF}$ y una inductancia de $3,00 \text{ mH}$. **(a)** Encuentre la frecuencia de resonancia de este sintonizador de radio. **(b)** Calcule la potencia en el circuito si una señal a la frecuencia de resonancia produce una fem a través de la antena $V_{\text{rms}} 1,50 \text{ mV}$.

16. En la Fig. 44 se muestra un circuito simple de antena de FM donde $L = 8,22 \mu\text{H}$ y C es variable (el capacitor puede sintonizarse para recibir una estación específica). La señal de radio de una estación de radio FM produce una fem sinusoidal que varía con el tiempo con una amplitud de $12,9 \mu\text{V}$ y una frecuencia de $88,7 \text{ MHz}$ en la antena. **(a)** ¿A qué valor, C_0 , es

necesario sintonizar el capacitor para recibir mejor esta estación? **(b)** Otra señal de radio de una estación produce una fem sinusoidal que varía con el tiempo con la misma amplitud, $12,9\mu\text{V}$, pero con una frecuencia de $88,5\text{ MHz}$ en la antena. Con el circuito sintonizado para optimizar la recepción a $88,7\text{ MHz}$, ¿cuál debe ser el valor, R_0 , de la resistencia para reducir por un factor de 2 (en comparación con la corriente si el circuito se optimizara para $88,5\text{ MHz}$) la corriente producida por la señal de esta estación?

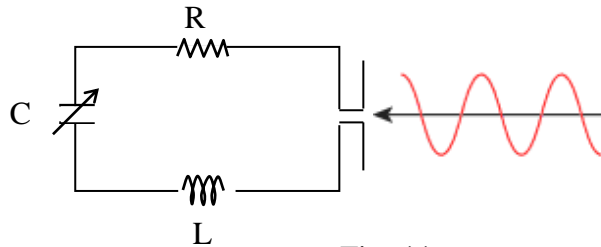


Fig. 44

17. Se diseña un transformador con 400 vueltas en la bobina primaria y 20 vueltas en la bobina secundaria para suministrar una potencia media de 1200 W con un voltaje máximo de 60 V . ¿Cuál es la corriente máxima en la bobina primaria?

Óptica Geométrica

- ¿Cuál es la velocidad de la luz en vidrio tipo crown, cuyo índice de refracción es $1,52$?
- Una fibra óptica con un índice de refracción de $1,5$ se usa para transportar luz de longitud de onda 400 nm . ¿Cuál es el ángulo crítico para que la luz se transporte por esta fibra sin pérdida si está rodeada de aire ($n_{\text{aire}} = 1$)? ¿Si la fibra está sumergida en agua ($n_{\text{agua}} = 1,33$)? ¿En aceite ($n_{\text{aceite}} = 1,45$)?
- Un láser de helio-neón produce luz de longitud de onda $\lambda_{\text{vac}} = 632,8\text{ nm}$ en el vacío. Si esta luz pasa hacia el agua con índice de refracción $n = 1,33$, ¿cuál será entonces su: **(a)** velocidad, **(b)** frecuencia, **(c)** longitud de onda y **(d)** color?
- Un rayo de luz incide, formando un ángulo de 40° con la normal, sobre la superficie plana de separación de dos medios de índice de refracción $1,3$ y $1,5$. Determine los ángulos de refracción según el rayo proceda de uno u otro medio.
- Calcular el índice de refracción de una sustancia con relación al aire, sabiendo que su ángulo límite es 30° .
- Un foco puntual está sumergido a una profundidad desconocida x en un lago y en un punto a 18 m de la orilla. Un observador, cuyo ojo está a $1,5\text{ m}$ del suelo en el borde del lago, desplaza lentamente su mirada partiendo de la orilla y observa que el primer rayo que emerge del agua se encuentra a 6 m de dicha orilla. **(a)** Si el índice de refracción del agua es $1,33$ y para el aire lo consideramos prácticamente igual a 1 , ¿a qué profundidad está sumergido el foco luminoso? **(b)** ¿a qué profundidad aparente ve el observador el objeto luminoso?
- A una lámina de caras planas y paralelas de índice de refracción igual a $1,5$ llega un rayo con un ángulo de incidencia de 45° . El espesor de la lámina es de 10 cm y se encuentra rodeada de aire. Calcular el desplazamiento lateral del rayo incidente.

8. ¿Cuándo vale el ángulo θ de la Fig. 45, si la luz proveniente del aire ($n_a = 1,33$) incide en la interfaz aire-agua ($n_{\text{agua}} = 1,33$) se refleja formando un ángulo de 40° con respecto a la normal de la superficie?

9. En la Fig. 46, ¿cuál es el valor del ángulo incidente más pequeño θ_i para que el haz experimente reflexión interna total en la superficie del prisma que tiene un índice de refracción de 1,5?

10. Un rayo de luz de una longitud de onda particular incide en un prisma triangular equilátero con un índice de refracción de 1,23. El rayo es paralelo a la base cuando se aproxima a éste. El rayo entra al prisma en el punto medio de uno de sus lados, como se muestra en la Fig. 47. ¿Cuál es la dirección del rayo cuando sale del prisma triangular?

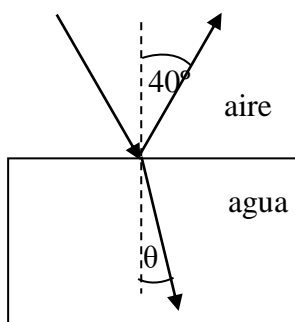


Fig. 45

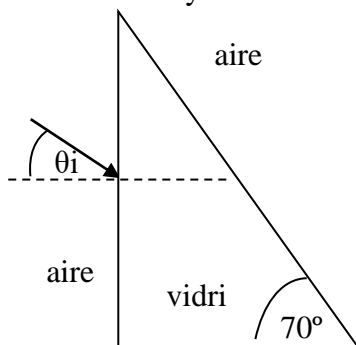


Fig. 46

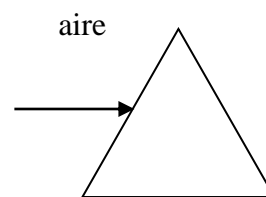


Fig. 47

11. Un haz láser colimado choca con el lado izquierdo (A) de un bloque de vidrio a un ángulo de $20,0^\circ$ con respecto a la horizontal, como se muestra en la Fig.48. El bloque tiene un índice de refracción de 1,55 y está rodeado de aire con un índice de 1,00. El lado izquierdo del bloque de vidrio es vertical ($90,0^\circ$ desde la horizontal), mientras que el lado derecho (B) está a $60,0^\circ$ de la horizontal. Determine el ángulo θ_{BT} **con respecto a la horizontal** al que sale la luz de la superficie B.

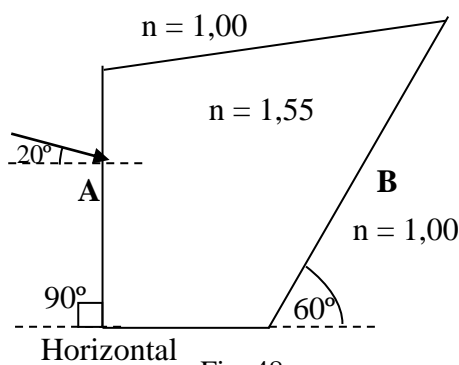


Fig. 48

12. Un ornamento de árbol de Navidad metálico esférico tiene un diámetro de 8,00 cm. (a) Si San Nicolás está a 1,56 m de la chimenea, ¿dónde verá su reflexión en el ornamento? (b) ¿La imagen es real o virtual?

13. Un espejo cóncavo forma una imagen real el doble de grande que el objeto. El objeto se mueve entonces de tal forma que la nueva imagen real producida es tres veces el tamaño del objeto. Si la imagen se movió 75 cm desde su posición inicial, ¿qué tan lejos estaba el objeto movido y cuál es la longitud focal del espejo?

14. Determinar el radio de curvatura de un espejo que forma una imagen real, invertida y de tamaño doble de los objetos situados a 20 cm del espejo. Dibujar un esquema con la marcha geométrica de los rayos para definir la imagen de un objeto vertical situado en el lugar indicado.

15. Los espejos convexos se utilizan con frecuencia en los espejos retrovisores de los automóviles. Muchos de esos espejos muestran la advertencia “Los objetos en el espejo están más cerca de lo que aparentan”. Suponga que un espejo convexo tiene un radio de curvatura de 14,0 m y que hay un automóvil que está 11,0 m detrás del espejo. Para un espejo plano, la distancia a la imagen sería 11,0 m y la amplificación sería 1. Determine: **(a)** la distancia a la imagen y **(b)** la amplificación para este espejo.

16. Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar un objeto de 1 cm sobre una pantalla plana, de modo que la imagen sea derecha y de 3 cm. La pantalla ha de estar colocada a 2 m del objeto. Calcular: **(a)** el radio del espejo, **(b)** su distancia focal, **(c)** su aumento, y **(d)** las distancias del objeto e imagen al espejo.

17. Se pule uno de los extremos de una larga varilla de vidrio para darle forma hemisférica convexa. Este vidrio tiene un índice de refracción de 1,55. Cuando se coloca una pequeña hoja a 20,0 cm enfrente del centro del hemisferio a lo largo del eje óptico, se forma una imagen dentro del vidrio a 9,12 cm de la superficie esférica. ¿Dónde se formaría la imagen si el vidrio ahora estuviera sumergido en agua (índice de refracción: 1,33), pero todo lo demás permaneciera igual?

18. Una larga y recta varilla de vidrio, de índice de refracción $n = 1,5$, termina por un extremo en un perfil esférico convexo de radio 8 cm. **(a)** Calcular la posición y el tamaño de la imagen que ese perfil produce de una flechita luminosa de 4 mm colocada de pie sobre el eje, en el aire, a 20 cm del vértice. **(b)** Lo mismo, en el caso de que el perfil fuese cóncavo y de la misma curvatura. **(c)** Lo mismo que en el ítem (a), suponiendo que la varilla y la flecha están sumergidas en agua ($n = 1,33$).

19. Un tubo de vidrio lleno de agua ($n = 1,33$) está cerrado por un extremo con una superficie esférica de vidrio delgadísimo de 20 cm de radio, que separa el agua del aire, y de manera que su convexidad mira hacia el aire. Se desea saber: **(a)** la distancia focal imagen de dicho dioptrio esférico, **(b)** su distancia focal objeto, **(c)** la distancia en donde se formará la imagen de un objeto situado en el aire perpendicular al eje principal y a 1 m del vértice del dioptrio y **(d)** la naturaleza de la imagen. **(e)** Sabiendo que el objeto es de 1 mm de altura, calcular el tamaño de la imagen. **(f)** Dibujar un esquema de la marcha de los rayos.

20. (a) ¿Qué tipos de lentes delgadas pueden construirse combinando dos superficies cuyos radios de curvatura son, en valor absoluto, 10 cm y 20 cm? **(b)** ¿Cuáles son convergentes y cuáles divergentes? **(c)** Calcular la distancia focal de cada una si el vidrio utilizado tiene un índice de refracción $n = 3/2$.

21. Con dos vidrios de reloj del mismo radio de curvatura R y de espesor despreciable se forma, pegándolos, una especie de lente biconvexa hueca. Si se llena con un líquido de índice de refracción $5/4$, la imagen de un objeto situado a 40 cm de la lente está en el infinito. Si se llena con un líquido de índice de refracción n desconocido, la imagen del mismo objeto resulta estar a 40 cm de la lente. ¿Cuáles son los valores de n y R ?

22. Dos lentes delgadas cuya distancia focal tiene una magnitud de 15,0 cm, la primera divergente y la segunda convergente, se disponen a 12,00 cm una de la otra. Se coloca un objeto de 4,00 mm de altura 5,00 cm a la izquierda de la primera lente (divergente). **(a)** ¿A qué distancia de esta primera lente se forma la imagen? **(b)** ¿A qué distancia del objeto se forma la imagen final? **(c)** ¿La imagen final es real o virtual? **(d)** ¿Cuál es la altura de la imagen final? ¿Es derecha o invertida?

23. Una vela encendida se coloca 36 cm enfrente de una lente convergente con distancia focal $f_1 = 13$ cm, la cual, a la vez, está 56 cm enfrente de otra lente convergente con distancia focal $f_2 = 16$ cm (véase la Fig. 49). **(a)** Dibuje un diagrama de rayos y estime la ubicación y el tamaño relativo de la imagen final. **(b)** Calcule la posición y el tamaño relativo de la imagen final.

24. Dos lentes convergentes A y B de 9 y 15 cm, respectivamente, de distancia focal forman un sistema centrado de tal modo que la lente B está situada en el plano focal de la A. Un objeto de 2 cm de altura se sitúa a una distancia de 36 cm delante de la lente A. **(a)** Construir gráficamente la imagen del objeto formado por el sistema. **(b)** Determinar la naturaleza, tamaño y distancia de la imagen a la lente B.

25. Un sistema óptico centrado está formado por dos lentes de las siguientes características: 1) Lente biconvexa de radios $r_1 = 10$ cm y $r_2 = 20$ cm; índice de refracción $n_1 = 1,3$. 2) Lente plano-cóncava de radio $r_3 = 25$ cm; índice de refracción $n_2 = 1,4$. La separación entre ambas es de 5 cm. Determinar: **(a)** la potencia de cada lente expresada en dioptrías, **(b)** la potencia del sistema, **(c)** la posición y naturaleza de la imagen de un objeto situado en el eje principal del sistema, en el lado de la lente convergente y a 30 cm de ella.

26. El objeto de la Fig. 50 está a la mitad entre la lente y el espejo. El radio de curvatura del espejo es de 20,0 cm y la lente tiene una distancia focal de $f = 16,7$ cm. Tome en consideración únicamente la luz que emana del objeto y que se desplaza primero hacia el espejo, y localice la imagen final formada por este sistema. **(a)** ¿Esta imagen es real o virtual? **(b)** ¿Está hacia arriba o invertida? **(c)** ¿Cuál es la amplificación global?

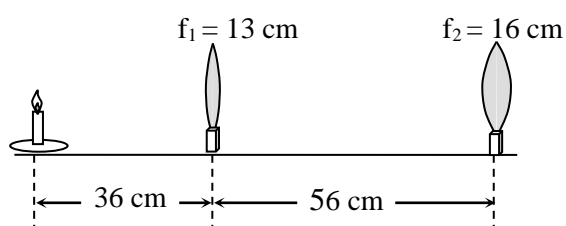


Fig. 49

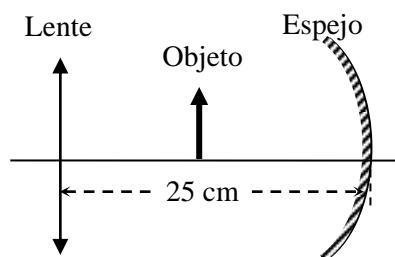


Fig. 50

27. El ocular y el objetivo de un microscopio están separados 22,6 cm y tienen focales de 2 cm y 6 mm, respectivamente. Considerando las lentes como delgadas, determinar el aumento del microscopio.

28. Un microscopio tiene un ocular de 13,0X y un objetivo de 58,0X, separados 20,0 cm. Calcule: **(a)** la amplificación total, **(b)** la distancia focal de cada lente y **(c)** dónde debe estar el objeto para que un ojo normal relajado lo vea en foco.

29. En un microscopio compuesto, el objeto está a 12,0 mm del objetivo. Las lentes están separadas por 285 mm y la imagen intermedia está a 48,0 mm del ocular. ¿Qué aumento se produce si la imagen final se forma a la distancia de visión nítida?

30. La distancia focal del ocular de cierto microscopio es de 18,0 mm. La distancia focal del objetivo es de 8,00 mm. La distancia entre el objetivo y el ocular es de 19,7 cm. La imagen final formada por el ocular está en el infinito. Trate todas las lentes como delgadas. **(a)** ¿Cuál es la distancia del objetivo al objeto que se observa? **(b)** ¿Cuál es la magnitud del aumento lineal que el objetivo produce? **(c)** ¿Cuál es el aumento angular total del microscopio?

Óptica Física

1. Un experimento de interferencia de Young se realiza con luz verde monocromática ($\lambda = 540 \text{ nm}$). La separación entre las rendijas es 0,10 mm y el patrón de interferencia en una pantalla muestra el primer máximo a 5,40 mm del centro del patrón. ¿Qué tan lejos de las rendijas está la pantalla?

2. Para un experimento de rendija doble, dos rendijas de 1,50 mm de ancho están separadas por una distancia de 1,00 mm. Las rendijas se iluminan mediante un haz láser con longitud de onda 633 nm. Si se coloca una pantalla a 5,00 m de las rendijas, determine la separación de las franjas brillantes en la pantalla.

3. Se lleva a cabo un experimento de la rendija doble con luz azul-verdosa de longitud de onda 512 nm. Las rendijas están separadas 1,2 mm y la pantalla está a 5,4 m de las rendijas. Determine lo separado que se ven las franjas brillantes en la pantalla.

4. Un apuntador láser rojo con una longitud de onda de 635 nm brilla en una rendija doble produciendo un patrón de interferencia en una pantalla que está a 1,60 m detrás de la doble rendija. El máximo central del patrón de interferencia tiene un ancho de 4,20 cm. ¿Cuál es el tamaño de cada una de las rendijas?

5. Una rendija doble está situada opuesta al centro de una pantalla de 1,8 m de ancho a 2,0 m de las rendijas. La separación de rendija es $24 \mu\text{m}$ y el ancho de cada rendija es $7,2 \mu\text{m}$. ¿Cuántas franjas son visibles en la pantalla si la rendija es iluminada por luz de 600 nm?

6. En una configuración de rendija doble, las rendijas están separadas $1,00 \cdot 10^{-5} \text{ m}$. Si luz con longitud de onda de 500 nm pasa por las rendijas, ¿cuál será la distancia entre los máximos $m = 1$ y $m = 3$ en la pantalla a 1,00 m de distancia?

7. Dos fuentes coherentes de rendija doble (rendijas de Young) se encuentran separadas entre sí 0,04 mm y distan de una pantalla 1 m. Si la franja brillante de segundo orden se encuentra separada del máximo central 3 cm, y la luz que se emplea es monocromática, determinar: **(a)** la longitud de onda de la luz empleada, **(b)** la distancia entre dos franjas brillantes consecutivas.

8. Un aparato de dos rendijas está cubierto con un filtro rojo (670 nm). Cuando se hace brillar luz blanca sobre el filtro, sobre la pantalla más allá del aparato de doble rendija, hay nueve máximos de interferencia dentro del máximo central de difracción de 4,50 cm de ancho. Cuando un filtro azul (450 nm) reemplaza al rojo, ¿cuántos máximos de interferencia habrá en

el máximo de difracción central y qué tan ancho será el máximo de difracción? la única rendija es 600 nm?

9. Dos ranuras angostas y paralelas, separadas por 0,250 mm, son iluminadas por luz verde ($\lambda = 546,1$ nm). La configuración de interferencia se observa en una pantalla a 1,20 m de distancia del plano de las ranuras. Calcule: **(a)** la distancia desde el máximo central a la primera región brillante a cualquiera de los lados del máximo central y **(b)** la separación entre la primera y segunda banda oscura.

10. Se realiza el experimento de Young con luz de átomos de Helio excitados ($\lambda = 502$ nm). Se miden con cuidado las franjas sobre una pantalla que está a 1,20 m de la doble ranura, y se encuentra que el centro de la vigésima franja (sin contar la franja brillante central) está a 10,6 mm del centro de la franja brillante central. ¿Cuál es la separación entre las dos ranuras?

11. Un aparato de anillo de Newton consiste en una lente convexa con un gran radio de curvatura R , colocada sobre un disco de vidrio plano. **(a)** Muestre que la distancia x desde el centro hasta el aire, espesor d y el radio de curvatura R están dados por $x^2 = 2Rd$. **(b)** Muestre que el radio de la n -ésima interferencia constructiva está dado por $x_n = [(n + 1/2) \lambda R]^{1/2}$. **(c)** ¿Cuántas franjas brillantes podrían verse si se observa mediante luz roja de longitud de onda de 700 nm para $R = 10,0$ m, y el diámetro del disco de vidrio plano es 5,00 cm?

12. El radio de curvatura de la superficie convexa de una lente plano-convexa es de 95,2 cm. Se coloca el lado convexo hacia abajo sobre una placa de vidrio perfectamente plana que se ilumina desde arriba con luz roja cuya longitud de onda es de 580 nm. Determine el diámetro del segundo anillo brillante en el patrón de interferencia.

13. Para una lente en particular con índice de refracción de $n = 1,50$ y una placa de vidrio con índice de $n = 1,80$, el diámetro del tercer anillo brillante es de 0,850 mm. Si ahora se llena con agua ($n = 1,33$) el espacio entre la lente y la placa, ¿cuál es el nuevo diámetro del anillo?

14. Una lente plano-convexa de 1 dioptría (índice de refracción del vidrio: 1,5) se coloca sobre una placa de vidrio plana, apoyándola por su cara convexa. Al sistema se le ilumina desde lo alto con una luz de 5 000 Å. Calcular el radio de la novena circunferencia del máximo de interferencias, haciendo la observación por reflexión.

15. Luz de longitud de onda de 653 nm ilumina una rendija. Si el ángulo entre las primeras franjas oscuras en cualquier lado del máximo central es 32° , ¿cuál es el ancho de la rendija?

16. Un instructor usa luz de longitud de onda de 633 nm para crear un patrón de difracción con una rendija de 0,135 mm de ancho. ¿Qué tan lejos de la rendija debe colocar la pantalla el instructor para que el ancho completo del máximo central sea de 5,00 cm?

17. ¿Cuál es el ancho de rendija más grande para el que no hay mínimos cuando la longitud de onda de la luz incidente en la única rendija es 600 nm?

18. Ondas de luz planas inciden en una sola rendija de 2,00 μm de ancho. La segunda franja oscura se observa a 43° del eje central. ¿Cuál es la longitud de onda de la luz?

BIBLIOGRAFÍA

Alonso, E. y Finn, E. (1976) *Física. Vol. II Campos y ondas*. Barcelona. España: Fondo Educativo Interamericano.

Bauer, W. y Westfall, G. (2011) *Física para Ingeniería y Ciencias con Física moderna. Volumen 2*. (1° ed.) México: McGraw Hill.

Burbano, S.; Burbano, E. y Gracia, C. (2003) *Física General*. 32° Ed. Madrid: Editorial Tébar.

Dermont, L., Shaffer, P. y El Physics Education Group (2001) *Tutoriales para física introductoria*. Brasil: Prentice Hall y Pearson Educación.

Dermont, L., Shaffer, P. y El Physics Education Group (2001) *Tutoriales para física introductoria. Ejercicios complementarios*. Brasil: Prentice Hall y Pearson Educación.

Edminister, J. (1975) *Teoría y Problemas de Circuitos Eléctricos*. Serie de compendios Schuam. Colombia: McGraw-Hill.

Gettys, E., Keller, F. y Skove, M. (2005) *Física para Ciencias e Ingeniería. Tomo II*. México: McGraw Hill.

Giancoli, D. (2009) *Física para Ciencias e Ingeniería con Física moderna. Volumen II*. (4° ed.). México: Pearson Educación.

Hewitt, P. (2004) *Física conceptual*. (9° ed.). México: Prentice Hall y Pearson Educación.

Hecht, E. (1974) *Óptica*. Serie de compendios Shaum. Colombia: Libros McGraw-Hill.

Kip, A. (1976.) *Fundamentos de electricidad y magnetismo*. España: Editorial Reverté S.A.

Resnick, R., Halliday, D. y Krane, K. (2002). *Física. Vol. 2*. (5° ed.). México: Compañía Editorial Continental.

Rex, A. y Wolfson, R. (2011) *Fundamentos de Física*. España: Pearson Educación.

Rossi, B. (1973) *Fundamentos de Óptica*. España: Editorial Reverté. SA.

Segura, D., Lombardo Rodríguez, L. y Zalamea, E. (1980) *Fundamentos de Física II*. Colombia: Editorial McGraw-Hill Latinoamericana.

Serway, R. y Faughn, J. (2001) *Física*. México: Prentice Hall.

Serway, R. y Jewett, J. (2009) *Física para ciencia e ingeniería con Física Moderna. Vol. 2*. (7° ed.) México: Ed. Cenage Learning Editores S.A.

Tipler, P. (1993) *Física. Tomo 2.* (3° ed.) España: Editorial Reverté S.A.

Wilson, J., Buffa, A. y Lou, B. (2007) *Física.* (6° ed.) México: Pearson Educación.

Young, H. y Freedman, R. (2009) *Física universitaria con Física Moderna. Vol. 2.* (12° ed.). México: Pearson Educación.